

# 경계요소법에 의한 수직원주에 작용하는 파력해석

## Wave Force Analysis Acting on a Vertical Circular Cylinder by Boundary Element Method

김남형\*, 박민수\*\*  
Nam Hyeong Kim, Min Su Park

---

### Abstract

To solve the interaction of incident monochromatic waves with a bottom-fixed vertical circular cylinder, a numerical analysis by boundary element method is developed using three-dimensional linear potential theory. A numerical analysis by boundary element method is based on Green's theorem and introduce to an integral equation for the fluid velocity potential around the vertical circular cylinder. These numerical results are compared with those of ManCamy and Fuchs(1954) and Williams and Mansour(2002), and it has shown good relationship with their results. This numerical analysis developed by boundary element method will be applied for various offshore structures to be constructed in coastal zones in the future.

*Key word: Vertical circular cylinder, Green's theorem, Boundary element method, Wave force analysis*

---

### 요 지

해저면 바닥에 고정된 수직 원형 실린더에 입사파의 상호작용 문제를 풀기위해, 경계요소법에 의한 수치 해석이 3차원 선형포텐셜 이론으로 개발되었다. 경계요소법에 의한 수치해석은 그린함수에 기초하고, 수직 원형 실린더 주위의 유체 속도 포텐셜을 위해 적분식을 이용하였다. 경계요소법에 의한 수치해석은 ManCamy and Fuchs(1954), Williams and Mansour(2002)의 해석해와 비교하였고, 그 결과는 정성적으로 잘 일치하고 있음을 확인하였다. 이 수치해석은 앞으로 해안지역에 설치되는 다양한 해양구조물에 적용할 수 있을 것으로 생각된다.

**핵심용어: 수직 원형 실린더, 그린함수, 경계요소법, 파력해석**

---

## 1. 서론

해양 구조물과 주변유체와의 상호작용은 구조물에 의한 파의 회절, 산란과 작용파력의 문제는 속도 포텐셜에 관한 경계값 문제로 취급한다. 선형화된 자유표면조건을 이용하는 것을 선형 회절파이론이라 하며 선형 회절파이론은 이론적 취급이 용이한 것으로부터 여러 가지 계산법이 제안되고 있다. 원기둥에 의한 파의 산란문제는 해양공학 분야에서 해석해가 존재하는 대표적인 문제로 MacCamy and Fuchs(1954)의 해가 제안되

---

\* 정회원 · 제주대학교 토목환경공학전공 교수 · E-mail : [nhkim@cheju.ac.kr](mailto:nhkim@cheju.ac.kr)

\*\* 정회원 · 제주대학교 토목해양공학과 석사과정 · E-mail : [su7647@hanmail.net](mailto:su7647@hanmail.net)

어졌으며, 원기둥 표면의 파고와 최대파고는 Sarpkya and Isaacson(1981)에 의해 표현되었다.

경계요소법(김과 서, 1995; 김 등, 2004)은 적분방정식의 유도방법의 차이에 의해, 직접경계요소법(Direct boundary element method)과 간접경계요소법(Indirect boundary element method)으로 나누어진다. 직접법은 Green의 적분공식이나 Cauchy의 적분공식 등을 이용하여 적분방정식을 유도하는 것이다.

본 연구에서는 직접경계요소법에 Green함수를 사용하여 경계조건으로서 양단에 포텐셜값( $\Phi$ )을 지정하고, 일단에서 포텐셜값( $\Phi$ )과 타단에서의 미분포텐셜( $d\Phi/dx$ )값을 지정하는 Dirichlet형 경계조건을 사용하여 수치해석프로그램을 개발하고, 이 수치해석 프로그램을 검증하기 위해 직립원주에 의한 파랑의 산란문제에 관한 대표적인 해석해인 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 비교하고, 구조물에 작용하는 최대파고는 Williams and Mansour(2002)의 해석해와 비교해 보았다.

## 2. 경계요소법

### 2.1 기초방정식

유체를 비압축성, 비점성, 비회전운동으로 가정하면 자유표면의 파고와 구조물 사이의 유체운동은 미소하다. Fig 1.에서와 같이  $x$ 축과  $y$ 축을 정수면 내에서 수평 직각방향으로 잡고,  $z$ 축을 연직 방향으로 잡는다. 유체입자의 운동이 주파수( $\omega$ )를 갖고 주기운동을 한다면 입사파는 규칙파로  $x$ 축의 양의 방향과  $\theta$ 의 각도를 이루면서 들어오면 속도 포텐셜을 다음과 같이 나타낸다.

$$\Phi(x, y, z) = R_e(\phi(x, y, z)e^{-i\omega t}) \quad (1)$$

여기서,  $R_e(\ )$ 은 ( )내의 실수부를 취한다는 의미이다.

식(1)의 전체포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi = \phi_0 + \phi_d \quad (2)$$

여기서,  $\phi_0$ 는 입사파이고  $\phi_d$ 는 산란파이며 입사파의 진폭을  $H/2$ 라하고 입사파의 속도포텐셜과 산란파의 속도포텐셜에 대입하면 다음과 같다.

$$\phi_0 = -i \frac{g}{\omega} \frac{H}{2} \psi_0, \quad \phi_d = -i \frac{g}{\omega} \frac{H}{2} \psi_d \quad (3)$$

여기서,  $\psi_0 = \frac{\cosh(z+h)}{\cosh kh} e^{ik(x\cos\theta + y\sin\theta)}$ 이며  $k$ 을 파수라하고,  $\omega$ 을 주파수라하면 분산식  $\omega^2 = gk \tanh kh$ 를 만족한다. 결국, 식(3)의  $\psi_0$ 은  $\psi_d$ 에 대한 경계값 문제로 정식화 하여 해를 구할 수 있다.

정식화한 산란파의 속도포텐셜  $\psi_d$ 에 관한 경계값 문제는 아래와 같다.

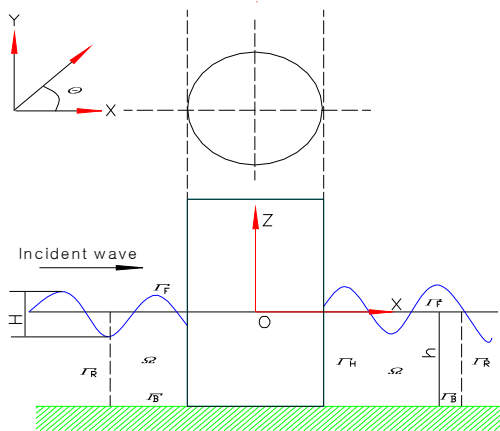


Fig 1. Definition Sketch for Cylinder Diffraction Problem.

● 라플라스 방정식

$$\nabla^2 \psi_d = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4.a)$$

● 자유표면 경계조건

$$\frac{\partial \psi_d}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \psi_d = 0 \quad \text{in } \Gamma_F \quad (4.b)$$

● 구조물 표면 경계조건

$$\frac{\partial \psi_d}{\partial n} = - \frac{\partial \psi_0}{\partial n} \quad \text{in } \Gamma_H \quad (4.c)$$

● 해지면 경계조건

$$\frac{\partial \psi_d}{\partial n} = 0 \quad \text{in } \Gamma_B \quad (4.d)$$

● 무한원방 방사조건

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial \psi_d}{\partial R} - ik\psi_d \right) = 0 \quad \text{in } \Gamma_R \quad (4.e)$$

구조물의 형상은 Fig.1에 나타난 임의의 단면을 가지는 주상구조물에 한정할 수 있으며, 식(4.a)~(4.e)는 2차원의 경계값 문제로 변환된다. 결국,  $\psi_d$ 에 관한 경계값 문제로 해석되므로 파장의 속도포텐셜을 결정하고, 이것을 이용하여 파압과 파력을 산정한다.

## 2.2 경계요소 방정식의 전개

$\psi_d$ 의 지배 방정식은 Helmholtz 방정식이며  $G$ 는 Helmholtz 방정식의 기본해이다.

$$\nabla G + k^2 G + \delta(x - \xi, y - \eta) = 0 \quad (5)$$

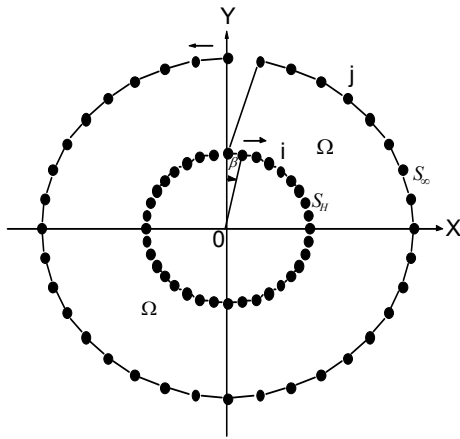


Fig 2. Numerical Model Configuration.

최종적인 적분 방정식은 구조물 표면의 폐곡선  $S_H$ 의 적분 방정식인 아래와 같다.

$$\frac{1}{2}\psi_{di} + \int_{S_H} \psi_d \frac{\partial G}{\partial n} ds = - \int_{S_H} \frac{\partial \psi_d}{\partial n} G ds \quad (8)$$

2차원의 Helmholtz 방정식의 기본해는 아래와 같다.

$$G = \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(kr), \quad r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$$

경계값문제는 적분방정식으로 정의된다.

$$\frac{1}{2}\psi_{di} + \int_{S_H + S_\infty} \psi_d \frac{\partial G}{\partial n} ds = \int_{S_H + S_\infty} \frac{\partial \psi_d}{\partial n} G ds \quad (6)$$

식(6)의  $S_\infty$ 에 관해 적분한 항을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \int_{S_\infty} \psi_d \frac{\partial G}{\partial n} ds - \int_{S_\infty} \frac{\partial \psi_d}{\partial R} G ds \\ &= -\frac{1}{4i} \sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_{S_\infty} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{R}} \left( \frac{\partial \phi_d}{\partial r} - ik\psi_d \right) ds \quad (7) \\ &= -\frac{1}{4i} \sqrt{\frac{2}{\pi k}} e^{-ik\frac{\pi}{4}} \int_0^{2\pi} e^{ikR} \sqrt{R} \left( \frac{\partial \psi_d}{\partial R} - ik\psi_d \right) d\theta \end{aligned}$$

## 3. 수치해석 및 고찰

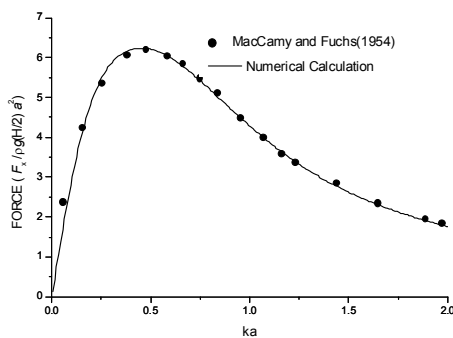


Fig 3. Dimensionless Hydrodynamic Forces on a Single Circular Cylinder for  $h/a=5.0$ .

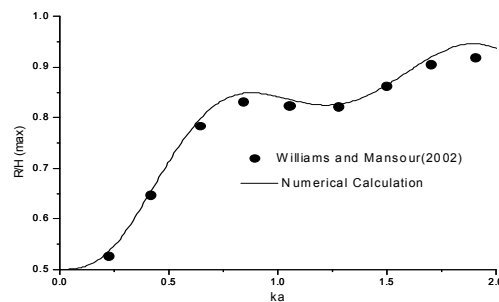


Fig 4. Maximum Run-up Profiles on the Outer Walls of a Single Circular Cylinder for  $h/a=5.0$ .

Fig. 3에서는 한개의 불투과성 원기둥에 작용하는 파력을 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 비교하여보았다. 계산에서 무차원화된 수심( $h/a$ )은 5.0이다.  $x$ 축은  $ka$ 로 무차원화된 파장으로 잡았고,  $y$ 축은  $\rho g (H/2)a^2$ 으로 무차원화된  $x$ 방향의 파력을 나타낸다. 계산결과는 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 잘 일치하고 있음을 보

여주고 있다.

Fig. 4는 불투과성 원기둥에 입사파의 파향과 직각인 한점에서의 최대파고를 계산한 것으로 Williams and Mansour(2002)의 해석해와 비교하였다.  $x$ 축은 무차원화된 파장( $ka$ )으로 잡고,  $y$ 축은 무차원화된 최대파고( $R/H$ )를 나타낸다. 계산결과는 Williams and Mansour(2002)의 해석해와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

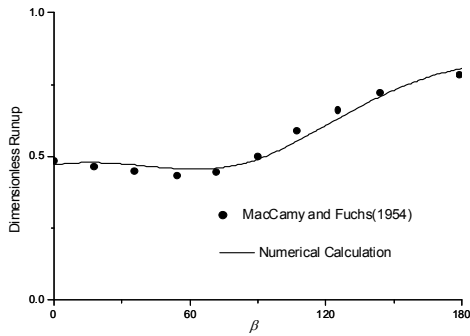


Fig 4. Run-up Profiles on the Outer Walls of a Single Circular Cylinder for  $ka=6.0$

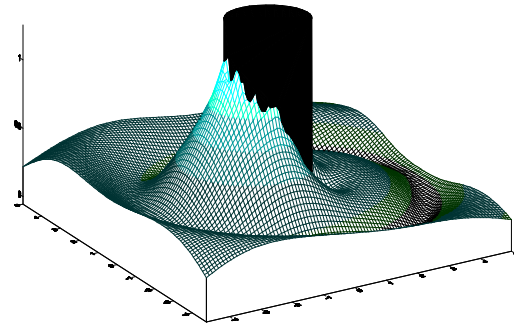


Fig 5. Three-dimension Free-surface Elevation in the Vicinity of a Vertical Circular Cylinder for  $h/a=5.0$  and  $ka=1.5$ .

Fig.5는 불투과성 원기둥의 외부벽면에 작용하는 파고를 무차원화하여 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 비교하였다.  $x$ 축을 각도로 잡고,  $y$ 축은 무차원화된 파고를 나타낸다. 계산결과는 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다.

Fig.6은 특정주파수( $ka = 1.5$ )에서의 불투과성 원기둥 주위의 파고를 입사파의 파고( $H$ )로 나눈 파고 분포를 나타낸 것이다.

## 5. 결 론

직접경계요소법에 Green함수를 이용한 불투과성 원기둥에 작용하는 파력을 MacCamy and Fuchs(1954)의 해석해와 비교해 보았고, 입사파와 직각에 있는 불투과성 원기둥의 한점에 작용하는 최대파고를 Williams and Mansour(2002)와 비교해 보았으며, 불투과성 원기둥 외부에 작용하는 파고를 MacCamay and Fuchs(1954)의 해석해와 비교해 보았다.

경계요소법을 이용한 수치해석결과와 해석해(MacCamy and Fuchs, 1954; Williams and Mansour, 2002)의 비교결과를 통하여 본 연구에서 개발된 수치해석 프로그램의 타당성을 검증 할 수 있었다.

## 참고문헌

- 김남형, 서일교 공역. (1995). 경계요소법기초, 원창출판사.
- 김남형, 박구용, 조일형 공역. (2004). 해안파동, 구미서관.
- MacCamy, R.C. and Fuchs, R.A. (1954). Wave forces on piles: a diffraction theory. Tech. Memo No.69, US Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board.
- Sarpkya, T. and Isaacson, M. (1981). Mechanics of wave forces on offshore structures. Van Nostrand Reingod, New York.
- Williams, A.N. and Mansour, A.M. (2002). The diffraction of linear waves by a uniform vertical cylinder with cosine-type radial perturbations. J. Ocean Engineering, 29, PP. 239-259.