

Subtractive Clustering 알고리즘을 이용한 퍼지 RBF 뉴럴네트워크의 동정

최 정내\*, 오 성권\*\*, 김현기\*\*  
 \* 대림대학 전기과  
 \*\* 수원대학교 전기공학과

Genetically Optimization of Fuzzy C-Means Clustering based Fuzzy Neural Networks

Jeoung-Nae Choi, Sung-Kwon Oh, Hyun-Ki Kim  
 Daeilm college  
 The University of Suwon

**Abstract** - 본 논문에서는 Subtractive clustering 알고리즘을 이용한 Fuzzy Radial Basis Function Neural Network (FRBFNN)의 규칙 수를 자동적으로 생성하는 방법을 제시한다. FRBFNN은 멤버십 함수로써 기존 RBFNN에서 가우시안이나 타원형 형태의 특정 RBF를 사용하는 구조와 달리 Fuzzy C-Means clustering 알고리즘에서 사용하는 거리에 기반 멤버십 함수를 사용하여 전반부의 공간 분할 및 활성화 레벨을 결정하는 구조이다. 본 논문에서는 데이터의 밀집도에 기반을 두어 클러스터링을 하는 Subtractive clustering 알고리즘을 사용하여 퍼지 규칙의 수와 같은 의미를 갖는 분할할 입력공간의 수와 분할된 입력공간의 중심값을 동정하며, Least Square Estimator (LSE) 알고리즘을 사용하여 후반부 다항식의 계수를 추정한다.

**Keyword** - Fuzzy RBF Neural Network, Subtractive clustering, Fuzzy C-Means clustering, Least Square Estimate

1. 서 론

최근에 강한 비선형 특성을 가진 복잡한 시스템의 모델링에 대한 많은 연구가 수행되고 있다. 비선형적이고 다변수인 시스템을 대상으로 한 퍼지 모델링 기법의 유용성은 이미 잘 알려져 있으며 이들은 퍼지추론에 기초하여 퍼지 추론시스템, 퍼지뉴럴네트워크, RBF 뉴럴네트워크 그리고 퍼지 다항식 뉴럴네트워크 등 다양한 구조로 연구되어 지고 있다[1-6].

퍼지모델의 성능은 퍼지규칙의 구성 방법에 의존하며 보다 좋은 성능을 위해서는 퍼지규칙의 동정이 필수적이다. 1980년대 초에 언어적 접근 방식과 퍼지 관계식에 기초한 접근 방식이 제안되었고 후반부에 선형식을 사용하는 Sugeno-Takagi 모델은 정교한 규칙 기반 모델의 초석이 되었으며[1], Complex 방법과 Least Square Method에 의해 동정하는 방법이 제안되었다. Pedrycz와 Oh는 로컬 모델이 다항식을 갖는 진보된 퍼지모델들을 제안하고, Simple Genetic Algorithms를 이용하여 Topology와 전반부 파라미터를 최적화 하는 방법을 제시하였다[4].

본 논문의 선행연구로써 FCM[7]과 Radial Basis Function Neural Network (RBFNN)[6]의 Hybrid 구조로써 FCM 기반 Fuzzy neural networks (FCM-FNN)구조가 제시되었다[10]. 이 구조는 RBF 뉴럴네트워크의 변형 및 확장된 구조로써 전반부에 FCM을 사용하고 후반부는 로컬 모델로써 다양한 형태의 다항식으로 구성될 수 있다. 퍼지공간 분할과 멤버십함수는 FCM에 의해 결정된다. 특히 기존 퍼지모델과 달리 멤버십함수는 가우시안이나 삼각형 등의 특정 함수를 사용하지 않고 데이터들의 거리에 기반을 둔다. 각 퍼지공간에 대한 로컬모델로써 상수형, 선형 또는 2차식 등의 다항식을 사용할 수 있다. FCM-FNN에서는 퍼지규칙의 수, 입력변수의 선택, 후반부 다항식 차수 등에 관련된 구조 동정 문제와 FCM에서 퍼지화 계수, 후반부 다항식의 계수의 결정에 관련된 파라미터 동정 문제를 포함하고 있다.

시스템 모델링에서 입력공간의 분할은 퍼지규칙의 수와 관련하여 매우 중요하며 클러스터링 알고리즘이 많이 사용되고 있다. 그렇지만 대부분의 클러스터링 알고리즘은 모델의 출력변수의 값을 고려하지 않고, 입력변수의 분포만을 고려하기 때문에 효율적인 공간 분할이 이루어지지 않으며 입력공간 분할에서 출력변수의 값도 고려할 필요성이 있다. Subtractive clustering 알고리즘[9]은 Mountain clustering 알고리즘[8]을 개선한 방법으로 각 데이터의 밀집도에 기반을 두어 적합한 수의 클러스터의 수와 각 클러스터의 중심값을 구할 수 있다. 그렇지만 이 방법은 데이터의 밀집도에 기반을 두기 때문에 입력 공간 안에서 데이터가 균일하게 분포되어 있는 경우에는 적합하지 않다는 단점이 있다.

본 논문에서는 구조 동정에 관련하여 퍼지규칙의 수와, 파라미터 동정에 관련하여 후반부 다항식의 계수 추정에 대하여 다룬다. 기존 FCM-FNN에서 FCM을 이용하여 공간 분할과 멤버십함수를 결정한 것과는 달리 Subtractive clustering을 사용하여 적합한 퍼지 규칙(클러스터)의 수와 클러스터의 중심을 찾으며, 클러스터의 중심값은 멤버십 값을 결정하는 데 사용된다. 학습 데이터의 출력 값을 모델링에 적용하기 위하여 HCM에 의하여 출력 값에 기반을 두어 학습데이터를 여러 개의 context로 분할한 후 각각의 context에 대하여 subtractive clustering 알고리즘을 적용한다. 후반부 다항식의 계수는 LSE를 사용하여 추정하였다.

2. Subtractive Clustering

Subtractive clustering 알고리즘은 Mountain clustering 알고리즘을 개선하여 계산 량을 줄인 방법으로써, 데이터의 밀집도에 기반을 둔 클러스터링 알고리즘이다[9].

n차원 공간에서 m개의 데이터 {x<sub>1</sub>, ..., x<sub>m</sub>}가 주어졌다고 가정하면, 모든 데이터는 클러스터의 중심이 될 수 있다. Subtractive 클러스터링 알고리즘은 다음과 같다.

[단계 1] 각 데이터에 대하여 식(9)의 밀도함수를 사용하여 밀도를 구한다.

$$D_i = \sum_{j=1}^m \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|}{(r_a/2)^2}\right) \quad (9)$$

여기서 r<sub>a</sub>는 양의 상수로서 밀도함수의 반경을 의미한다.

[단계 2] D<sub>i</sub>로부터 가장 높은 밀도를 갖는 데이터 x<sub>c<sub>1</sub></sub>를 찾고 이 값을 첫 번째 클러스터의 중심이 된다.

[단계 3] [단계 2]에서 찾은 클러스터의 중심을 식(10)을 이용하여 파괴.

$$D_i = D_i - D_{c_1} \exp\left(-\frac{\|x_i - x_{c_1}\|}{(r_b/2)^2}\right) \quad (10)$$

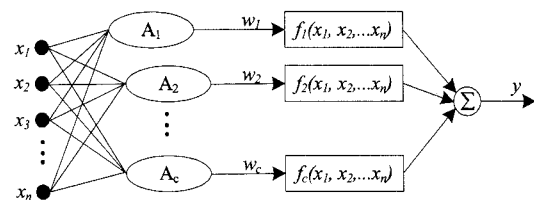
여기서 r<sub>b</sub>는 양의 상수로서 파괴함수의 반경을 의미하며 일반적으로 1.5r<sub>a</sub> 값을 사용한다. D<sub>c<sub>1</sub></sub>는 [단계2]에서 찾은 데이터 x<sub>c<sub>1</sub></sub>의 밀도측정값이다.

[단계 4] [단계 2]~[단계 3]을 가장 높은 밀도 측정값이 설정 값보다 작아질 때까지 반복적으로 수행한다.

3. Fuzzy Radial Basis Function Neural Network

Fuzzy-RBFNN(FRBFNN)의 구조는 그림 1과 같다. 이 구조는 Radial Basis Function Neural Networks (RBFNN)의 변형된 구조로써 특정 RBF 커널을 사용하지 않고 FCM에서 사용되는 거리에 기반을 둔 멤버십 함수를 사용하여 퍼지공간 분할 및 멤버십 값을 결정하고 후반부는 다항식 형태로 확장되었다.

FRBFNN은 다입력변수를 갖는 시스템에서 발생하는 다차원문제를 해결할 수 있고 빠른 학습을 수행할 수 있다는 장점이 있다.



<그림 1> FRBFNN 구조

FRBFNN은 전반부와 후반부로 구성되어 있다. 전반부에서는 Subtractive clustering 알고리즘으로부터 분할된 클러스터의 수와, 클러스터의 중심값이 구해지면 FCM에서 사용하는 거리에 기반을 둔 멤버십함수를 이용하여 퍼지공간의 분할 및 각 퍼지공간에 대한 적합도가 계산되어지며 후반부는 각 퍼지공간에서의 로컬모델로써 다항식 구조를 갖는다. FRBFNN은 다음처럼 표현되며 후반부 다항식은 4차 형태를 고려한다.

$$R^i: \text{IF } x_1, \dots, x_n \text{ is } A_j \text{ THEN } y_j = f_j(x_1, \dots, x_n) \quad (1)$$

Type 1 : 간략식

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = a_{j0} \quad (2)$$

Type 2 : 선형식

$$f_j(x_1, \dots, x_n) = a_{j0} + a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n \quad (3)$$

Type 3 : 2차식

$$f_j(x_1, \dots, x_n) = a_{j0} + a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n + a_{j(n+1)}x_1^2 + \dots + a_{j(2n)}x_n^2 + a_{j(2n+1)}x_1x_2 + \dots + a_{j(n+2)(n+1)/2}x_{n-1}x_n \quad (4)$$

Type 4 : 변형된 2차식

$$f_j(x_1, \dots, x_n) = a_{j0} + a_{j1}x_1 + \dots + a_{jn}x_n + a_{j(2n+1)}x_1x_2 + \dots + a_{j(n+2)(n+1)/2}x_{n-1}x_n \quad (5)$$

FRBFNN의 학습은 크게 전반부 멤버쉽함수의 학습과 후반부 다항식의 학습부분으로 구성된다. 전반부 멤버쉽함수는 삼각형이나 가우시안 형태 등의 특정 형태를 사용하지 않고 식(6)처럼 거리에 기반을 둔 멤버쉽함수가 사용하여 멤버쉽 함수의 값(후반부 로컬모델의 활성화 레벨)이 계산된다.

$i$  번째 규칙(클러스터)에 대한 멤버쉽함수는 다음처럼 정의된다.

$$\omega_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left( \frac{\|x_k - v_j\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{\frac{2}{p-1}}} \quad (6)$$

여기에서  $x_k = [x_{1k} \dots x_{nk}]$ ,  $v_j$ 는 subtractive clustering 알고리즘으로부터 구해진  $i$  번째 클러스터의 중심벡터,  $c$ 는 규칙 수(클러스터 수),  $p$ 는 퍼지화 계수이며 멤버쉽함수의 값은 중심점과의 거리가 가까울수록 커진다. 본 논문에서는 퍼지화 계수를 2.0으로 설정하였다. FRBFNN 모델의 최종 출력은 식(7)처럼 구해진다.

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^c \omega_{ik} f_i(x_{1k}, \dots, x_{nk}) \quad (7)$$

여기에서  $k=1, \dots, m$ ,  $m$ 은 데이터 수이며 후반부 다항식의 학습은 최소 자승법에 의하여 수행되며 식(8)처럼 구해진다.

$$\hat{a} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (8)$$

후반부 다항식이 선형인 경우 각 변수는 다음처럼 정의된다.

$$\hat{a} = [a_{10} \dots a_{m0} \ a_{11} \dots a_{m1} \ \dots \ a_{1n} \dots a_{mn}]^T, \quad X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$$

$$x_i^T = [w_{i1} \dots w_{ni} \ x_{i1}w_{ni} \ \dots \ x_{in}w_{ni}]^T, \quad Y = [y_1 \dots y_m]^T$$

#### 4. 실험 및 고찰

제안된 방법의 성능분석을 위하여 비선형 함수 모델링에 적용하였다.

$$y = 1.9(1.35e^{x_2} - x_2) \sin(12(x_2 - 0.6)^2) \sin(7x_1), \quad 0 \leq x_1, x_2 \leq 1 \quad (9)$$

식(9)의 비선형 함수로부터 200개의 데이터를 랜덤하게 발생시켜 학습데이터 사용하였으며, 2차원에 대하여 0.02 간격의 교차점을 테스트 데이터로 사용하였다. 성능평가함수는 MSE(mean square error)를 사용하였다.

HCM를 사용하여 학습 데이터의 출력 값만을 이용하여 여러 개의 context로 분할되며 각 분할된 데이터에 대하여 Subtractive clustering 알고리즘이 개별적으로 적용되어 각 context에 대하여 클러스터의 수와 중심값이 구해진다. 각 context에 대한 클러스터의 수의 합은 FRBFNN의 퍼지 규칙의 수가되며, 구해진 클러스터의 중심에 대하여 식(6)을 이용하여 각 퍼지규칙에 대한 멤버쉽 값이 계산되고, LSE에 의하여 후반부 다항식의 계수가 결정된다. 최종적으로 모델 출력은 식(7)에 의하여 계산된다.

실험에서는 context가 2~5인 경우 후반부 다항식이 선형(Type 2)과 2차식(Type 3)인 경우에 대하여서만 시뮬레이션을 수행하였다.

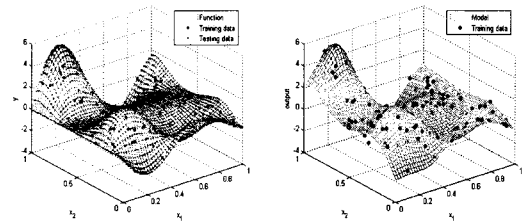
표 1에서는 모델의 성능지수를 보인다. HCM에 의해서 분할된 context의 수에 대하여 subtractive clustering 알고리즘을 이용하여 찾아진 퍼지규칙의 수와 후반부다항식이 선형과 2차식인 경우에 대한 성능평가 지수이다.

그림 2(a)는 실험에 사용된 함수와, 학습 및 테스트 데이터이고, 그림 2(b)는 context가 5개이고 후반부 다항식이 2차식인 경우에 FRBFNN 모델의 출력과 사용된 학습 데이터이다. 그림 2(c)와 2(d)는 각각 학습데이터와 평가 데이터에 모델의 출력을 비교한 그림이다.

<표 1> 시뮬레이션 결과 성능지수

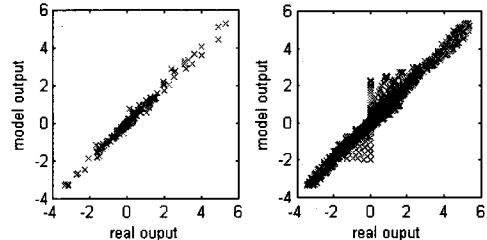
(PI : 학습데이터에 대한 성능, EPI : 평가데이터에 대한 성능)

Context	퍼지 규칙 수	후반부 다항식의 차수		PI	EPI
		Type 2	Type 3		
2	5	Type 2	Type 3	0.348	0.549
		Type 2	Type 3	0.096	0.155
3	8	Type 2	Type 3	0.069	0.155
		Type 2	Type 3	0.012	0.037
4	6	Type 2	Type 3	0.170	0.296
		Type 2	Type 3	0.059	0.118
5	9	Type 2	Type 3	0.167	0.301
		Type 2	Type 3	0.021	0.077



(a) 비선형 함수

(b) FRBFNN 모델의 출력



(c) 학습 데이터

(d) 평가 데이터

< 그림 2 > 실제 출력과 모델출력의 비교

#### 5. 결 론

본 논문에서는 FRBFNN와 학습 방법을 제안한다. 이 구조는 RBF 뉴럴 네트워크의 변형 및 확장된 구조로써 전반부는 FCM에서 사용하는 거리에 기반을 두는 멤버쉽 함수를 사용하고 후반부는 로컬모델로써 다양한 형태의 다항식으로 구성될 수 있다. 학습데이터의 출력을 모델링에 적용하기 위하여 HCM을 이용하여 출력에 기반을 두어 학습데이터를 여러 개의 클러스터로 분할한 후, 각 분할된 클러스터에 대하여 subtractive clustering 알고리즘을 적용한다. subtractive clustering 알고리즘에 의하여 적합한 퍼지 규칙의 수와 클러스터의 중심값이 자동적으로 결정되며, 중심값은 멤버쉽함수 값을 계산하는데 사용된다. 후반부 다항식은 상수항, 선형, 2차식 또는 변형된 2차식의 형태로 구성될 수 있고, 다항식의 계수는 LSE를 사용하여 추정된다. 제안된 알고리즘은 비선형 함수의 모델링에 적용하여 분석을 수행하였으며 타당성 및 우수성을 입증하였다.

#### 감사의 글

이 논문은 2008년도 한국전자통신연구원의 재원으로 지원을 받아 수행된 연구임 (과제번호:2008-35MIC).

#### [참고 문헌]

- 1) T. Tagaki and M. sugeno, "Fuzzy identification of system and its applications to modeling and control", IEEE Trans. Syst. Cybern., Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116-132, 1985
- 2) W. Pedryca and G. Vukovich, "Granular neural networks," Neurocomputing, Vol. 36, pp. 205-224, 2001.
- 3) P. R. Krishnaiah and L. N. Kanal, editors. Classification, pattern recognition, and reduction of dimensionality, Vol. 2 of Handbook of Statistics. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- 4) S.-K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- 5) C. James Li, T. -Y. Huang, "Automatic structure and parameter training methods for modeling of mechanical systems by recurrent neural networks," Applied Math. Modeling, Vol.23, pp.933-944, 1999.
- 6) A. Staiano, R. Tagliaferri, W. Pedrycz, "Improving RBF networks performance in regression tasks by means of a supervised fuzzy clustering," Neurocomputing, Vol. 69, pp. 1570-1581, 2006.
- 7) R. L. Cannon, J.V. Dave, J.C. Bezdek, "Efficient Implementation of Fuzzy C Means Clustering Algorithm," IEEE Trans. Pattern Anal. & Machine Int., Vol. PAMI-8, NO. 2, pp. 248-256, 1986.
- 8) R.R. Yager, D.P. Filev, "Generation of fuzzy rules by mountain clustering", Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, Vol. 2, pp. 209-219, 1994.
- 9) S. L. Chiu, "Fuzzy model identification based on cluster estimation", Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, Vol.2, No.3, pp. 267-278, 1994
- 10) J.N. Choi, S.K. Oh, H.K. Kim, "Genetic Optimization of Fuzzy C-Means Clustering-Based Fuzzy Neural Networks", Trans KIEE. Vol.57, No.3, pp.466-472, 2008.