

## Interval Type-2 퍼지 추론 시스템의 설계와 PSO를 이용한 최적화

지광희, 오성권  
수원대학교

### Design of Interval Type-2 Fuzzy Inference System and Its optimization Realized by PSO

Kwang-Hee Ji, Sung-Kwun Oh  
The University of Suwon

**Abstract** Type-2 퍼지 집합은 Type-1 퍼지 집합에서는 다루기 어려운 언어적인 불확실성을 더욱 효과적으로 다룰 수 있다. TSK 퍼지 로직 시스템(TSK Fuzzy Logic Systems; TSK FLS)은 후반부를 1차 및 2차 함수 식으로 나타내며 Mamdani 모델과 함께 가장 널리 사용되는 모델이다. 본 연구의 Interval Type-2 TSK FLS은 전반부에서 Type-2 퍼지 집합을 이용하고 후반부는 계수가 Type-1 퍼지집합인 1차식을 사용한다.

또한 전반부는 가우시안 형태의 Type-2 멤버십 함수를 사용하며, 오류역전과 학습알고리즘을 사용하여 파라미터들을 최적화 한다. 또한 학습에 앞서 PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 사용하여 최적 학습률을 찾아 모델의 학습능력을 보다 효율적으로 한다.

본 논문에서는 Type-1과 Type-2 FLS의 성능을 가스로 공정 데이터를 적용하여 두 모델의 성능을 비교하고 노이즈를 추가한 데이터를 이용하여 노이즈에 대한 성능도 비교 분석한다.

### 1. 서 론

TSK 퍼지논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS) Mamdani 모델과 함께 현재 가장 많이 쓰이고 있는 퍼지 모델이라 할 수 있다. 이들의 차이점은 후반부 구조로서 Mamdani 모델은 후반부가 퍼지집합인 반면 TSK의 후반부는 함수이다. Type-2퍼지집합은 불확실한 정보를 멤버십 함수로 표현함으로써 기존의 Type-1보다 불확실성을 보다 효율적으로 취급할 수 있다. 또한 본 논문에서는 Secondary membership grade가 '1'의 값을 갖는 계산량이 비교적 적은 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 사용하여 Type-2 퍼지 논리 시스템을 설계한다.

규칙 전·후반부의 멤버십 함수로는 가우시안 형태의 Interval Type-2 퍼지 논리 집합을 사용하고, 전반부의 멤버십함수 중심값은 오류역전과 알고리즘(Back-propagation; BP)을 통한 학습으로 결정된다. 후반부는 1차식으로 표현되며, 후반부 계수 역시 전반부와 같은 오류역전과 알고리즘으로 학습을 통해 결정된다. 또한 보다 정확한 학습을 위해 PSO 최적화 알고리즘을 사용하여 BP의 최적 학습률을 찾는다. 이렇게 설계된 모델에 가스로 공정 데이터를 적용하여 모델을 실험하고 인위적인 노이즈를 추가한 데이터를 사용했을 때 Type-2와 Type-1 FLS 성능 결과를 비교 분석 한다.

### 2. Interval Type-2 TSK FLS

#### 2.1 규칙

Interval Type-2 TSK FLS가  $p$ 개의 입력과 한 개의 출력  $Y$ 를 가질 때  $l$  번째 룰은 다음과 같이 표현한다.

$$R^l: IF \ x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l \\ THEN \ Y^l = C_0^l + C_1^l x_1 + C_2^l x_2 + \dots + C_p^l x_p \quad (1)$$

$l=1..M$ ,  $\tilde{F}$ 는 전반부 Type-2 퍼지집합,  $Y$ 는  $l$ 번째 규칙의 출력이다.  $C$ 는 후반부 Type-1 퍼지집합이다. Mendel이 제시한 Interval Type-2 TSK FLS의 모델중 하나로 전반부는 Type-2퍼지집합 후반부는 Type-1 Interval set을 갖는다. 이는 가장 일반적인 경우이며 모델1이라고 부른다[3] 본 연구에서는 이 모델을 설계하여 사용한다.

#### 2.2 추론

본 연구에서는 멤버십 함수의 형태로 가우시안 형태를 사용하고 불확실한 중심을 갖는 Type-2 퍼지집합을 사용한다. 가우시안 멤버십 함수는 식(2)로 표현된다.

$$\mu_A(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right] \quad m \in [m_1, m_2] \quad (2)$$

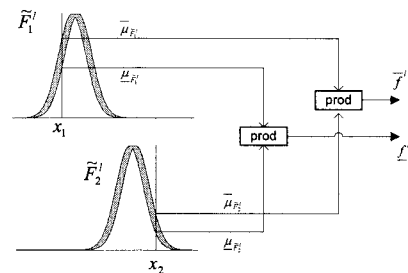
Interval Type-2 퍼지집합은 UMF(Upper Membership Function)와 LMF(Lower Membership Function)로 구성되어 있으며 멤버십 함수  $\mu_{\tilde{F}_k^l}(x_k)$ 에 대한 Lower와 Upper에 대한 표현은 각각  $\underline{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_k)$ ,  $\overline{\mu}_{\tilde{F}_k^l}(x_k)$ 이다.  $l$ 번째 규칙의 전반부 적합도  $f^l(x)$ 는 Interval set이며 연산은 다음 식(3),(4),(5)와 같다. ( $k=1, \dots, p$ )

$$\underline{f}^l = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (3)$$

$$\overline{f}^l = \overline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \star \dots \star \overline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (4)$$

$$F^l(x) = [\underline{f}^l(x), \overline{f}^l(x)] \equiv [\underline{f}^l, \overline{f}^l] \quad (5)$$

식들의  $\star$ 는 product  $t$ -norm 연산자이다.  $l$ 번째 규칙의 후반부 계수는 다음과 같이 표현할 수 있다.



〈그림 1〉 Interval Type-2 TSK FLS의 전반부 연산

$C_k^l = [c_k^l - s_k^l, c_k^l + s_k^l]$ ,  $c$ 는  $C$ 의 중심을 나타내고  $s$ 는  $C$ 의 폭을 나타낸다. 후반부 연산은 밑의 식과 같다.

$$y_i^l = \sum_{k=1}^p c_k^l x_k + c_0^l - \sum_{k=1}^p [x_k | s_k^l - s_0^l] \quad (6)$$

$$y_r^l = \sum_{k=1}^p c_k^l x_k + c_0^l - \sum_{k=1}^p [x_k | s_k^l + s_0^l] \quad (7)$$

$Y^l = [y_i^l, y_r^l]$  역시 Interval set이다. 위 식들로부터 구해진 값들을 통해 최종 출력은 다음 식으로 정리된다

$$Y_{TSK,2}(x) = [y_l, y_r] = \int_{y \in [y_l^l, y_r^l]} \dots \int_{y^M \in [y_l^M, y_r^M]} \int_{f^l \in [\underline{f}^l, \overline{f}^l]} \dots \int_{f^M \in [\underline{f}^M, \overline{f}^M]} 1 \left| \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \right| \quad (8)$$

최종 출력  $Y$ 는 Interval Type-1 퍼지집합으로 나오게 된다. 그래서  $y_l$ 과  $y_r$ 의 평균을 이용하여 비퍼지화 시킨다.

$$Y_{TSK,2}(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (9)$$

### 3. 오류역전과 알고리즘을 사용한 파라미터 학습

본 논문에서 학습이 되어야 할 파라미터는 전반부 멤버십 함수의  $m_1, m_2$  후반부 1차식의  $c, s$ 이다. 학습은 모든 입력 벡터  $x$ 에 대하여 식(10)의 오차를 최소화 하도록 진행된다.

$$e^{(t)} = \frac{1}{2} [D^{(t)} - Y_{TSK,2}^{(t)}(x)]^2 \quad (10)$$

$D^{(t)}$ 는  $t$ 번째 입력의 목적값(Desired value)이고  $Y_{TSK,2}^{(t)}(x)$ 는  $t$ 번째 입력의 Type-2 TSK FLS의 출력이다. 학습은  $Y_{TSK,2}^{(t)}(x)$ 이  $[y_l, y_r]$ 의 값을 갖는 interval set이기 때문에  $y_l$ 과  $y_r$ 에 대하여 각각 학습이 이루어지며 primary 멤버십 함수의 중심이 불확실성을 가지므로 구간에 따라 오차식이 다르다. 임의의 멤버십 함수의 첫 번째 중심이 출력에 영향을 주었다면 오차에 따른  $m_{j1}^l$ 의 변화분(delta)은 식(11)로 정의된다. 식(11)에서  $\alpha$ 는 학습률을  $l(1, \dots, M)$ 은  $l$ 번째 규칙을 나타내며  $j(1, \dots, p)$ 는 입력 벡터  $x$ 의  $j$ 번째 원소를 나타낸다.  $\underline{f}^l$ 는 KM알고리즘 내에서  $y_r$ 을 계산하는데 영향을 준  $\overline{f}^l$  또는  $\underline{f}^l$  중 하나를 나타낸다.

$$\Delta m_{j1}^l = -\alpha \frac{\partial e}{\partial m_{j1}^l} = \frac{1}{2} \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_j - y_r) \cdot \frac{(x_j - m_{j1}^l)}{(\sigma_j^2)} \cdot \frac{\bar{f}_j}{\sum_{i=1}^M \bar{f}_i} \quad (11)$$

본 연구에서는 입력공간을 균등하게 분할하고 분할된 공간의 중심에서 이웃하는 멤버십 함수가 만나도록  $\sigma$ 를 고정시킨 후  $m_1$ 과  $m_2$ 를 학습하여 전반부 파라미터들을 동조하였다.

후반부 구조는 1차식이며 후반부 계수들 역시 오류역전과 알고리즘을 사용하여 식(10)의 오차식을 최소화 하도록 학습된다. 다항식의 각각의 변화분(delta)은 밀의 식으로 표현되며 1차식인 경우 상수항에 대하여도 학습을 진행 하여야 한다.

$$\Delta d_j^c = -\alpha \frac{\partial e}{\partial d_j^c} = \alpha (D - Y_{TSK,2})(y_i + y_r) x_j / 2 \quad (12)$$

#### 4. PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘

PSO(Particle Swarm Optimization) 알고리즘은 1995년 Kennedy와 Eberhart에 의해 처음 소개된 PSO는 개체의 군집이론을 근본으로 사회적 행동양식에 기반을 두고 있다. PSO 알고리즘은 기존의 방법론들과는 달리 최적해의 탐색이 초기값에 의존하지 않는다. 즉 탐색공간의 어느 곳에서 출발하든지, 최적해의 수렴을 보여준다. 그리고 PSO는 전역탐색과 지역탐색 사이의 관계를 유연하게 조절할 수 있다. 이것은 빠른 수렴과 탐색능력을 강화할 수 있는 PSO의 특징이다.

제안된 Type-2 TSK FLS모델은 BP학습 알고리즘으로 최적의  $m$ 과  $c$ 값을 찾는다. 학습규칙에서  $\alpha$ 의 값은 학습을 하는데 신중하게 설정되어야 할 상수로 학습률이라고 한다. 이 학습률은 너무 작게 하면 최소점 도달까지 너무 많은 학습 시간이 소요되고, 너무 크게 하면 빠져 벗어나지 못하게 될 수도 있다. 반대로 너무 큰 값을 설정하면 전역 최소에 수렴하지 않을 수도 있으며 진동할 가능성도 있다. 본 논문에서는 PSO 알고리즘을 사용하여 최적의 학습률을 찾는다.

#### 5. 실험

제안된 모델의 평가를 위해 가스로 시계열 데이터를 적용한다. 입력  $u(t)$ 는 가스 흐름률이고 출력  $y(t)$ 는 이산화탄소 농도인 1입력 1출력의 데이터 296쌍으로부터  $u(t-3)$ ,  $u(t-2)$ ,  $u(t-1)$ ,  $y(t-3)$ ,  $y(t-2)$ ,  $y(t-1)$ 의 6개 입력변수와 한 개의 출력변수  $y(t)$ 를 설정하고, 학습데이터로 145개의 데이터 쌍을 사용한다. 이중 가장 균일한 분포를 나타내어 모델링에 적절한  $[u(t-3), y(t-1), y(t)]$ 의 입력 데이터 쌍을 사용한다.

테스트를 위해서 랜덤 화이트 가우시안 노이즈를 첨가한 트레이닝 입력 데이터 30개, 테스트 데이터 100개를 구축하여 각각 30번, 100번씩 실험하여 PI와 EPI의 평균과 표준편차를 구하였다. PSO로 최적화하는 학습률은 밀의 표에 나와있는 범위로 정하여 최적 학습률을 찾도록 하였다. 실험에 사용된 파라미터와 실험 결과는 표 1, 2를 통해 정리하였다.

<표 1> 시스템 구축을 위한 실험 파라미터

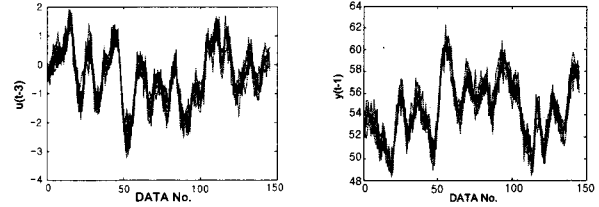
파라미터	값	
	Type-1	Type-2
학습률	[0.9-0.001]	[0.9-0.001]
학습 횟수	전반부: 200	전반부: 200
$[\sigma_1, \sigma_2]$	[1.178, 6.200]	[1.178, 6.200]
멤버십 함수 수	$u(t-3): 3$ $y(t-1): 2$	$u(t-3): 3$ $y(t-1): 2$

<표 2> 실험 결과

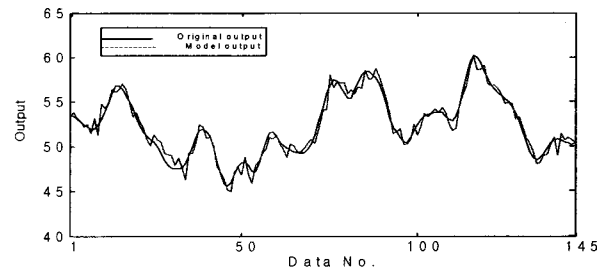
		Original Data	Noised Data
		Type-1	PI
	EPI	0.302	0.742 ± 0.07
Type-2	PI	0.0188	0.381 ± 0.054
	EPI	0.303	0.7024 ± 0.07

표2의 결과를 보면 우선 오리지널 데이터를 사용했을 때의 성능지수는 Type-1과 Type-2 모두 좋은 성능을 보이면서 Type-1이 아주 미세한 차이로 성능지수가 좋은 것을 볼 수 있다.

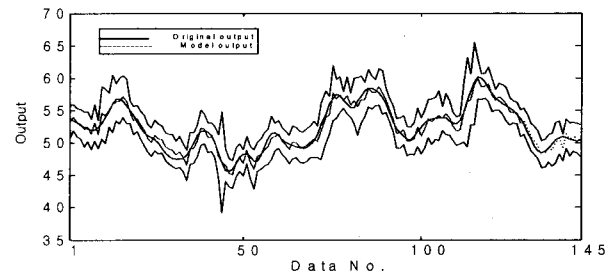
하지만 노이즈가 추가된 데이터를 사용한 실험에서는 Type-2모델이 좀 더 나은 성능을 보임을 확인할 수 있다. 후반부 일차식의 계수의 초기값은 Type-1모델에서 LSM(Least Square Method)을 사용했을 때 얻어지는 계수값으로 설정하였다. 이렇게 하여 LSM만을 사용했을 때의 모델 보다는 좀 더 나은 성능을 보이는 모델을 설계할 수 있고, 학습도 빠르게 최적값을 찾을 수 있다. 이 때 학습률을 PSO알고리즘으로 찾음으로서 적당한 값을 임의로 설정할 때 보다 더 나은 학습능력을 갖는 것을 확인할 수 있다. 밀의 그림2는 두 모델의 출력 데이터를 보여준다. Type-2모델의 출력은 그림에서 보듯이 Interval set으로서 upper출력과 lower출력이 존재하는 것을 볼 수 있다.



<그림 1> 노이즈가 추가된 테스트 데이터



(a) 노이즈를 갖는 트레이닝 입력데이터를 적용했을 때의 Type-1 FLS 출력



(b)노이즈를 갖는 트레이닝 입력데이터를 적용했을 때의 Interval Type-2 TSK FLS출력 <그림 2>

#### 6. 결론 및 향후 과제

본 논문을 통해 Interval Type-2 TSK FLS를 설계하고 기존 Type-1 FLS와 비교 분석하였다. Type-2모델이 기존 모델보다는 설계가 복잡하고 난해하지만 실험에서 알 수 있듯이 노이즈에 강한 면모를 보여주면서 Type-2 모델의 우수성을 어느 정도 입증하였다고 생각한다.

앞으로는 더욱 다양한 데이터들과 실험을 통해 Type-2모델에 대한 장점을 찾아봐야 할 것으로 생각되며 더불어 보다 효율적인 모델의 파라미터 동정방법에 대한 연구도 필요할 것으로 생각된다.

#### 감사의 글

이 논문은 2007년도 정보(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-313-D00710)

#### [참고 문헌]

- [1] N.Karnik, J. Mendel, and Q. Liang, "Type-2 Fuzzy Logic Systems," IEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 7, No.6, pp.643-658, 1999
- [2] Q. Liang and J. Mendel, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Theory and Design," IEEE Trans. On Fuzzy Systems, Vol. 8, No.5, pp.535-550, 2000.
- [3] J. M. Mendel, "Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions," Prentice-Hall: NJ, 2001
- [4] N.Karnik, J. Mendel, "Introduction to Type-2 Fuzzy Logic Systems," in Proc. IEEE Fuzzy conf., pp.915-920, Anchorage, AK, May. Trans. On Fuzzy System, Vol. 7, No. 6, pp.643-658, 1999