

신경회로망 기반의 슬라이딩 평면을 이용한 강인한 극배치 제어에 관한 연구

김민찬*, 박승규**, 왕범광**, 객군평**

*창원대학교 메카트로닉스 공학부, **창원대학교 전기공학과

A Study on Robust Pole Placement Control Using Sliding Surface based on Neural Network

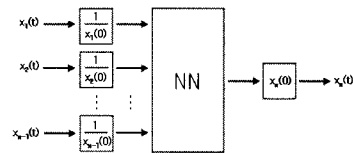
Min-Chan Kim*, Seung-Kyu Park**, Fa Guang Wang**, Gun Pyong Kwak**

*School of Mechatronics Engineering, Changwon National University

**Department of Electrical Engineering, Changwon National University

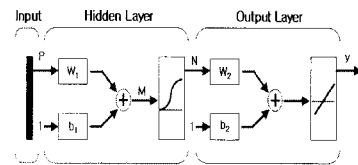
Abstract - 본 논문에서는 극배치(pole placement) 제어 시스템의 상태들에 의해서 훈련된 신경 회로망(Neural Network)을 기반으로 새로운 슬라이딩 평면의 설계 기법을 제안한다. 훈련된 데이터를 가진 신경 회로망은 극배치 제어의 성능을 가지며 새로운 슬라이딩 평면을 설계하는데 사용된다. 그 결과 시스템의 파라미터 불확실성이 존재 하더라도 제안된 슬라이딩 평면으로서 슬라이딩 모드 제어의 강인성이 신경회로망을 통한 극배치 제어의 성능에 추가되는 것이 가능하다.

의 상태를 나타내기 위한 신경 회로망이 사용되었다.



<그림 1> NSR에서의 신경 회로망 블록

또한 신경 회로망의 유형은 그림 2와 같은 feed-forward 2층 신경 회로망이 사용되었다.



<그림 2> 2층 신경 회로망

여기서 $x_n(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) & \dots & x_{n-1}(t) \end{bmatrix} \in R^{n-1}$ 는 입력벡터, $\frac{x_n(t)}{x_n(0)} \in R$ 는 출력벡터, k 는 은닉층(Hidden Layer)의 뉴런수, $W_1 \in R^{k \times n}$ 은 은닉층의 가중값, $b_1 \in R^k$ 은 은닉층의 바이어스, $W_2 \in R^{1 \times k}$ 와 $b_2 \in R$ 은 각각 출력층(Output Layer)의 가중값과 바이어스이다.

신경 회로망으로부터 NSC는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\frac{x_n(t)}{x_n(0)} = W_2 N(t) + b_2 \quad (7)$$

$$N(t) = \text{logsig}(M(t)) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + e^{-(m_1(t) + b_{1,1})}} \\ \frac{1}{1 + e^{-(m_2(t) + b_{1,2})}} \\ \vdots \\ \frac{1}{1 + e^{-(m_k(t) + b_{1,k})}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_k(t) \end{bmatrix}$$

$$M(t) = W_1 X_n(t) + b_1$$

$$= \begin{bmatrix} W_{1(1,1)} x_1(t) + W_{1(1,2)} x_2(t) + \dots + W_{1(1,n-1)} x_{n-1}(t) \\ W_{1(2,1)} x_1(t) + W_{1(2,2)} x_2(t) + \dots + W_{1(2,n-1)} x_{n-1}(t) \\ \vdots \\ W_{1(k,1)} x_1(t) + W_{1(k,2)} x_2(t) + \dots + W_{1(k,n-1)} x_{n-1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1(1)} \\ b_{1(2)} \\ \vdots \\ b_{1(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1(t) + b_{1(1)} \\ m_2(t) + b_{1(2)} \\ \vdots \\ m_k(t) + b_{1(k)} \end{bmatrix}$$

이며 $W_{1(i,j)}$ 는 행렬 W_1 의 i 번째 행과 j 번째 열, $b_{1(i)}$ 는 벡터 b_1 의 i 번째 요소이다. 극배치 제어된 공칭 시스템의 상태로부터 얻은 데이터를 이용하여 훈련을 하기 위한 방법은 역전파 알고리즘이 적용되었다. 또한 훈련된 신경 회로망은 본 논문에서 제안된 슬라이딩 평면을 설계하기 위하여 사용되고 이 슬라이딩 평면은 극배치 제어의 성능을 가질 수 있다.

4. 훈련된 신경회로망을 가진 슬라이딩 평면의 설계

식(7)에서 상태들 사이의 비선형 관계를 이용하여 제안된 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의된다.

$$s = \frac{x_n(t)}{x_n(0)} - (W_2 N(t) + b_2) \quad (8)$$

$W_2 N(t)$ 를 미분하면 다음 식을 얻을 수가 있다.

$$W_2 \frac{dN(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^k W_{2(j)} \frac{-W_{1(j,i)} e^{-(m_j(t) + b_{1,j})}}{(1 + e^{-(m_j(t) + b_{1,j})})^2} x_i(t) \quad (9)$$

1. 서 론

슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control)는 시스템의 강인성을 향상시키는데 사용되어져 왔다[1-2]. 또한 슬라이딩 모드 제어 이외의 다른 제어 시스템에 슬라이딩 모드 제어의 강인성이 더해지면 바람직하겠지만 전형적인 슬라이딩 모드 제어는 다른 제어 방법에 대한 강인성을 부여할 수가 없다. 왜냐하면 슬라이딩 평면에서 상태들의 선형 종속성이 시스템의 동특성 차수보다 낮은 차수의 동특성을 갖게 하기 때문이다. 그러므로 슬라이딩 평면은 공칭 제어기에 의해서 제어되는 공칭 시스템의 동특성을 가질 수 없다. 추가의 상태를 가진 증가된 시스템(augmented system)을 정의함으로써 공칭 시스템의 동특성을 가질 수 있는 슬라이딩 평면이 제안되었다[3-4]. 하지만 이 슬라이딩 평면은 제어기의 차수를 증가시킬 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 공칭 상태 관계(Nominal States Relationship)를 사용한 특별한 슬라이딩 평면을 제안한다. NSR은 바람직한 특성을 갖는 공칭 시스템에서 상태들 사이의 관계를 나타낸다. 본 논문에서는 공칭 시스템에 대하여 서로 다른 실근을 제공하는 극배치를 고려하며 NSR은 공칭 시스템의 상태 데이터를 이용하여 신경 회로망으로 훈련되어 근사화 된다. 근사화를 위해서는 feed-forward 다층 신경 회로망을 도입하였다[5]. 얻어진 NSR은 슬라이딩 평면을 정의하기 위하여 사용되고 이 슬라이딩 평면은 공칭 시스템의 특성을 가질 수 있다. 그러므로 본 논문에서 제안된 SMC를 가진 극배치 제어는 불확실성을 갖는 시스템에 대하여 강인성을 가질 수 있다는 것을 알 수 있다.

2. 문제 설정

다음과 같은 파라미터 불확실성과 미지의 외란을 갖는 n 차 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + B u(t) + D f(t) \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 시스템의 상태, $u \in R^m$ 는 제어입력, $f \in R^l$ 는 미지의 외란이며 유계된 불확실성 ΔA 와 외란행렬 D 는 다음과 같은 정합조건을 만족한다.

$$\text{rank}(\begin{bmatrix} B & \Delta A & D \end{bmatrix}) = \text{rank} B \quad (2)$$

위의 조건으로부터 식(1)은 다음 식으로 변환이 가능하다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + B h(t) \quad (3)$$

여기서 $h(t) = \Delta A x(t) + D f(t)$ 는 lumped 불확실성이며, $|h| < h_{\max}$ 이다. 위의 시스템에 대하여 공칭 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u_0(t) \quad (4)$$

극배치 제어를 만족하는 제어입력을 포함하는 공칭 시스템은 다음식으로 표현된다.

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (5)$$

여기서 $u_0(t) = -Kx(t)$ 이다.

전형적인 슬라이딩 모드 제어에서 슬라이딩 평면은 다음과 같은 상태들의 선형종속 특성 때문에 공칭 특성을 가질 수 없다.

$$s = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) + \dots + c_n x_n(t) = 0 \quad (6)$$

여기서 c_1, c_2, \dots, c_n 은 슬라이딩 모드 동특성의 안정도가 보장 되도록 주어진다.

3. 신경 회로망을 이용한 NSR의 유도

본 논문에서는 그림 1과 같은 상태의 초기값의 변화를 고려하고 시스템

계산을 쉽게하기 위하여 공칭 시스템은 가제어 표준형으로 표현이 되어 있다고 가정한다. 식(9)는 다음과 같은 식으로 변환이 가능하다.

$$\frac{\dot{x}_n(t)}{x_n(t)} = \mathbf{W}\mathbf{X}_r(t) \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} x_2(t) & x_3(t) & \dots & x_n(t) \\ x_2(0) & x_3(0) & \dots & x_n(0) \end{bmatrix}$ 이다.

시스템의 상태들이 슬라이딩 평면에 머물러있기 위해서는 다음과 같은 조건을 만족하여야 한다.

$$s\dot{s} = s \left(\sum_{m=1}^n \mathbf{A}_{(n,m)} \frac{x_m(t)}{x_m(0)} + \mathbf{B}_{(n,1)}u(t) + \mathbf{B}_{(n,1)}h(t) - \mathbf{W}\mathbf{X}_r(t) \right) < 0 \quad (11)$$

위의 조건으로부터 제안된 슬라이딩 모드 제어입력은 다음 식과 같다.

$$u(t) = \frac{1}{\mathbf{B}_{(n,1)}} (\mathbf{W}\mathbf{X}(t) - \sum_{m=1}^n \mathbf{A}_{(n,m)} \frac{x_m(t)}{x_m(0)}) - h_{\max}(t) \text{sgn}(s\mathbf{B}_{(n,1)}) \quad (12)$$

여기서 h_{\max} 는 $h(t)$ 의 상계(upper bounded value)이며 $\text{sgn}(s)$ 는 s 의 signum 함수이다.

5. 수치 예제 및 시뮬레이션 결과

제안된 슬라이딩 모드 제어기의 성능을 검증하기 위하여 다음과 같은 3차 시스템을 고려하자.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} h(t) \quad (13)$$

여기서 $u(t) = u_0(t) + u_{SMC}(t)$, $h(t) = 0.5\sin(5t)$ 이며 $\mathbf{x}(0) = [3 \ 2 \ 1]^T$ 이다. 공칭 제어 입력은 다음과 같은 공칭 시스템의 고유값들(eigenvalues)이 -1, -2, -3을 가질 수 있게 설계된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_0(t) \quad (14)$$

여기서 $u_0(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ 이며 $\mathbf{K} = [5 \ 9 \ 3]$ 이다. 대각화를 통하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.8660 \\ -4.5826 \\ -4.7697 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -0.8660 \\ -4.5826 \\ -4.7697 \end{bmatrix} h(t) \quad (15)$$

여기서 $\mathbf{z}(t) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -0.5774 & 0.2182 & -0.1048 \\ 0.5774 & -0.4364 & 0.3145 \\ 0.5774 & 0.8729 & -0.9435 \end{bmatrix}$ 이다.

대각화된 공칭 시스템으로부터 훈련 데이터를 얻을 수 있으며 입력벡터는 $z_1(t)$ 와 $z_2(t)$ 이며 출력벡터는 $z_3(t)$ 가 된다. 또한 훈련을 위하여 은닉층의 뉴런수는 10으로 설정하였다.

본 논문에서 제안된 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의된다.

$$s = \frac{z_3(t)}{z_3(0)} - \sum_{i=1}^{10} W_{2(i)} n_i(t) = \frac{z_3(t)}{z_3(0)} - \sum_{i=1}^{10} W_{2(i)} \frac{1}{1 + e^{-m_i(t)}} \quad (16)$$

여기서 $\sum_{i=1}^{10} m_i(t) = \begin{bmatrix} W_{1(1,1)} \frac{z_1(t)}{z_1(0)} + W_{1(1,2)} \frac{z_2(t)}{z_2(0)} \\ W_{1(2,1)} \frac{z_1(t)}{z_1(0)} + W_{1(2,2)} \frac{z_2(t)}{z_2(0)} \\ \vdots \\ W_{1(10,1)} \frac{z_1(t)}{z_1(0)} + W_{1(10,2)} \frac{z_2(t)}{z_2(0)} \end{bmatrix}$ 이다.

식(16)을 미분함으로써 다음 식을 얻을 수 있다.

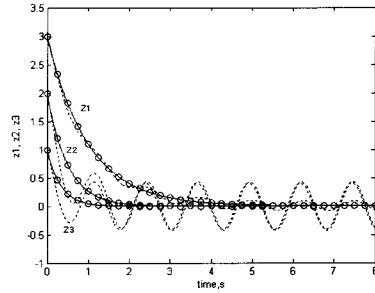
$$\begin{aligned} s\dot{s} &= s \left(\frac{\dot{z}_3(t)}{z_3(0)} - \sum_{i=1}^{10} W_{2(i)} \frac{-W_{1(i,2)} e^{-m_i(t)}}{(1 + e^{-m_i(t)})^2} \frac{\dot{z}_2(t)}{z_2(0)} \right) \\ &= s \left(\frac{\dot{z}_3(t)}{z_3(0)} - \sum_{j=1}^{10} W_{2(j)} \frac{-W_{1(j,1)} e^{-m_j(t)}}{(1 + e^{-m_j(t)})^2} \frac{\dot{z}_1(t)}{z_1(0)} - \sum_{j=1}^{10} W_{2(j)} \frac{-W_{1(j,2)} e^{-m_j(t)}}{(1 + e^{-m_j(t)})^2} \frac{\dot{z}_2(t)}{z_2(0)} \right) \\ &= s \left(\frac{\dot{z}_3(t)}{z_3(0)} - \bar{W}_1 \frac{\dot{z}_1(t)}{z_1(0)} - \bar{W}_2 \frac{\dot{z}_2(t)}{z_2(0)} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)로부터 다음과 같은 슬라이딩 모드 제어 입력이 구성된다.

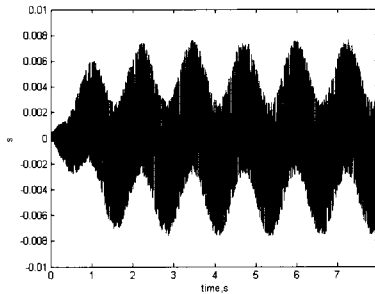
$$u_{SMC}(t) = \frac{1}{\bar{W}} \left(-\frac{\bar{W}_1}{z_1(0)} z_1(t) - 2 \frac{\bar{W}_2}{z_2(0)} z_2(t) + 3 \frac{z_3(t)}{z_3(0)} \right) - h_{\max} \text{sign}(s\bar{W}) \quad (18)$$

여기서 $\bar{W} = \frac{-4.7697}{z_3(0)} + 0.866 \frac{\bar{W}_1}{z_1(0)} + 4.5826 \frac{\bar{W}_2}{z_2(0)}$ 이며 $h_{\max} = 1.1$ 이다.

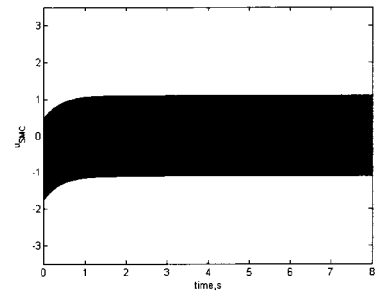
다음 그림들은 컴퓨터 시뮬레이션 결과들이다. 그림 3는 상태들의 동특성을 보여준다. 전형적인 극배치 제어에서는 불확실성에 영향을 많이 받고 있음을 알 수 있고 제안된 슬라이딩 모드 제어에서는 불확실성이 없을 때의 극배치 동특성과 같은 동특성을 가지는 것을 볼 수 있다. 그림 4와 그림 5는 제안된 슬라이딩 모드 제어의 슬라이딩 평면과 제어 입력을 나타낸다.



<그림 3> 불확실성에 대한 극배치 제어와 제안된 슬라이딩 모드 제어의 상태 궤적(—: 불확실성이 없을 때의 극배치 제어, - - : 불확실성이 존재 할 때의 극배치 제어, O: 불확실성이 존재할 때의 제안된 슬라이딩 모드 제어)



<그림 4> 제안된 슬라이딩 모드 제어의 슬라이딩 평면



<그림 5> 제안된 슬라이딩 평면의 제어입력

6. 결 론

본 논문은 신경 회로망을 이용하여 서로 다른 실근을 가지는 시스템의 공칭 상태 관계를 유도하였다. 공칭 상태 관계는 제안된 슬라이딩 평면의 설계에 이용되며 이 슬라이딩 평면은 극배치 제어에 의해서 제어되는 공칭 시스템의 동특성을 가질 수 있다. 제안된 공칭 상태 관계는 슬라이딩 모드 제어 이외의 다른 제어기에 강인성을 부여할 수 있다는 것에서 매우 유용하다는 것을 알 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2008년도 2단계 두뇌한국(BK) 21 사업과 산업자원부 지방기술혁신사업(RTI04-01-03)에 의하여 지원되었음

[참 고 문 헌]

- [1] U. Itkis, "Control systems of variable structure", JOHNWILLY & SONS, 1976
- [2] K. D. Young, V. I. Utkin and U. Ozguner, "A control engineer's guide to sliding mode control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.7, No.3, pp.328-342, 1999
- [3] S. K. Park and H. K. Ahn, "Robust controller design with novel sliding surface-linear optimalcase", IEE Proceedings Control Theory and Applications, Vol.146, No.3, pp.242-246, 1999
- [4] S. K. Park, H. K. Ahn, "Nonconservative Sliding Mode Control with the Feedback Linearization of Nonlinear System", 39th IEEE CDC, Sydney, pp.2210-2211, 2000
- [5] Daniel Graupe, "Principles of Artificial Neural Networks 2 ed. : Advanced Series in Circuits and Systems - vol. 6", World Scientific Publishing Company, 2007