

직교이방성 I-Shape 압축재의 국부-전체 상호좌굴에 관한 해석적 연구

김학균* · 정상균** · 윤순종***

An Analytical Study on the Local - global Interaction Buckling of Orthotropic I-Shape Compression Members

Kim, H. G., Jeong, S. K., and Yoon, S J.

Key Words: orthotropic, local buckling, global buckling, local - global interaction buckling

Abstract

This paper presents the analytical results of local - global interaction buckling of orthotropic I-shape compression members. Employing the equilibrium approach, the characteristic equation for local and global interaction buckling of I-shape compression member is derived. Using the derived equation, the buckling coefficients with respect to the ratio of length to width for the I-shape column are suggested as a graphical form. In addition, graphical forms of local, global and FEM results are presents, and they are compared with those in published document.

기호설명

- E_{11}, E_{22} : 재료의 성질방향 1과 2에 대한 탄성계수
 D_{11}, D_{22} : 재료의 성질방향 1과 2에 대한 판의 휨강성
 k : 판의 좌굴계수
 N_x : 등분포일축압축력
 w : 판의 면외처짐
 δ : 플랜지와 복부의 폭비 ($= b_2/b_1$)
 λ : 판의 길이와 폭의 비 ($= a/b$)
 ω : 복부와 플랜지의 두께비 ($= t_1/t_2$)

최근 건설구조용 복합재료는 강재나 콘크리트의 대체 재료로서 건설분야에서 그 사용성이 증가되고 있다. 이러한 복합재료는 단위중량당 강도가 크며 비자성, 내화학적 등 기존 건설용 구조재에 비해 여러 가지 장점을 가지고 있다. 구조용 복합재는 펄트루전공정 등의 제작과정을 통하여 생산되는데 이렇게 생산된 복합재료는 부재 특성상 직교이방성이라 가정할 수 있다. 그러나 아직까지 복합재로 구성된 구조재에 대한 설계규준이 미흡한 상태이기 때문에 이론적, 실험적 연구가 필요하다⁽¹⁾.

일반적으로 건설구조용 압축재의 파괴모드는 3가지로 나누어진다. 즉, 재료자체의 항복에 의한 압축파괴, 구조물을 이루는 각 판요소가 좌굴을 일으키는 국부좌굴, 기둥 전체가 좌굴을 일으키는 전체좌굴(오일러좌굴)이다⁽³⁾. 그러므로 압축재에 대한 좌굴해석은 필수적이라 할 수 있다. 설계에서 사용되는 좌굴하중은 세장비에 따라 국부

1. 서론

* 홍익대학교 대학원 토목공학과 석사과정
** 홍익대학교 대학원 토목공학과 박사과정
*** 홍익대학교 토목공학과 교수

좌굴 및 전체좌굴을 해석하여 보다 안전측의 값을 사용한다. 본 연구에서는 직교이방성 I-Shape 압축재에 대한 국부좌굴 및 전체좌굴을 각각 독립적으로 해석하였고, 기존의 방법보다 편리하면서도 정확한 값을 가지는 상호관계식을 정밀해법으로 유도하여 그 결과를 그래프로 나타내었다. 그리고 유한요소해석을 수행하고 위의 결과와 비교하기 위하여 그래프로 나타내었다.

2. 국부좌굴

일반적으로 구조용 압축재는 여러개의 판요소로 이루어져 있으며, 하중 재하시 각 판요소가 좌굴을 일으킬 수 있으므로 국부좌굴의 영향을 고려해야 한다. 이러한 국부좌굴은 판요소의 하중이 재하되지 않은 변의 경계조건과 판요소들의 접합부의 탄성구속조건으로부터 알 수 있는데, 하중이 재하되지 않은 변의 경계조건에 따른 특성방정식은 표 1과 같다⁽⁴⁾.

표 1. 직교이방성판의 특성방정식

경계조건	특성방정식
S-Fr	$SFr = (a^2 + \beta^2)(a\psi^2 \cosh a \sin \beta - \beta\chi^2 \sinh a \cos \beta)$
F-Fr	$FFr = \frac{2a\beta\chi\psi + a\beta(\chi^2 + \psi^2) \cosh a \cos \beta}{(\beta^2\chi^2 - a^2\psi^2) \sinh a \sin \beta}$
S-Sy	$SSy = -\left[a\beta(a^2 + \beta^2) \cosh \frac{a}{2} \cos \frac{\beta}{2} \right]$
F-Sy	$FSy = -a\beta(a^2 + \beta^2) \left(a \sinh \frac{a}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \beta \cosh \frac{a}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right)$
χ, ψ	$\chi = a^2 - \nu_{12} \left(\frac{m\pi}{\lambda} \right)^2, \quad \psi = \beta^2 + \nu_{12} \left(\frac{m\pi}{\lambda} \right)^2$

그림 1은 등분포일축압축력을 받는 I-Shape 압축재(a)와 국부좌굴(b), 전체좌굴(c) 및 국부-전체 상호좌굴(d)에 따른 좌굴된 단면의 형상을 나타내고 있다.

그림 1의 (a)에서 복부를 1번, 양쪽 플랜지를 각각 2, 3번판이라고 하면 직교이방성 I-Shape 압축재의 국부좌굴 해석식은 다음과 같다(표 1. 참조).

$$\left(\frac{SSy}{FSy} \right)_1 + \frac{1}{\delta_2 \omega_2^3} \left(\frac{SFr}{FFr} \right)_2 + \frac{1}{\delta_3 \omega_3^3} \left(\frac{SFr}{FFr} \right)_3 = 0 \quad (1)$$

식 (1)은 양쪽 플랜지의 폭과 두께가 같은 경우 식 (2)와 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{SSy}{FSy} \right)_1 + \frac{2}{\delta_2 \omega_2^3} \left(\frac{SFr}{FFr} \right)_2 = 0 \quad (2)$$

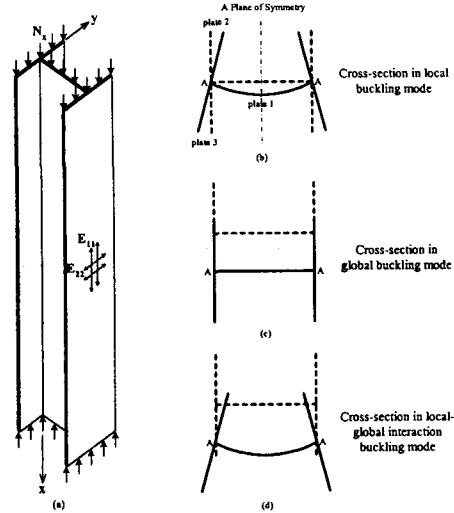


그림 1. 직교이방성 I-Shape 압축재의 좌굴된 단면형상

3. 전체좌굴

재료가 등방성이고 기둥의 양단이 단순지지일 경우 좌굴하중(global 좌굴하중)은 식 (3)과 같다⁽²⁾.

$$P_{cr(global)} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (3)$$

식 (4)는 판요소의 좌굴하중을 나타내는 것으로 양단은 단순지지이며 하중이 재하되지 않은 변이 자유단일 경우이다. 여기서 D_{11} 은 길이방향의 휨강성을 나타낸다.

$$P_{cr(plate)} = \frac{\pi^2 b D_{11}}{l^2} \quad (4)$$

식 (3)과 식 (4)로부터 식 (5)와 같은 관계를 알 수 있다.

$$bD_{11} = \frac{E_{11}bt^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})} = \frac{E_{11}I}{(1-\nu_{12}\nu_{21})} = E^*I \quad (5)$$

따라서, 식 (4)는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{cr(plate)} = \frac{\pi^2 E^*I}{l^2} \quad (6)$$

또한 포아손비의 영향을 고려하지 않는다면 전

좌굴하중은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_{cr(plate)} = \frac{\pi^2 E_{11} I}{l^2} \quad (7)$$

4. 국부 - 전체 상호좌굴

국부-전체 상호좌굴을 해석하기 위해서 접합부에서의 가정사항을 다음과 같이 도입하였다⁽⁴⁾.

- (1) 좌굴이 발생하면 구조재를 이루는 판요소 간의 초기 각도는 항상 일정하다.
- (2) 접합부에서 모멘트의 합은 0이다.
- (3) 접합부에서 플랜지의 면외처짐은 발생하지 않는다.
- (4) 접합부에서 복부의 면외처짐은 플랜지의 면내처짐과 같다.
- (5) 복부에서 전달되는 전단력과 플랜지에 작용하는 횡하중의 합은 0이다.

위의 가정사항을 고려한 I-Shape 압축재의 경계조건식은 표 2와 같다.

표 2. I형 단면 압축재를 이루는 각 판요소의 $y=0, b, b/2$ 인 변의 경계조건

	경계조건	
plate1 (대칭면)	$\theta_y = 0, V_y = 0$	($\eta_1 = 1/2$)
plate2,3 (자유단)	$V_y = 0, M_y = 0$	($\eta_{2,3} = 1$)
접합부	$w_{\eta_{2,3}} = 0, \theta_{\eta_1} = \theta_{\eta_2}, \Sigma M_{\eta(1,2,3)} = 0$ $w_{\eta_1} = w'_{\eta_2}, V_{\eta_1} - q = 0$	($\eta_{1,2,3} = 0$)
w, w'	w (면외처짐) w' (복부의 면외처짐 방향으로의 플랜지처짐)	

표 2의 경계조건을 정리하면 판의 처짐식에서의 처짐량을 나타내는 매개변수인 A_i 에 대한 9원 1차 연립방정식이 얻어진다. 이 식에서 계수행렬의 행렬값이 0이 되어야 한다는 조건으로부터 전체-국부 상호좌굴 해석식은 식 (8)과 같다(표 1. 참조).

$$2[LFR] \frac{D_{22}}{b_1^3} - \left\{ \frac{2\overline{FSy} \cdot SFr - \overline{SSy} \cdot FFr}{2\overline{FSy} \cdot SFr - \overline{SSy} \cdot FFr} \right\} = 0 \quad (8)$$

여기서, LFR, \overline{FSy} , \overline{SSy} 는 식 (9)과 같이 정의되고 식 (8)로부터 국부-전체 상호좌굴 해석의 결과를 그림 3의 그래프에 제시하였다.

$$\begin{aligned} LFR &= \left(\frac{m\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{b_1}{D_{22}} \left\{ b_2 D_{11L} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 - A_1 \sigma_x \right\} \\ \overline{SSy} &= \frac{D_{22}^3}{b_1^3} \alpha \beta \left(\alpha \psi^2 \sinh \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \beta \lambda^2 \cosh \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \right) (X+Y) \\ \overline{FSy} &= \frac{D_{22}^2}{b_1^3} (\alpha \beta)^2 (\chi + \phi) (X+Y) \sinh \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, X, Y 및 Q_{sym} 는 다음과 같다.

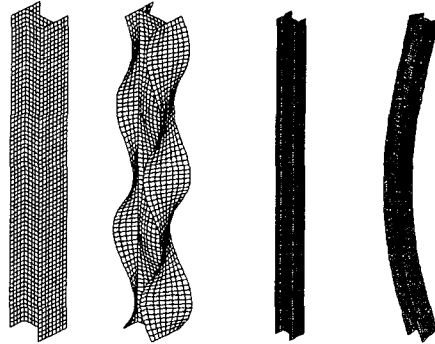
$$X = \alpha^2 - Q_{sym} \left(\frac{m\pi}{\lambda} \right)^2, Y = \beta^2 + Q_{sym} \left(\frac{m\pi}{\lambda} \right)^2, Q_{sym} = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}}$$

5. 유한요소해석

유한요소해석에 사용된 프로그램은 범용구조해석 프로그램 중의 하나인 GTSTRUDL⁽⁵⁾이다.

직교이방성 I-Shape 압축재의 모델링을 위해 단면은 일정한 상태에서 부재의 길이(24 in, 48 in, 72 in, 96 in, 120 in, 144 in)를 증가시키며 SBHQ6의 유한요소로 모델링하였다⁽⁵⁾. 하중조건으로는 양단에 등분포일축압축력을 재하하였고, 경계조건은 양단이 단순지지일 경우에 대하여 좌굴하중을 구했다. 또한 재료 및 단면성질은 앞의 이론식에서 사용된 것과 일치하게 모델링하였다.

FEM 해석을 통하여 구한 좌굴하중은 앞에서 제시한 국부, 전체, 국부-전체 상호좌굴의 값과 비교하기 위하여 좌굴계수 k로 치환하여 그래프에 나타내었다.



(a) 국부좌굴

(b) 전체좌굴

그림 2. I-Shape 압축재의 국부좌굴(a) 및 전체좌굴(b) 형상

6. 결론

본 연구에서는 직교이방성 I-Shape 압축재에 대해서 국부좌굴 및 전체좌굴을 각각 정밀해법으로 유도하였으며, 또한 국부-전체 상호좌굴식을 정밀해법으로 유도하여 그 결과를 그래프로 나타내었다.

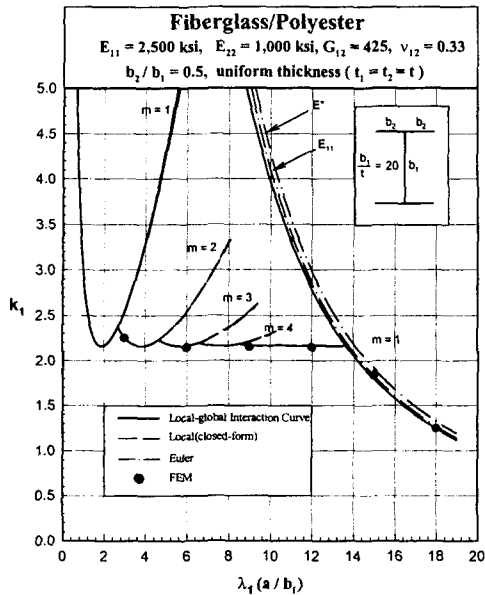


그림 3. I-Shape 압축재의 길이/폭 비에 따른 좌굴계수

표 3. 국부, 전체, 국부 - 전체 상호좌굴 및 FEM 해석 결과의 비교

$\lambda(a/b_1)$		3	6	9
Buckling mode		Local buckling	Local buckling	Local buckling
$k_{1(2)}$		2.2591 (m = 2)	2.1644 (m = 3)	2.1653 (m = 5)
$k_{1(3 \text{ or } 3)}$		2.2595 (m = 2)	2.1654 (m = 3)	2.1660 (m = 5)
$k_{1(4)}$		2.2527 (m = 2)	2.1500 (m = 3)	2.1504 (m = 5)
Diff. (%)	① vs ④	0.283	0.665	0.688
	① vs ②	0.018	0.046	0.032
$\lambda(a/b_1)$		12	15	18
Buckling mode		Local buckling	Global buckling	Global buckling
$k_{1(6)}$		2.1644 (m = 6)	1.7899 (m = 1)	1.2449 (m = 1)
$k_{1(3 \text{ or } 3)}$		2.1654 (m = 6)	1.8249 (m = 1)	1.2674 (m = 1)
$k_{1(3)}$		2.1470 (m = 6)	1.8492 (m = 1)	1.2454 (m = 1)
Diff. (%)	① vs ④	0.804	3.313	0.040
	① vs ② or ③	0.032	1.955	1.807

① Local-global interaction buckling
 ② Local buckling
 ③ Global buckling
 ④ FEM

그림 3은 부재의 길이/폭 비에 대한 좌굴계수를 나타낸 그래프로 국부좌굴, 전체좌굴, 국부 - 전체 상호좌굴 및 유한요소해석의 결과를 모두 나타내고 있다. 그림 3의 그래프에서도 알 수 있듯이 국부 - 전체 상호좌굴식은 기존의 국부좌굴과 전체좌굴을 독립적으로 해석하지 않고도 하나의 식으로 구할 수 있으며, 국부좌굴 및 전체좌굴 각각의 결과와 거의 일치함을 알 수 있다. 또한 유한요소해석의 결과도 3% 내외의 작은 오차를 나타내었다.

본 연구는 직교이방성 재료이며 단면 형상이 일반적인 경우에 대해서 상호좌굴해석을 수행한 것으로 부재 설계시 부재의 길이 즉 세장비에 따른 좌굴거동을 따로 고려하지 않고도 좌굴해석을 할 수 있을 것으로 판단된다. 그러나 비대칭 단면에서는 본 연구에서 수행된 가정사항이 맞지 않으므로 더 많은 이론적, 실험적 연구가 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

- (1) A. Zureick and D. Scott., *Short-term Behavior Design of Fiber-reinforced Polymeric Slender Members under Axial Compression.*, Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol. 1, No. 4, Nov. 1997, pp.140~149.
- (2) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., *Theory of Elastic Stability*, 2nd ed., McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, 1963.
- (3) Galambos, T.V., *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, edited by T.V. Galambos, 4th ed., A Willey-Interscience Publication, John Wiley and Sons, New York, 1988.
- (4) Bulson, P. S., *Local Stability and Strength of Structural Section*, Military Engineering Experimental Establishment, Christchurch, Hants., New York, 1969.
- (5) GTSTRUDL, *GTSTRUDL User's Manual*, Computer Aided Structural Engineering, Georgia Institute of Technology, 1993.