

압전적층판의 비선형 열압전탄성 거동에서의 스냅-스루 현상

오일권* · 이 인**

Snap-through Phenomena on Nonlinear ThermoPiezoelastic Behavior of Piezolaminated Plates

Oh Il-Kwon and Lee In

Key Words : Piezolaminated Plate, ThermoPiezoelastic, Snap-through

ABSTRACT

ThermoPiezoelastic snap-through phenomena of piezolaminated plates are numerically investigated by applying a cylindrical arc-length scheme to Newton-Raphson method. Based on the layerwise displacement theory and von-Karman strain-displacement relationships, nonlinear finite element formulations are derived for thermoPiezoelastic composite plates. From the static and dynamic viewpoint, nonlinear thermoPiezoelastic behavior and vibration characteristics are studied for symmetric and eccentric structural models with various piezoelectric actuation modes. Present results show the possibility to enhance the performance of thermal structures using piezoelectric actuators and report new phenomena, namely thermoPiezoelastic snapping, induced by the excessive piezoelectric actuation in the active suppression of thermally buckled large deflection of piezolaminated plates.

1. 서론

스마트 재료의 개발과 그에 응용은 지능구조물이라고 하는 새로운 연구분야를 탄생시키며 기존의 구조공학에 새로운 길을 열어주었다. 특히, 여러 가지 기능성 재료들 중에 압전재료는 좌굴 및 형상 제어 그리고 소음 및 진동 억제에 위한 재료로서 부각되었다.

실제 고성능 항공기 및 전투기, 우주구조물, 전자 및 정밀기계 제품에 있어, 열적 환경은 매우 중요한 고려요소로서 열변형 및 응력에 의해 시스템 자체의 성능을 급격히 저하시킬 수 있는 것으로 알려져 있다. 이런 경우 고온용 압전재와 형상 기억합금이 열 저항성을 높이기 스마트 구조 연구에 활발히 적용되고 있다. 하지만 압전적층판에 대한 진동 및 형상제어를 위한 기존의 수많은 모델링에 대한 연구가 진행되어왔음에도 불구하고 선형 및 비선형 열압전탄성(thermoPiezoelastic) 거

동에 대한 연구는 아직 미비하다.

우선 기존의 열압전탄성 거동에 대한 연구사례를 살펴보고자 한다. Ha 등[1]은 두께방향의 온도 구배에 의해 유기된 압전평판의 횡방향 열적변형을 최소화시키는 연구를 수행하였다. Tzou와 Ye[2]는 압전-금속판의 감지 및 작동력에 대한 열적 효과를 3 차원 유한요소를 개발하여 연구하였다. Lee와 Saravanos[3]는 국부적 압전 작동력과 열변형을 효과적으로 기술할 수 있는 층별변위장 이론을 도입하여 선형 열압전탄성 거동특성을 연구하였다. Smittakorn과 Heyliger[4] 등은 하이그로-열-압전-기계(hydrothermoPiezomechanical)의 완전 연성효과를 고려한 정상 및 과도응답에 대한 연구를 수행하였다. Pai 등[5]은 압전 감지 및 작동기를 포함한 스마트 복합적층판의 기하학적 비선형성을 고려한 하나의 모델을 제시하였다. Tzou 등[6,7]은 압전형 보, 평판, 그리고 쉘의 비선형 정적 및 동적 거동특성을 연구하였다. Oh, Han 그리고 Lee[8]는 열적 구조물의 성능향상의 하나로 좌굴온도를 높이고 좌굴후 거동 억제에 대한 연구를 수행하였다. 하지만 이 연구에서 쉘의

* 박사과정, 한국과학기술원 항공우주공학전공

** 교수, 한국과학기술원 항공우주공학전공

비선형 거동에서 주로 발생하는 불안정 거동특성인 스냅-스루(snap-through) 현상이 발견되었다.

본 논문은 Oh 등[8]의 연구에서 보고되어진 스냅-스루 현상을 뉴턴-랩슨법에 호길이법(arc-length method, [9])을 적용하여 현상학적 관점에서 이를 규명하였다. 본 연구의 비선형 유한요소해석에는 층별변위장 이론과 von-Karman 비선형 변위-변형을 관계가 적용되었다. 개발된 해석 프로그램의 검증을 수행하였으며 이를 이용하여, 압전재가 복합적층판의 양면과 한쪽 면에 부착된 다양한 구조 모델에 대해 각각의 압전 작동모드에 따른 비선형 거동과 진동특성을 연구하였다.

2. 층별변위 비선형 압전적층판 모델링

2.1. 비선형 층별변위 유한요소 정식화

본 연구의 비선형 유한요소 모델링에서는 층별 변위장이론과 von-Karman 비선형 변위-변형을 관계식이 적용되었다. 우선 부분 층별변위장이론에 근거한 변위장은 다음과 같다.

$$u_1 = \sum_{j=1}^{N_1} U^j(x, y, t) \Phi^j(z), \quad u_2 = \sum_{j=1}^{N_1} V^j(x, y, t) \Phi^j(z),$$

$$u_3 = W(x, y, t) \quad (1)$$

여기서 u_1 , u_2 그리고 u_3 는 각각 x , y 그리고 z 방향의 변위이고 $\Phi^j(z)$ 두께방향으로의 선형 보간 함수이다. Von-Karman 비선형 변위-변형을 관계식은 다음과 같다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x} \right)^2 = \sum_{j=1}^{N_1} \frac{\partial U^j}{\partial x} \Phi^j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \quad (2a)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial y} \right)^2 = \sum_{j=1}^{N_1} \frac{\partial V^j}{\partial y} \Phi^j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 \quad (2b)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_3}{\partial x} \frac{\partial u_3}{\partial y} = \sum_{j=1}^{N_1} \left(\frac{\partial U^j}{\partial y} + \frac{\partial V^j}{\partial x} \right) \Phi^j + \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y} \quad (2c)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_3}{\partial y} + \frac{\partial u_2}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial y} + \sum_{j=1}^{N_1} V^j \frac{d\Phi^j}{dz} \quad (2d)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} = \frac{\partial W}{\partial x} + \sum_{j=1}^{N_1} U^j \frac{d\Phi^j}{dz} \quad (2e)$$

k -번째 층에 놓인 열압전재료의 선형 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_i = Q_{ij}^{E, \Delta T} \epsilon_j - e_{ki} E_k - \alpha_i^{S, E} \Delta T_k \quad (3)$$

$$D_k = e_{kj} \epsilon_j + \epsilon_{ki}^{S, \Delta T} E_i + p_k^{S, E} \Delta T_k \quad (4)$$

여기서 e_{kj} , $\alpha_i^{S, E}$, $p_k^{S, E}$, 그리고 $\epsilon_{ki}^{S, \Delta T}$ 는 압전상수,

열팽창계수, 초전도상수, 유전률계수를 의미한다. 본 연구에서는 온도증가에 따른 물성저하는 고려하지 않았다.

작동기 만을 위한 모델에서는 두께방향으로 선형의 전기장 분포를 가정하면 열유사접급법(thermal analogy approach)이라고 불리는 기존의 Hamilton 정리를 적용하여 유한요소지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\delta \Pi = \delta(U + V) - \delta K$$

$$= \int_V \left\{ \int_V (\sigma, \delta \epsilon, -f, \delta u, -\rho \dot{u}, \delta \dot{u}) dV - \int_S T, \delta u, dS \right\} dt \quad (5)$$

$$= 0$$

식(5)에 라그랑지 형상함수와 어셈블 과정을 거쳐 다음과 같은 전체 비선형 유한요소 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P + \frac{1}{2}\mathbf{KN1} + \frac{1}{3}\mathbf{KN2})\mathbf{u} = \mathbf{F}^{\Delta T} + \mathbf{F}^P \quad (6)$$

여기서 \mathbf{M} , \mathbf{K}_0 , $\mathbf{K}^{\Delta T}$, \mathbf{K}^P , $\mathbf{KN1}$, $\mathbf{KN2}$, $\mathbf{F}^{\Delta T}$ 그리고 \mathbf{F}^P 는 질량, 선형강성, 기하열강성, 기하압전강성, 일차비선형강성, 그리고 이차비선형강성을 의미한다. 식(6)의 세부적인 유도는 Oh 등[8]의 논문에서 자세히 기술되어 있다.

식(6)에서 정적 대변형과 미소진동을 가정하면 다음과 같은 연계된 두 방정식을 얻을 수 있다.

$$(\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P + \frac{1}{2}\mathbf{KN1}(u_s) + \frac{1}{3}\mathbf{KN2}(u_s))\mathbf{u}_s = \mathbf{F}^{\Delta T} + \mathbf{F}^P \quad (7)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_s + (\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}^{\Delta T} - \mathbf{K}^P + \mathbf{KN1}(u_s) + \mathbf{KN2}(u_s))\mathbf{u}_s = \mathbf{0} \quad (8)$$

2.2. 열압전탄성 스냅-스루 및 진동해석

기존의 Oh 등[8]의 연구에서는 스냅-스루처럼 보이는 불안정 거동 특성 때문에 압전적층판의 완전한 비선형 거동을 이해할 수 없었다. 본 연구에서는 스냅-스루를 해석하기 위해 호길이법(arc-length method, [9])을 뉴턴-랩슨 반복법에 적용하였다. 식(7)을 다시 정리하면 변위와 하중인자의 함수인 불평형력 $\mathbf{q}(u_s, \lambda_p)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{q}(u_s, \lambda_p) = (\mathbf{K}_0 - \mathbf{K}^{\Delta T} - \lambda_p \mathbf{K}_0^P + \frac{1}{2}\mathbf{KN1}(u_s) + \frac{1}{3}\mathbf{KN2}(u_s))\mathbf{u}_s \quad (9)$$

$$- \lambda_p \mathbf{F}_0^P - \mathbf{F}^{\Delta T} = \mathbf{0}$$

비선형 불평형력식 (9)를 풀기 위해 $(i+1)$ -반복 계산에서 일차 Taylor 전개를 사용하여 선형화 시키면 다음과 같은 증분변위를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{u}_s^{i+1} &= \frac{\partial \mathbf{q}^{i-1}}{\partial \mathbf{u}_s} \left(-\mathbf{q}^i(\mathbf{u}_s^i, \lambda_p^i) - \delta \lambda_p^{i+1} \frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_p} \right) \\ &= \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i + \delta \lambda_p^{i+1} \delta \mathbf{u}_{sT}^i\end{aligned}\quad (10)$$

여기서

$$\frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \mathbf{u}_s} = \mathbf{K}\mathbf{0} - \lambda_p^i \mathbf{K}_0^p - \mathbf{K}^{\Delta T} + \mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s^i) + \mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s^i) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}^i}{\partial \lambda_p} = -\mathbf{K}_0^p \mathbf{u}_s^i - \mathbf{F}_0^p \quad (12)$$

증분과 반복량의 관계식은 다음과 같다.

$$\lambda_p^{i+1} = \lambda_p^i + \delta \lambda_p^{i+1}, \quad \Delta \lambda_p^{i+1} = \Delta \lambda_p^i + \delta \lambda_p^{i+1} \quad (13a)$$

$$\mathbf{u}_s^{i+1} = \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1}, \quad \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \mathbf{u}_s^{i+1} \quad (13b)$$

여기서 식(10)에서 미지수는 단지 $\delta \lambda_p^{i+1}$ 하나이다. 이를 구하기 위해 본 연구에서는 다음과 같은 원통형 호길이법(cylindrical arc-length method, [9])에 의한 하나의 스칼라 방정식을 도입하였다.

$$\Delta \mathbf{u}_s^{i+1T} \Delta \mathbf{u}_s^{i+1} = \Delta \mathbf{u}_s^{iT} \Delta \mathbf{u}_s^i = \Delta l^2 \quad (14)$$

식 (10)과 (13)식들을 식(14)에 대입하면 $\delta \lambda_p^{i+1}$ 에 대한 다음과 같은 이차방정식을 얻을 수 있다.

$$a_1 \delta \lambda_p^{i+1 2} + a_2 \delta \lambda_p^{i+1} + a_3 = 0 \quad (15)$$

여기서

$$a_1 = \delta \mathbf{u}_{sT}^{i+1 T} \delta \mathbf{u}_{sT}^i$$

$$a_2 = 2\delta \mathbf{u}_{sT}^{i+1 T} (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i) \quad (16)$$

$$a_3 = (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i)^T (\Delta \mathbf{u}_s^i + \delta \bar{\mathbf{u}}_s^i) - \Delta l^2$$

$\delta \lambda_p^{i+1}$ 의 두 근 중에서 $\Delta \mathbf{u}_s^i$ 와 $\Delta \mathbf{u}_s^{i+1}$ 의 방향코사인인 예각이 되는 값을 취하였다. 수렴반별을 위하여 $\varepsilon_u = 1.0 \times 10^{-5}$ 값을 갖는 변위 수렴판별식 [10]을 사용하였다.

수렴된 변위를 구한 후에는 식(8)에서 다음과 같은 대변형을 고려한 미소 진동해석식을 얻을 수 있다.

$$[\mathbf{K}\mathbf{0} - \mathbf{K}^{\Delta T} - \lambda_p \mathbf{K}_0^p + \mathbf{K}\mathbf{N1}(\mathbf{u}_s) + \mathbf{K}\mathbf{N2}(\mathbf{u}_s) - \omega^2 \mathbf{M}]\{\Phi\} = \mathbf{0} \quad (17)$$

전체 시스템 행렬구성에서는 스카이라인 저장방식이 사용되었으며 고유치해석에는 부공간반복법(Subspace Iteration Method, [10])이 사용되었다. 스냅-스루 과정에서 발생하는 강성행렬의 non-positive definite 특성 때문에 음의 고유치를 갖게 되는데 이런 경우 진동해석은 생략하였다.

3. 결과 및 토의

3.1. 압전적층판의 모델

본 해석에서는 Fig. 1 과 같은 네 개의 압전적층판을 해석하였다. 사용된 약자의 정의는 다음과 같다.

S: Symmetric E: Eccentric
F: Fully covered P: Partially covered

유한요소모델은 9 절점요소의 13X13 격자가 사용되었으며 사용된 재료의 물성치와 단층의 두께는 Table 1 과 같다. 기하학적인 형상은 다음과 같다.

$$a = b = 120\text{mm} \text{ and } c_{\text{BASE}} = 1\text{mm}.$$

모든 구조모델에서 경계조건은 단순지지 경계조건이면 구속점은 [0/+45/-45/90]s 복합적층판의 중립면에 위치한다.

$$W = U^m = 0 \quad \text{at } x=0, a \quad (18a)$$

$$W = V^m = 0 \quad \text{at } y=0, b \quad (18a)$$

여기서 m 은 복합적층판의 중립축을 의미한다.

구조모델들에 따른 전기적 작동모드가 나누어지며 Table 2 에 압전모드에 따른 구조적 변형을 정리하였다. 부분적으로 부착된 압전제의 경우 동일 면에서 전압분포는 모두 같다.

3.2. 열좌굴온도 향상 및 압전적층판의 스냅-스루

우선 열적구조물의 성능향상을 위한 가능성을 타진하기 위해 열적 좌굴온도 향상에 대한 해석을 수행하였다. 여기서 적용된 모델은 S.F.와 S.P.로써 모두 대칭적층 형태이고 작동모드도 in-phase 상태이다. Fig. 2 는 같은 전기장하에서 S.F.모델의 경우가 S.P.모델보다 열좌굴온도가 크게 향상됨을 보여준다. 또한 S.F.모델의 경우 (S2)모드의 -300Volts 에서 두 배의 좌굴온도 향상을 보여주고 있다.

다음은 열변형 상태에 있는 S.F.모델이 (S3)작동에 의한 비선형 거동을 해석하였으며 Fig. 3.a 에 이를 제시하였다. 좌굴전 상태에서 (S3)작동은 불안정 특성이 없이 횡방향 하중이 발생하지만 좌굴 후 상태에서는 임의의 전기장에서 또 다른 평형점이 존재하고 있음을 알 수 있다. 우리는 이런 현상을 ‘열압전탄성 스냅-스루(thermopiezoelastic snap-through)’라고 정의하였다. 이런 현상은 실제 압축하중을 받는 구조물의 횡방향 변형억제와 진동제어 시 발생할 수 있기 때문에 이에 대한 이해가 선행되어야 할 것으로 생각된다. Fig. 3.b 는 Fig.

3.a 에서 제시된 변형상태에서의 미소진동해석 결과이다. 결과에서 알 수 있듯이 스냅-스루 영역에서 시스템 강성이 non-positive definite 한 영역이 존재하기 때문에 음의 고유치가 나타난다. 이는 물리적으로 타당치 않으며 이런 상태에서는 동적으로 매우 불안정할 수 있음을 의미한다.

다음은 대칭적층모델인 S.F와 S.P의 좌굴후 변형상태($\Delta T/\Delta T_{cr,G} = 1.5$)에서 다양한 압전 작동모드에 따른 거동을 해석하였다. Fig. 4.a 와 Fig. 4.b 는 대칭적층모델에서의 스냅-스루 거동을 보여주고 있다. (S1)과 (S4)작동에 의해서는 열적으로 좌굴된 변형들을 오히려 증가시키고 있으며 (S2)와 (S3)작동은 변형을 감소시키고 있다. 하지만 (S3)작동모드의 경우 임계 전기장에서 스냅-스루 현상이 발생하였다.

마지막 예제는 압전재가 한면에만 부착된 모델인 E.F와 E.P에 대한 비선형 거동이다. 밀면에 압전재가 부착된 경우는 일정온도상승 상태에서 편심효과에 의해 밀로(음의) 횡방향 변형이 발생한다. 무차원 온도증가가 $\Delta T/\Delta T_{cr,G} = 0.5, 1.0, 1.5$ 인 경우에 열적 변형을 줄이기 위해 (E2)모드로 가진 하였으며 이의 비선형 거동을 Fig. 5.a 와 5.b 에 제시하였다. $\Delta T/\Delta T_{cr,G} = 0.5, 1.0$ 인 경우에는 성공적으로 횡방향 변형이 억제되었지만 $\Delta T/\Delta T_{cr,G} = 1.5$ 인 경우는 모두 스냅-스루 현상이 발생하고 있다. 따라서 스냅-스루 현상이 발생하지 않고 횡방향 변형이 억제가 가능한 온도가 존재한다고 볼 수 있으며 이 범위이내에서 성공적인 형상제어가 가능할 것이라 생각된다.

4. 결론

본 연구에서는 층변위 비선형 유한요소법을 사용하여 압전적층판의 비선형 열압전탄성 거동을 고찰하였다. 열압전탄성 스냅-스루 현상을 규명하기 위해 호길이법(arc-length method)와 뉴튼랩슨 반복법을 적용하였다. 대칭 및 편심된 구조모델들에 대해 다양한 작동모드별로 비선형 거동이 연구되었다. 대칭 구조모델들에서 (S2)모드에 의해 유기되는 전기력은 열좌굴하중을 효과적으로 높일 수 있었다. 또한 대칭 구조모델의 좌굴된 패널의 횡방향 변형량을 줄이기 위한 연구에서는 (S3)모드에서 스냅-스루라고 하는 급격한 평형점의 이동이 발생하였다. 비대칭 구조모델들에 대한 (E2)모드의 비선형 거동에서는 횡방향 변형이 억제 가능

한 온도범위가 존재함을 알 수 있었다. 본 연구에서는 비선형 열압전탄성 거동에서 발생하는 스냅-스루 현상에 대하여 해석적으로 고찰하였으며 향후 면내 압축을 받는 패널의 형상 및 진동제어에 있어 이에 대한 연구가 선행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. Ha, S.K., Keilers, C., and Chang, F.K., "Finite Element Analysis of Composite Structures Containing Distributed Piezoceramic Sensors and Actuators," *ALAA Journal*, Vol. 30, No. 3, 1992, pp. 772-780.
2. Tzou, H.S., and Ye, R., "Piezothermoelasticity and Precision Control of Piezoelectric Systems: Theory and Finite Element Analysis," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 116, Oct. 1994, pp. 489-495.
3. Lee, H.J., and Saravanos, D.A., "Generalized Finite Element Formulation for Smart Multilayered Thermal Piezoelectric Composite Plates," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 26, 1997, pp. 3355-3371.
4. Smittakorn, W., and Heyliger, P. R., "A Discrete-Layer Model of Laminated Hygrothermopiezoelectric Plates," *Mechanics of Composite Materials and Structures*, Vol. 7, 2000, pp. 79-104.
5. Pai, P.F., Nayfeh, A.H., Oh, K. and Mook, D.T. "A Refined Nonlinear Model of Piezoelectric Plates," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, No. 12, 1993, pp. 1603-1630.
6. Tzou, H.S., and Zhou, Y.H., "Nonlinear Piezothermoelasticity and Multi-Field Actuations, Part 2: Control of Nonlinear Deflection, Buckling and Dynamics," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 119, July 1997, pp. 382-389.
7. Bao, Y., Tzou, H. S. and Venkayya, V.B. "Analysis of Nonlinear Piezothermoelastic Laminated Beams with Electric and Temperature Effects," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 209, No. 3, 1998, pp. 505-518.
8. Oh, I.K., Han, J.H., and Lee, I., "Postbuckling and Vibration Characteristics of Piezolaminated Composite Plate Subject to Thermopiezoelectric Loads," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 233, No. 1, 2000, 19-40.
9. Crisfield, M. A., *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol. 1, John Wiley & Sons Ltd., New York, 1997, pp. 252-333.
10. Bathe, K.J., *Finite Element Procedure*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.

Table 1 Material properties of the graphite-epoxy and PZT-5A layers

Properties	Graphite-epoxy	PZT-5A
E_1 (GPa)	150	63
E_2 (GPa)	9.0	63
G_{12} (GPa)	7.1	24.2
G_{23} (GPa)	2.5	24.2
ν_{12}	0.3	0.3
α_1 ($10^{-6}/^\circ\text{C}$)	1.1	0.9
α_2 ($10^{-6}/^\circ\text{C}$)	25.2	0.9
e_{31} (10^{-12}m/V)	0	254
e_{32} (10^{-12}m/V)	0	254
ρ (kg/m^3)	1600	7600
		$C_{S.F.}=0.1000$
		$C_{S.P.}=-0.2086$
		$C_{E.F.}=-0.2000$
		$C_{E.P.}=-0.4173$
Reference temperature ($^\circ\text{C}$)	20	20

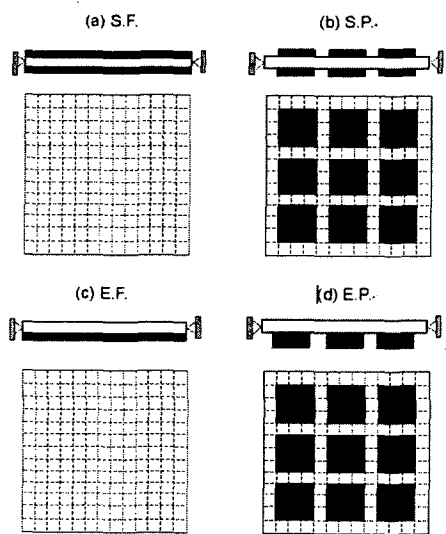


Fig. 1. Structural models of piezolaminated plates.

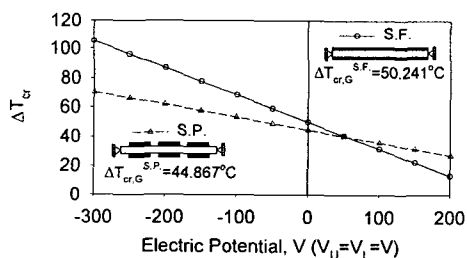

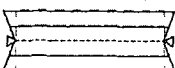
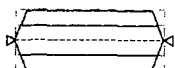
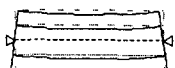
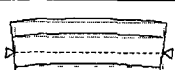
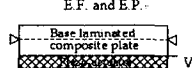


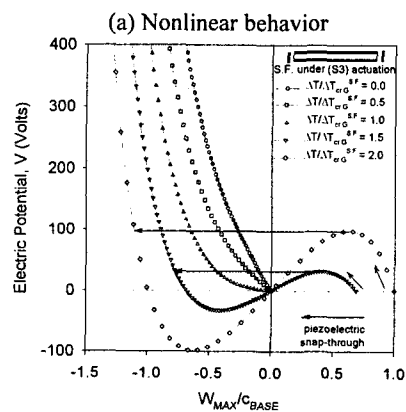


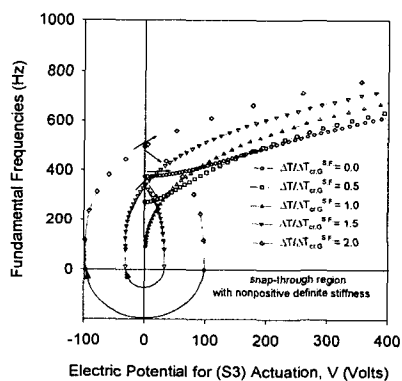
Fig. 2. Enhancement of thermal buckling temperatures.

Table 2 Piezoelectric deformation according to various actuation modes.

Structural Model ^a	Actuation Modes ^b	Piezoelectric deformation ^c
S.F. and S.P. 	(S1) ^d $V_L = +V$ $V_U = +V$	
	(S2) ^d $V_L = -V$ $V_U = -V$	
	(S3) ^d $V_L = +V$ $V_U = -V$	
	(S4) ^d $V_L = -V$ $V_U = +V$	
E.F. and E.P. 	(E1) ^d $V_L = +V$	
	(E2) ^d $V_L = -V$	



(a) Nonlinear behavior



(b) History of fundamental frequency

Fig. 3. Thermopiezoelectric snap-through phenomena and vibration characteristics of S.F. model with (S3) actuation under thermal pre- and post-buckling states.

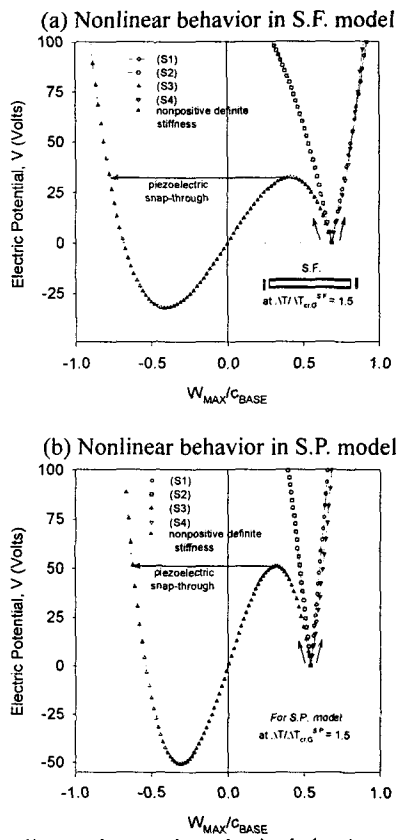


Fig.4. Nonlinear thermopiezoelectric behaviors of S.F. and S.P. models by various actuation modes under thermally postbuckled state.

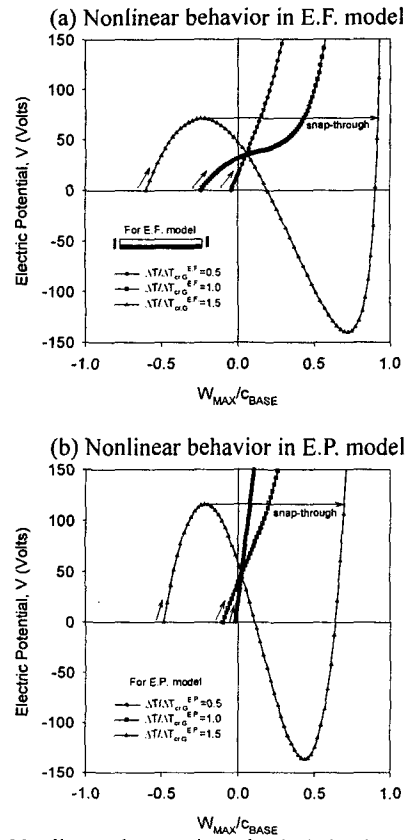


Fig. 5 Nonlinear thermopiezoelectric behaviors of E.F. and E.P. models with (E2) actuation for various temperatures.