

2차원 광부호분할 다중접속 시스템에서 칩 비동기 패턴부호의 비트오류를 하한값 유도

\* 이태훈, 박영재, 박진배  
연세대학교 전기·컴퓨터공학과

A lower bound of bit error rate of chip asynchronous pattern codes in 2-dimensional optical CDMA system

Tae-Hoon Lee, Young-Jae Park, Jin-Bae Park  
Dept. of Electrical & Computer Engineering, Yonsei Univ.

**Abstract** - Two-dimensional optical code-division multiple access is a system to transmit a two-dimensional data via parallel transmission line. The probability density function(pdf) of interference noise from other users is calculated and the pdf of asynchronous interference noise is newly calculated to present lower bounds of probability of error. The corresponding bit error rate is evaluated from this results.

1. 서 론

광부호분할 다중접속(Optical CDMA) 시스템은 광선로의 큰 대역폭을 활용하면서 코드분할 방식을 이용하여, 동시 다중접속 사용자의 수를 대폭 증가시킬 수 있는 장점을 가진다. 기존의 광부호분할 다중접속 시스템은 시간영역에서, 정보를 나타내는 비트를 1차원의 코드 즉, 시퀀스로 부호화하여 정보를 전송했으나[1], 가까운 미래에 이루어질 대용량의 정보전송을 대비하여 2차원 데이터의 병렬전송을 위하여 2차원 패턴부호를 사용하는 광부호분할 다중접속 시스템인 공간 부호분할 다중접속(Space CDMA) 시스템이 제안되었다[2,3].

이러한 시스템의 성능 분석을 위해서는 다른 사용자간의 간섭에 의한 비트오류율(Bit Error Rate)을 구하여 접근하는 방법이 일반적이다. 두 가지 경우에 대하여 비트오류율을 고찰하여야 하는데, 하나는 코드의 칩(Chip)의 이동이 칩의 길이의 정수배인 동기식(Synchronous)이고 또 하나는 칩의 이동이 정수배가 아닌 연속적으로 이루어지는 비동기식(Asynchronous)이다. 동기식의 경우는 간섭잡음이 최대일 때이므로 비트오류율의 상한값(upper bound)이 되며 비동기식의 경우는 간섭잡음이 최소일 때이므로 비트오류율의 하한값(lower bound)이 된다.

1차원 시스템의 경우는 동기식과 비동기식에 대한 비트오류율에 대한 고찰이 이루어졌으나[4,5] 2차원 시스템은 동기식에 대해서만 연구가 있었다[6]. 이에 본 논문에서는 시스템의 정확한 성능분석을 위하여 2차원 시스템에서 다른 사용자간의 간섭잡음에 대한 확률밀도함수를 구하고 이에 따른 2차원 패턴부호의 비트오류율의 하한값을 유도한다.

2. 2차원 CDMA 시스템

2차원 CDMA은 의료영상전송, 디지털 비디오방송과 같은 대용량의 2차원 데이터의 병렬전송을 위한 미래의 광 데이터 전송을 위한 시스템이다. 또한 2차원 광직교 패턴부호를 사용하여 광채널을 통해 영상과 같은 2차원 데이터의 병렬전송과 다중접속을 가능케한다. 이러한 부호화와 복호화는 모두 공간광복조기(Spatial Light Modulator)를 이용하여 광학적으로 신호처리가 이루어진다.

영상 데이터의 경우 각 픽셀은 광직교 패턴부호를 사용하여 부호화하며, 광직교 패턴부호의 한 픽셀은 칩 픽셀(Chip pixel)이라고 한다.

각 사용자는 할당된 광직교 패턴부호로 부호화되며 부호화된 각 패턴영상은 다중채널을 거친 후 광채널을 통해 전송된다. 수신단에서는 다중화된 영상과 할당된 자신의 광직교 패턴부호와의 픽셀당 비교를 행한 후 면적 적분(surface integral)과 임계값(threshold) 과정을 통하여 원래의 입력 영상을 복원한다. 광직교 패턴부호는 다중화된 패턴 영상에 이동이 발생하더라도 원하는 입력 영상을 복원하기 위해서는 패턴부호간에 서로 광직교성을 만족해야만 한다. 광직교 패턴부호는 광직교성을 만족하기 위해 다음과 같은 두 가지 조건을 만족해야 한다.

- (i) 자기상관성: 자기 자신의 패턴이 행·열방향 이동을 갖더라도 신호패턴은 구분되어야 한다.
- (ii) 상호상관성: 어떠한 2개의 신호패턴은 행·열방향 이동을 갖더라도 구분되어야 한다.

두 가지 조건에서 광직교성을 만족하기 위해서는 패턴부호의 행·열 방향의 이동으로 있더라도 자기상관값은 상호상관값 보다 커야 한다. 두 개의 이진 영상에 대한 자기상관값과 상호상관값의 조건은 식 (1)과 식 (2)로 나타낸다.

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M e_{i,j}^{(a)} e_{i \oplus k, j \oplus l}^{(a)} \equiv \begin{cases} = w_a & \text{for } k=l=0 \\ \leq \lambda_a & \text{for } 1 \leq k, l \leq M-1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M e_{i,j}^{(a)} e_{i \oplus k, j \oplus l}^{(a')} \leq \lambda_c \quad \text{for } a \neq a', 1 \leq k, l \leq M-1 \quad (2)$$

여기서  $e_{i,j}^{(a)}$ 는 광직교패턴부호  $E^{(a)}$ 행렬의  $i$ 번째 행,  $j$ 번째 열의 원소이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E^{(a)} = \begin{bmatrix} e_{11}^{(a)} & \dots & e_{1M}^{(a)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{M1}^{(a)} & \dots & e_{MM}^{(a)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$e_{i \oplus k, j \oplus l}^{(a)}$ 은  $E^{(a)}$ 의 행·열방향의 이동된 패턴부호의 원소를 나타내며  $\oplus$ 는 modulo- $m$  덧셈을 뜻한다.  $w_a$ 는 행·열방향의 이동이 없는 자기 자신의 광직교 패턴부호의 자기상관값으로 이를 가중치(weight : 이진 광직교 패턴부호에서 1의 수)라 한다.

3. 간섭잡음에 대한 확률밀도함수

첫 번째 사용자의 수신기의 출력에 두 번째 사용자부터  $N$ 번째 사용자까지 더해지는 간섭잡음을  $I_1$ 이라 하

면 다음과 같다.

$$I_1 = \sum_{n=2}^N I_n^{(1)} \quad (3)$$

$I_1$ 의 정확한 확률밀도함수를 구하기 위해서는  $2 \leq n \leq N$ 인 경우에 대해서 각각의  $I_n^{(1)}$ 에 대한 확률밀도함수를 구해야 한다. 따라서 한 사용자 당  $(N-1)/2$ 의 다른 사용자가 있으므로  $N$ 명의 사용자면  $N(N-1)/2$ 개의 확률밀도함수를 구해야 하지만 사용자 수가 많을 경우 이는 번거로운 작업이 된다. 따라서 간섭잡음의 두 가지의 경우, 칩 동기 간섭과 칩 비동기 간섭에 대하여 고찰함으로써 간섭잡음의 확률밀도함수와 그에 따른 비트오류율의 상한값과 하한값을 정할 수 있다. 즉,

$$BER(\text{비동기}) \leq BER(\text{실제값}) \leq BER(\text{동기}) \quad (4)$$

여기서 비동기 간섭은 두 패턴코드간에 인접하는 칩 픽셀이 존재하지 않는, 간섭이 제일 적은 경우인 이상적인 비동기 간섭이다[4].

### 3.1 동기식 간섭잡음의 확률밀도함수

2개의 서로 다른 광직교패턴에서 최대 중복 픽셀은 상호상관값  $\lambda_c=1$ 이라 할 경우 1개가 된다. 패턴의 크기가  $(M \times M)$ 이고 가중치가  $w$ 이고 자기상관값이  $\lambda_a=1$ 인 경우의 2개의 패턴코드의 한 픽셀이 중복될 확률은  $\frac{w^2}{M^2}$ 이다. 광부호분할 다중접속시스템은 입력영상의 각 픽셀은 ON-OFF Keying에 의해 변조되므로 한 픽셀이 중복될 확률은  $\frac{w^2}{2M^2}$ 이 된다. 따라서 2개의 광직교패턴 코드의 각 픽셀이 중복되지 않을 확률은  $\left(1 - \frac{w^2}{2M^2}\right)$ 이다. 중복되는 픽셀  $u$ 에 대한 2명 사용자의 간섭잡음에 대한 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$P_U(u) = \left(1 - \frac{w^2}{2M^2}\right) \delta(u) + \frac{w^2}{2M^2} \delta(u-1) \quad (5)$$

여기서  $\delta(u)$ 는 Dirac delta 함수이다.

식 (3)으로부터 각  $I_n^{(1)}$ 은 식 (5)의 확률밀도함수를 가지므로 확률변수  $I_1$ 에 대한 확률밀도함수는 이항분포를 나타내며  $N-1$ 명의 간섭잡음에 대한 확률밀도함수는 다음과 같다[6].

$$P_{I_1}(I_1) = \sum_{i=0}^{N-1} \binom{N-1}{i} \left(\frac{w^2}{2M^2}\right)^i \left(1 - \frac{w^2}{2M^2}\right)^{N-1-i} \delta(I_1 - i) \quad (6)$$

### 3.2 비동기식 간섭잡음의 확률밀도함수

각 칩 픽셀 길이의 곱만큼 이동이 이루어지는 동기식 간섭에 비해 그림 1과 같이 연속적인 이동이 이루어지는 비동기식 간섭은 x방향과 y방향을 동시에 고려해 주어야 한다. 즉, 동기식의 경우처럼  $I_1$ 이 정수값을 가지는 것이 아니라 연속값을 가지며 x, y방향으로 칩 픽셀이 증가할수록 간섭영역은 제품에 비례하여 커진다. 이러한 점들을 고려하여 다음과 같은 확률밀도함수를 설정할 수 있다.

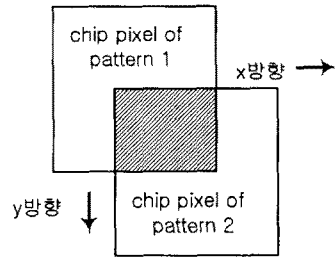


그림 1. 칩 픽셀간의 비동기식 간섭

Fig. 1 Asynchronous interference chip pixels

$$P_{I_1}(I_1) = q^{N-1} \delta(I_1) + \sum_{i=1}^{N-1} \binom{N-1}{i} p^i q^{N-1-i} f(I_1) \quad (7)$$

여기서  $p = \frac{w^2}{M^2}$ ,  $q = 1 - \frac{w^2}{M^2}$ 이며

$f(I_1)$ 은 다음 식과 같은 Rayleigh 확률밀도함수이며

$$f(I_1) = \frac{16}{i^2} I_1 \exp\left(\frac{-8I_1^2}{i^2}\right) \quad (8)$$

10명의 다른 사용자가 있을 때 ( $0 \leq I_1 \leq 10$ )의 간섭잡음에 대한 확률밀도함수를 그림 2에 나타내었다.

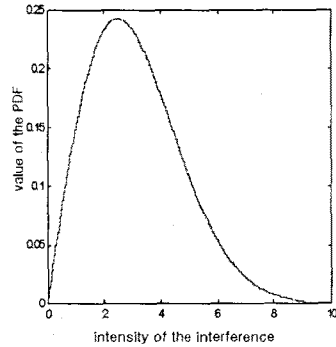


그림 2. 10명의 다른 사용자에 대한 간섭잡음의 확률밀도함수

Fig. 2 PDF of interference noise 10 other users

## 4. 비트오류율

CDMA 시스템에서 간섭잡음의 크기가 임계값보다 높아지는 경우에는 전송한 데이터가 0이지만 수신측에서 1로 인식하는 오류가 발생한다. 따라서 비트오류율(BER)은 다음 식으로 나타낸다.

$$BER = \frac{1}{2} \int_{T_b}^{\infty} P(I_1) dI_1 \quad (9)$$

식 (9)는 정확한 확률밀도함수에 대한 비트오류율이므로 유도하기 힘들다. 따라서 동기식 간섭잡음인 경우에 비트오류율의 상한값을 다음과 같이 정의한다[6].

$$BER_{upper} = \frac{1}{2} \sum_{i=Th}^N \binom{N-1}{i} \left( \frac{w^2}{2M^2} \right)^i \left( 1 - \frac{w^2}{2M^2} \right)^{N-1-i} \quad (10)$$

또한 비동기식 간섭잡음의 경우는 식 (7)으로부터 비트 오류율의 하한값을 유도할 수 있다.

$$BER_{lower} = \frac{1}{2} q^{N-1} \int_{Th}^{\infty} \delta(I_1) dI_1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \binom{N-1}{i} p^i q^{N-1-i} \int_{Th}^{\infty} f(I_1) dI_1 \quad (11)$$

식 (10), (11)로부터 임계값에 대한 비트오류율을 여러 중치에 대하여 그림 3 과 그림 4 에 나타내었다.

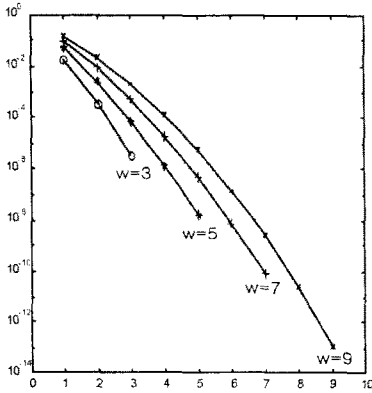


그림 3. BER의 상한값 (N=10, M=32, w=3,5,7,9)

Fig. 3 Upper bounds on bit error performance for N=10, M=32, w=3,5,7,9

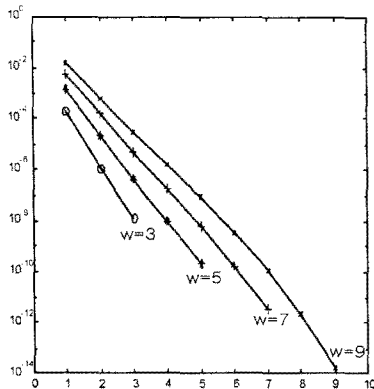


그림 4. BER의 하한값 (N=10, M=32, w=3,5,7,9)

Fig. 4 Lower bounds on bit error performance for N=10, M=32, w=3,5,7,9

## 5. 결 론

본 논문에서는 2차원 CDMA 시스템에서 사용되는 2진 패턴부호의 간섭잡음에 대하여 고찰하였다. 간섭잡음의 세기가 연속적인 값을 가지는 비동기식 간섭잡음에

대한 확률밀도함수와 그에 따른 비트오류율의 하한값을 유도함으로써, 기존의 동기식 간섭잡음만을 고려한 비트오류율의 상한값과 함께 2차원 CDMA 시스템의 보다 정확한 성능분석의 가능성을 제시하였다.

본 연구는 정보통신부 대학기초연구지원 사업 연구비 지원에 의한 결과임 (접수번호: C1-98-0901-00)

## (참 고 문 헌)

- [1] F. R. K. Chung, J. A. Salehi, and V. K. Wei, "Optical Orthogonal Codes: Design, Analysis, and Applications," *IEEE Trans. Inform. Theory*, Vol. 35, No. 3, pp. 595-604, May 1989.
- [2] Ken-ichi Kitayama, "Novel Spatial Spread Spectrum Based Fiber Optic CDMA Networks for Image Transmission," *IEEE Journal On Selected Areas In COMM.*, Vol. 12, No. 4, pp. 762-772, May 1994
- [3] Ken-ichi Kitayama, Moriya Nakamura, Yasunori Igasaki and Keiji Kaneda, "Image Fiber-Optic Two-Dimensional Parallel Links Based Upon Optical Space-CDMA: Experiment," *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 15, No. 2, pp. 202-212, Feb. 1997.
- [4] J. A. Salehi, "Code Division Multiple-Access Techniques in Optical Fiber Networks-Part I: Fundamental Principles," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 37, No. 8, pp. 824-833, Aug. 1989.
- [5] J. A. Salehi, "Code Division Multiple-Access Techniques in Optical Fiber Networks-Part II: Systems Performance Analysis," *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 37, No. 8, pp. 834-842, Aug. 1989.
- [6] Moriya Nakamura and Ken-ichi Kitayama, "System performances of optical space code-division multiple-access-based fiber-optic two-dimensional parallel data link," *Applied Optics*, Vol. 37, No. 14, pp. 2915-2924, May 1998.