

선체판부재의 2차좌굴거동에 관한 연구

고 재 용*

A Study on the Secondary Buckling Behavior of Ship Plate

*Jae-Yong Ko**

<목 차>

Abstract

1. 서언

2. 해석이론

2.1 처짐과형

2.2 면내응력성분 및 변형률성분

2.3 굽힘변형률성분 및 응력성분

2.4 하중방향의 면내변위

2.5 평형방정식

2.6 유한요소법에 의한 탄성대변형해석

2.7 비선형문제의 해법

3. 수치해석 및 고찰

3.1 선체판부재의 수치해석 모델링

3.2 해석결과 및 고찰

4. 결론

Abstract

The use of high tensile steel plates is increasing in the fabrication of ship and offshore structures. The main portion of ship structure is usually composed of stiffened plates. In these structures, plate buckling is one of the most important design criteria and buckling load may usually be obtained as an eigenvalue solution of the governing equations for the plate. To use the high tensile steel plate effectively, its thickness may become thin so that the occurrence of buckling is inevitable and design allowing plate buckling may be necessary. When the panel elastic buckling is allowed, it is necessary to get precise understandings about the post-buckling behaviour of thin plates.

It is well known that a thin flat plate undergoes secondary buckling after initial buckling took place and the deflection of the initial buckling mode was developed. From this point of view, this paper discusses the post-buckling behaviour of thin plates under thrust including the secondary buckling phenomenon. Series of elastic large deflection analyses were performed on rectangular plates with aspect ratio 3.6 using the analytical method and the FEM.

* 정회원 목포해양대학교 해양 및 조선공학부

1. 서 언

1973년 이후 석유파동을 겪으면서 새로운 유전의 개발이 요구되고, 에너지절약에 대한 관심이 고조되면서 선박에 있어서도 선박의 경량화가 이루어지면서 고장력강의 수요가 폭발적으로 증가하고 있는 추세이다.

한편, 선체를 구성하는 부재로서는 판과 이를 보강하는 보강재로 이루어져 있다고 할 수 있다. 즉, 선체는 보강판으로 이루어져 있는 상자형구조이다. 이와 같이 상자형구조인 선박이 원양항해를 하는 경우, 항상 쾌청한 날씨속에서 항해하는 경우보다는 황천항해하는 경우가 많다고 생각되어진다. 이 경우, Sagging인 경우에는 상갑판에, Hogging인 경우에는 선저판에 면내압축하중이 작용하여 선체횡단면에 치명적인 손상을 가져다 준다. 이것은 선체판부재가 면내압축하중을 받으면 좌굴현상이나 대처짐으로 인한 복잡한 대처짐 거동현상을 나타낸다. 또한, 실제의 선체구조물은 보통 절단, 용접 등의 열가공에 의해 만들어지므로 판부재에는 처음부터 잔류응력이나 초기처짐과 같은 초기부정이 존재하게 된다. 이들 초기부정이 있는 구조물에 외하중이 작용하면 변형의 초기단계부터 복잡한 비선형성을 나타낸다.

선체와 같은 판구조물을 경제적이고 신뢰성 있게 해석하고 설계하기 위해서는 구조물을 구성하는 판부재에 대한 비선형거동을 상세하게 해석할 필요가 있다. 지금까지 이에 관한 연구로서는 선체판부재의 좌굴강도 및 최종강도에 관하여 수 많은 연구가 수행되어 왔지만 아직까지도 정확하게 밝혀져 있지 않다고 사료된다[1-7]. 특히, 선체판부재의 탄성대변형거동에 관해서는 좌굴거동에 대하여 많은 의문점을 가지고 있다. 그 중에 하나로서는 면내 압축하중을 받는 박판이 초기좌굴을 하면 하중의 증가와 함께 초기좌굴모드의 처짐파형이 성장한다. 이 처짐파형이 하중증가와 함께 언제까지나 성장하는 것은 아니고 이윽고 Snap-through가 발생하여 초기좌굴파형으로부터 다른 안정파형으로 변한다. 즉, 이것을 2차좌굴이라 부른다. 그러나, 지금까지 2차좌굴을 동반하는 선체판부재의 탄

성대변형거동에 관한 연구는 아직까지 미흡한 실정이다[8-15]. 특히, 어떤 중형비를 갖는 판에 관한 연구는 선체구조설계상 필요한 좌굴강도에 대하여 구체적으로 밝혀져야 할 것이다.

이상과 같은 관점에서 본 논문은 고장력강을 선체구조에 효율성 있게 사용하기 위하여 선체구조설계단계에서 판의 좌굴을 허용하는 좌굴허용설계 개념이 도입되는 현시점에서 선체판부재의 2차좌굴거동을 정확히 파악하므로서 선체구조설계단계에서 아주 중요한 자료를 제공하고 선박에 있어서 고장력강을 폭넓게 사용되도록 하므로서 선박의 경량화를 가속시키는 데 그 목적이 있다.

2. 해석이론

선체판부재의 2차좌굴거동의 해석을 위해 해석적인 방법에 기초를 둔 탄성대변형해석을 실시한다. 본 절에서는 가상일의 원리를 적용하여 탄성대변형해석의 기초식을 도출하는 수순을 기술한다.

2.1 처짐파형

Fig. 1에 나타내는 바와 같이 4변이 직선을 유지하면서 x 방향에 면내압축하중을 받는 판을 대상으로 한다. 면외변형에 대해서는 단순지지되어 있다고 한다. 이 경계조건을 만족하는 처짐파형을 다음 식의 2중 Fourier급수로 근사한다.

$$w_0 = \sum_m \sum_n A_{0mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

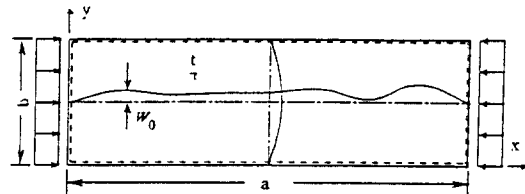


Fig. 1 Rectangular plate under thrust

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2)$$

여기서, A_{0mn}, A_{mn} 은 각 모드의 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다.

2.2 면내응력성분 및 변형률성분

평판의 Airy의 응력함수를 F 로 한다면 대처짐이 생기는 판의 적합조건은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ &= E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, E 는 탄성계수를 나타낸다.

윗식에 식(1) 및 식(2)를 대입하여 하중조건을 고려하면 다음 식과 같이 응력함수 F 가 구하여진다.

$$\begin{aligned} F &= \frac{Ea^2}{4} \sum_n \sum_m \sum_l (A_{mn} A_{kl} - A_{omn} A_{okl}) \\ & \left[\frac{m(nk - ml)}{\{(m+k)^2 + a^2(n+l)^2\}^2} \cos \frac{(m+k)\pi x}{a} \cos \frac{(n+l)\pi y}{b} \right. \\ & \quad - \frac{m(nk + ml)}{\{(m+k)^2 + a^2(n-l)^2\}^2} \cos \frac{(m+k)\pi x}{a} \cos \frac{(n-l)\pi y}{b} \\ & \quad - \frac{m(nk + ml)}{\{(m-k)^2 + a^2(n+l)^2\}^2} \cos \frac{(m-k)\pi x}{a} \cos \frac{(n+l)\pi y}{b} \\ & \quad \left. - \frac{m(nk - ml)}{\{(m-k)^2 + a^2(n-l)^2\}^2} \cos \frac{(m-k)\pi x}{a} \cos \frac{(n-l)\pi y}{b} \right] \\ & \quad - \frac{y^2}{2} \sigma \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, σ 는 평균압축응력을 나타낸다. 또, $a = a/b$ 는 판의 종횡비를 나타낸다.

응력함수 F 를 이용하면, 판내부의 면내응력 σ_{xp} , σ_{yp} 및 τ_{xyp} 는 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_{xp} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{yp} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (6)$$

$$\tau_{xyp} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (7)$$

또, 이런 응력에 대응하는 변형률은 평면응력상태로 가정하면, 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_{xp} = \frac{1}{E} (\sigma_{xp} - \nu \sigma_{yp}) \quad (8)$$

$$\epsilon_{yp} = \frac{1}{E} (\sigma_{yp} - \nu \sigma_{xp}) \quad (9)$$

$$\gamma_{xyp} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xyp} \quad (10)$$

여기서, ν 는 포아송비를 나타낸다.

2.3 굽힘변형률성분 및 응력성분

굽힘변형률성분은 다음 식으로 주어진다.

$$\epsilon_{xb} = -z \frac{\partial^2}{\partial x^2} (w - w_o) \quad (11)$$

$$\epsilon_{yb} = -z \frac{\partial^2}{\partial y^2} (w - w_o) \quad (12)$$

$$\gamma_{xyb} = 2z \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (w - w_o) \quad (13)$$

이로부터, 굽힘응력성분 σ_{xb} , σ_{yb} 및 τ_{xyb} 는 다음 식과 같이 구하여진다.

$$\sigma_{xb} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xb} + \nu \epsilon_{yb}) \quad (14)$$

$$\sigma_{yb} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yb} + \nu \epsilon_{xb}) \quad (15)$$

$$\tau_{xyb} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xyb} \quad (16)$$

2.4 하중방향의 면내변위

한편, x 방향의 평균면내압축변위를 u 라고 하면, x 방향의 면내변형률은 다음 식으로 주어진다.

$$\epsilon_{xp} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial w_o}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (17)$$

윗 식을 x 로 적분하면, 평균면내압축변위 u 는 다음 식과 같이 구하여진다.

$$u = \frac{1}{b} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial u}{\partial x} dy dx \quad (18)$$

$$= -\frac{a}{E} \sigma - \frac{\pi^2}{8a} \sum_m \sum_n (A_{mn}^2 - A_{omn}^2) m^2$$

면내의 압축변형률은 윗식을 길이 a 로 나누어 다음 식으로 된다.

$$\varepsilon = -\frac{1}{E} \sigma - \frac{\pi^2}{8a^2} \sum_m \sum_n (A_{mn}^2 - A_{omn}^2) m^2 \quad (19)$$

2.5 평형방정식

가상일의 원리를 적용하여 평형방정식을 도출한다. 다음에서 기술하는 바와 같이 본 연구에서는 기본적으로는 증분형해석을 행하기 위하여 증분형으로 평형방정식을 정식화한다. 평균압축응력 σ 의 작용하에서 판에 평균압축변위 u 가 생기고, 판내부에는 응력 $(\sigma_{xp} + \sigma_{xb})$, $(\sigma_{yp} + \sigma_{yb})$ 및 $(\tau_{xyp} + \tau_{xyb})$ 가 생겨서 평형상태가 된다. 이 상태에서부터 σ 가 $\Delta\sigma$ 만 증가하여 응력증분 $(\Delta\sigma_{xp} + \Delta\sigma_{xb})$, $(\Delta\sigma_{yp} + \Delta\sigma_{yb})$ 및 $(\Delta\tau_{xyp} + \Delta\tau_{xyb})$ 가 생기고, 이 상태에서 가상압축변위증분 $\delta\Delta u$ 를 주었을 때의 외력이 행한 가상일 $\delta\Delta W_e$ 는 다음 식으로 된다.

$$\delta\Delta W_e = -bt(\sigma + \Delta\sigma)\delta\Delta u \quad (20)$$

또, 판의 응력이 가상변형률 $\delta\Delta\varepsilon_x$, $\delta\Delta\varepsilon_y$ 및 $\delta\Delta\gamma_{xy}$ 에 대하여 행한 가상일 $\delta\Delta W_i$ 은 다음 식으로 된다.

$$\delta\Delta W_i = \int_0^a \int_0^b \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \{ (\sigma_{xp} + \sigma_{xb} + \Delta\sigma_{xp} + \Delta\sigma_{xb})\delta(\Delta\varepsilon_{xp} + \Delta\varepsilon_{xb})$$

$$+ (\sigma_{yp} + \sigma_{yb} + \Delta\sigma_{yp} + \Delta\sigma_{yb})\delta(\Delta\varepsilon_{yp} + \Delta\varepsilon_{yb})$$

$$+ (\tau_{xyp} + \tau_{xyb} + \Delta\tau_{xyp} + \Delta\tau_{xyb})$$

$$\delta(\Delta\tau_{xyp} + \Delta\tau_{xyb})\} dz dy dx \quad (21)$$

판의 응력성분 및 변형률성분을 식(20)과 식(21)에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$\delta\Delta W_e = \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n m^2 (\sigma A_{mn} + \Delta\sigma A_{mn} + \sigma\Delta A_{mn} + \Delta\sigma\Delta A_{mn})\delta\Delta A_{mn} \quad (22)$$

$$\delta\Delta W_i = t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s$$

$$[(A_{mn}A_{kl} - A_{0mn}A_{0kl} + A_{mn}\Delta A_{kl} + A_{kl}\Delta A_{mn} + \Delta A_{kl}\Delta A_{mn})$$

$$\{ (A_{pq} + \Delta A_{pq})\delta\Delta A_{rs} + (A_{rs} + \Delta A_{rs})\delta\Delta A_{pq} \}] H(m, n, k, l, p, q, r, s)$$

$$+ \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

$$(A_{mn} - A_{0mn} + \Delta A_{mn})\delta\Delta A_{mn} \quad (23)$$

여기서, 가상일의 원리를 적용하면 식(22)와 (23)은 다음 식으로 된다.

$$\delta\Delta W_e = \delta\Delta W_i \quad (24)$$

윗 식으로부터 처짐계수의 증분 ΔA_{mn} 과 평균압축응력의 증분 $\Delta\sigma$ 간의 관계가 다음과 같은 형태로 구해진다.

$$t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s$$

$$[(A_{mn}A_{kl} - A_{0mn}A_{0kl} + A_{mn}\Delta A_{kl} + A_{kl}\Delta A_{mn} + \Delta A_{kl}\Delta A_{mn})$$

$$\{ (A_{pq} + \Delta A_{pq})\delta\Delta A_{rs} + (A_{rs} + \Delta A_{rs})\delta\Delta A_{pq} \}]$$

$$H(m, n, k, l, p, q, r, s)$$

$$+ \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2$$

$$(A_{mn} - A_{0mn} + \Delta A_{mn})\delta\Delta A_{mn}$$

$$- \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n m^2 (\sigma A_{mn} + \Delta\sigma A_{mn} + \sigma\Delta A_{mn})\delta\Delta A_{mn} = 0 \quad (25)$$

여기서, 계수 $H(m, n, k, l, p, q, r, s)$ 는 판의 치수, 탄성계수 및 반파수를 나타내는 정수파라메타 $m \sim s$ 의 함수이다[14].

윗식은 처짐계수의 증분에 관한 1차의 연립방정식으로 되어 다음 식과 같은 매트릭스로 표시할 수 있다.

$$[A] \{\Delta A\} = \Delta \sigma \{R\} + \{Q\} \quad (26)$$

여기서, $\{\Delta A\} = [\Delta A_{11} \ \Delta A_{12} \ \Delta A_{13} \ \dots \ \Delta A_{mn}]^T$. $\Delta \sigma \{R\}$ 은 외력증분을 나타내고, $\{R\}$ 은 처짐계수 A_{mn} 및 A_{0mn} 의 함수이다. 한편, $\{Q\}$ 는 증분간을 선형근사한 것에 의해 나타내는 불평형력을 수정하기 위한 항이다. 완전한 평형상태라면 $\{Q\} = \{0\}$ 로 된다. 식(26)은 처짐성분의 증분 ΔA_{mn} 에 관한 1차의 연립방정식으로 된다.

본 논문에서는 증분형의 해석 외에 전체 처짐을 미지수로 하는 해석도 행하였다. 이 해석의 기초식은 증분의 가상변위를 생각하는 대신에 전변위의 가상변위를 생각해서 구하였다. 즉, 통상의 가상일의 원리 $\delta W_e = \delta W_i$ 를 적용하면 전체 처짐성분 A_{mn} 에 관한 3차연립방정식이 다음 식과 같이 구하여진다.

$$\begin{aligned} & t \sum_m \sum_n \sum_k \sum_l \sum_p \sum_q \sum_r \sum_s [(A_{mn} A_{kl} - A_{0mn} A_{0kl}) \\ & (A_{pq} \delta A_{rs} + A_{rs} \delta A_{pq})] H(m, n, k, l, p, q, r, s) \\ & + \frac{\pi^4 Dab}{4} \sum_m \sum_n \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 (A_{mn} - A_{0mn}) \delta A_{mn} \\ & - \frac{\pi^2 bt}{4a} \sum_m \sum_n m^2 \sigma A_{mn} \delta A_{mn} = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

여기서, 가장 단순한 경우로서 다음과 같이 초기 처짐 및 전체 처짐성분이 하나의 처짐성분만으로 나타나는 경우를 생각할 수 있다.

$$w_o = A_{om} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (28)$$

$$w = A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (29)$$

여기서, A_{0m} 및 A_m 은 초기처짐 및 전체처짐의 계수를 나타낸다.

이 경우의 평균압축응력 σ 와 처짐성분 A_m 의 관계는 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} & \frac{m^2 \pi^2 a^2 E}{16} \left(\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) (A_m^2 - A_{om}^2) A_m \\ & + \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{a}{m} + \frac{m}{a} \right)^2 (A_m - A_{om}) \\ & - \sigma A_m = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

여기서, $a = a/b$ 는 판의 종횡비, m 은 하중방향의 반파수를 나타낸다.

2.6 유한요소법에 의한 탄성대변형해석

유한요소법에 의한 탄성대변형해석을 행하기 위하여 참고문헌[16]에서 제안된 次數低減積分型의 평면셀요소를 이용하여 해석을 실시한다. 본요소를 이용한 탄성대변형해석에서는 Updated Lagrangian Approach에 의한 증분법을 적용하여 각 단계에 있어서 Updated Kirchhoff 응력증분을 Euler응력의 Jaumann미분형으로 변환한다. 이 응력변환에 있어서는 판두께방향의 직응력이 0으로 되는 조건에 의해 판두께방향의 직변형률을 결정한다. 면내회전 변형에 저항하는 가상강성 및 Hourglass mode의 발생에 대처하는 가상강성을 도입한다.

2.7 비선형문제의 해법

선체판부재가 면내압축하중하에서 나타내는 비선형거동은 극한점이나 분기형 특이점근방을 포함하는 복잡한 하중~처짐경로를 거친다. 그 때문에 하중이나 변위를 단순히 증가시키는 통상의 하중형해석이나 변위형해석에서는 평형경로가 구해질 수 없는 경우가 생긴다. 그러므로, 본 연구에서는 통상의 하중제어형 및 변위제어형의 증분해법 외에 호장증분법을 적용한다[17-20].

호장증분법에서는 증분파라메타로서 하중~처짐곡선의 호장을 준다. 각 증분단계의 반복·수렴 계산의 제1단계에서는 전단계의 결과와 같은 방향으로 하중증분 및 처짐증분을 가정한다. 이후의 반

복·수렴과정에서는 수렴계산의 전단계의 호장방향과 직각방향에 해를 탐색한다. 이 같은 수렴계산을 불평형력 {Q}가 충분히 적을 때까지 반복한다. 본 계산에 의하면 극한점에서도 연속적인 경로라면 수렴조작이 가능하게 된다.

3. 수치해석 및 고찰

3.1 선체판부재의 수치해석 모델링

(1) 해석대상

좌굴모드가 하중방향 1반파의 경우와 2반파이상의 경우에 있어서는 초기처짐이 없는 경우의 2차 좌굴이 극대점으로서 나타날까? 아니면 분기점으로서 나타날까? 의 차가 있다. 여기서는 각각의 2차좌굴현상을 대표하는 치수로서 종횡비a/b가 3.6의 판에 대하여 해석을 하였다. 판두께, 판폭 및 재료정수는 다음과 같이 설정하였다.

판길이 : $a = 3,600 \text{ mm}$
 판 폭 : $b = 1,000 \text{ mm}$
 판두께 : $t = 10 \text{ mm}$
 탄성계수 : $E = 21,000 \text{ kgf/mm}^2$

(2) 초기처짐

실제의 구조물은 용접에 의해 조립되어 구조물의 판부재가 이상적으로 완전한 평판이 아니다. 용접에 의해 조립된 구조물의 패널에 생기고 있는 초기처짐파형은 일반적으로 복잡한 파형이다. 그래서, 참고문헌[2]에서는 상감판의 압괴강도에 관련하여 6만톤벌크선에서 4종류 총 21개, 5,500대의 자동차 전용운반선에서 2종 총 12개의 판넬에 대하여 초기처짐의 계측을 하여 계측된 처짐파형을 중앙부가 평평하게, 단부가 sin의 1/4파로 되는 전후대칭파형으로 이상화할 수 있다. 이 이상파형을 식(2)식에 대입하여 최소자승법을 적용하여 이상파형성분을 구하고 초기처짐을 다음 식으로 나타낸다.

$$w_0 = \sum A_{0m} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (31)$$

참고문헌[2]에서는 여기에 우수파성분을 더한 이상파형이 제안되고 있다. 본 연구에서는 이 계수에 최소자승법을 적용하여 초기처짐성분을 판의 종횡비의 함수로서 다음 식으로 근사하였다.

$$A_{0m1} = \alpha_m + \beta_m(a/b) + \gamma_m(a/b)^2 \quad (32)$$

윗식의 계수 α_m, β_m 및 γ_m 을 Table 1에, 또, 판의 종횡비가 정수의 경우에 윗식으로 계산된 A_{0m} 의 값을 플롯트하여 Fig. 2에 나타낸다.

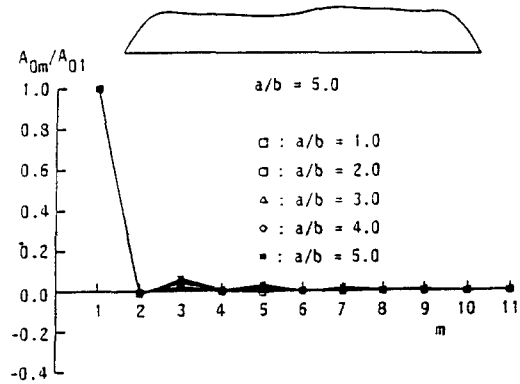


Fig. 2 Coefficient of idealized initial deflection based on measured results

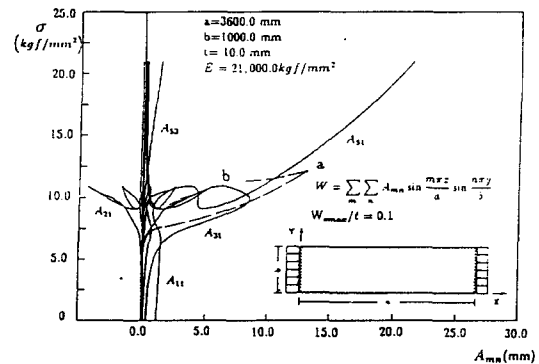


Fig. 3 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate with initial deflection under thrust ($W_{0max}/t = 0.1$)

Table 1 Modified components of idealized initial deflection

A_{0m1}/t	α_m^*	β_m^*	γ_m^*
A_{011}/t	1.0713	0.0477	-0.0073
A_{021}/t	0.0076	-0.0340	0.0037
A_{031}/t	-0.0386	0.1703	-0.0187
A_{041}/t	-0.0157	0.0146	-0.0007
A_{051}/t	-0.1361	0.1089	-0.0091
A_{061}/t	0.0017	-0.0008	-0.0007
A_{071}/t	-0.0284	0.0092	0.0035
A_{081}/t	0.0052	-0.0050	0.0012
A_{091}/t	0.0254	-0.0276	0.0067
A_{101}/t	-0.0019	0.0017	-0.0005
A_{111}/t	0.0210	-0.0213	0.0044

$\dagger A_{0m1} = \alpha_m + \beta_m(a/b) + \gamma_m(a/b)^2$

3.2 해석결과 및 고찰

(1) 해석적인 방법에 의한 수치해석

중형비가 3.6인 판에 대하여 해석하기 위하여 전 체처짐의 처짐성분에 대해서는 모든 처짐성분을 고려하여야 하나 컴퓨터의 용량과 계산시간의 제약으로 충분한 정도를 주는 처짐성분으로서 다음과 같이 가정하였다.

$$w = \sum_{m=1}^{21} \sum_{n=1,3} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (33)$$

중형비가 3.6인 경우에 대하여 최대초기처짐량이 판두께의 10% 경우의 하중~처짐성분관계를 실선으로 Fig. 3에 나타낸다. 한편, 최대초기처짐량이 판두께의 1% 경우의 A_{31} 성분의 변화를 같은 그림의 파선으로 나타낸다. 초기처짐량의 증가와 함께 파선상에 보여지는 2차좌굴점 a가 실선상에서는 명확히 나타나지 않는다. 이 같은 경우에 대해서는 하중이 극대치를 나타내는 점b를 2차좌굴점으로 정의한다. 즉, 초기처짐이 없는 경우에는 분기형의 2차좌굴이 생기지만 비대칭초기처짐이 있는 경우에는 극대점형의 2차좌굴이 생긴다.

여기서 주목해야할 것은 중형비 3.6의 경우에서는 더욱 더 하중을 증가시키면 2차좌굴로 3번

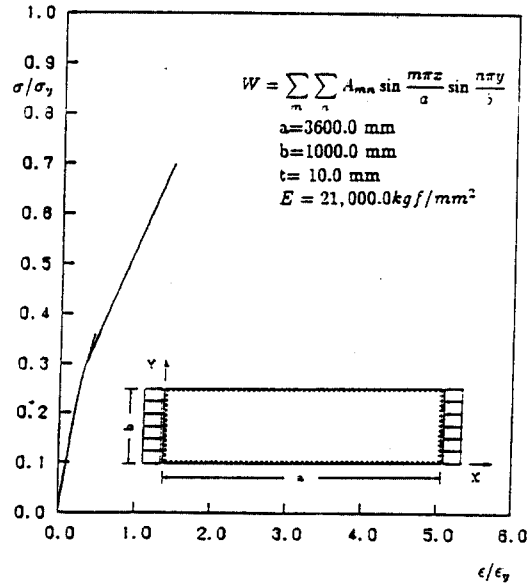
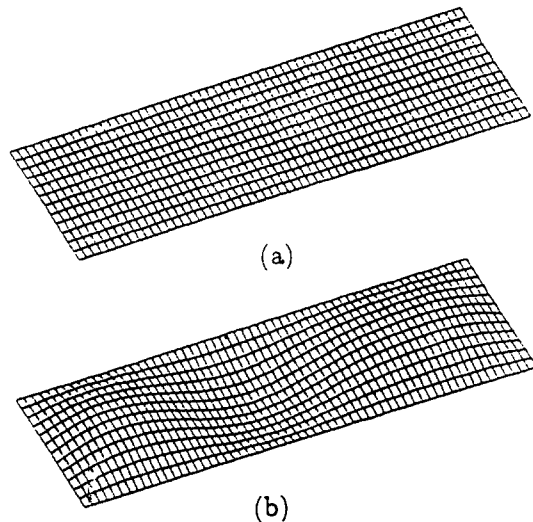


Fig. 4 Average stress-average strain relationship of a rectangular plate with initial deflection under thrust ($W_{0max}/t = 0.1$)



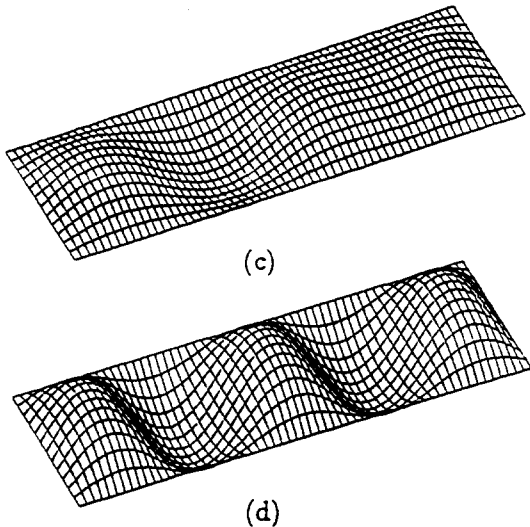


Fig. 5 Post-buckling behaviour of simply supported rectangular plate under thrust

파로부터 5반파로 된 후, 더욱 더 7반파로 Snap-through가 발생한다. 즉, 3차좌굴이 발생한다. 여기서는 결과를 나타내고 있지 않지만 하중이 더욱 더 증가하면 7반파로부터 9반파로의 Snap-through가 발생한다. 이것을 본 연구에서는 4차좌굴이라고 정의 한다. 이 종횡비에서의 초기좌굴은 최초의 Snap-through전에 많은 처짐성분이 성장하기 시작하는 시점으로 보아진다. 이 시점에서의 처짐모드는 복잡하다.

그런데, 여기서 가정한 초기처짐파형의 경우, 초기처짐량이 어떤 크기 이상으로 되면 2차좌굴발생 전후의 지배적인 처짐성분은 기수파성분으로 된다. 그러나, Fig. 3에 나타난 종횡비 3.6인 경우에는 점 b에서 Snap-through가 발생하기 전에 기수파 성분만이 아닌 A_{21} 성분과 A_{61} 성분 등의 우수파성분도 크게 나타난다. 이것은 2차좌굴현상의 해석에 있어서 2차좌굴모드가 기수파모드로 되는 경우에도 우수파성분을 무시할 수 없다는 것을 시사하고 있다.

Fig. 4는 평균압축응력 σ 와 평균압축변형률 ϵ 의 관계를 나타낸다. 여기서, 항복응력 σ_y 을 30.0으로 하여 무차원화하였다. 2차좌굴 발생후, 하중이 극

대치를 나타낸 후에 극소치를 나타낼 때까지의 불안정 평형경로에서는 평균응력도 평균변형률도 감소하고 있음을 알 수 있다. 실제의 구조물에서의 부하상태에서는 평균응력도 평균변형률도 함께 감소하는 부하상태는 생기지 않는다. 즉, 평균응력 또는 평균변형률의 어느 것이든 증가를 계속하는 부하상태로 된다. 이 경우에는 불안정 평형경로는 생기지 않고 극대점으로부터 별도의 안정평형경로로 동적인 Snap-through현상이 발생할 것으로 예상된다. 이것에 관해서는 다음에 고찰한다. Fig. 4로부터 초기좌굴발생후에 저하한 면내강성이 2차좌굴이 생겨 처짐모드가 변화한 후 더욱 변화하고 있음을 알 수 있다. 1반파의 종횡비 $\alpha = a/b$ 의 판이 면내압축하중을 받는 경우의 좌굴후의 면내접선강성은 다음과 같이 근사 할 수 있다[11].

$$D = \frac{1 + \alpha^4}{3 + \alpha^4} E \quad (34)$$

이 경우는 초기좌굴에 의해 생긴 처짐의 지배적인 성분은 3반파로 된다. 따라서, 윗 식에 $\alpha = 3.6/3.0$ 를 대입하면 좌굴후의 면내강성은 $0.61E$ 로 저하하게 된다. 더욱이 2차좌굴이 발생하면 지배적인 처짐성분은 5반파로 된다. 따라서, 2차좌굴이 생기면 $\alpha = 3.6/5.0$ 이 되어 면내강성은 $0.39E$ 로 저하한다.

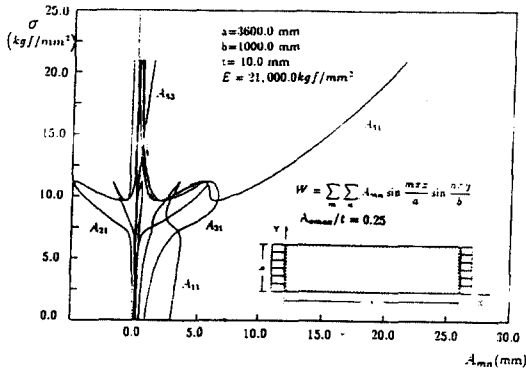
Fig. 5는 $\sigma = 0.0, 8.90, 10.72, 20.94 \text{ kgf/mm}^2$ 의 평균응력에서의 처짐파형을 나타낸다. 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이, 3반파의 처짐파형으로부터 5반파로의 Snap-through현상이 발생함을 알 수 있다. 즉, 이것을 2차좌굴이라 하였다.

Fig. 6에서는 초기처짐파형을 같다고하여 최대 초기처짐량을 판 두께의 25%, 50%, 75% 및 100%로 했을 때의 평균압축응력 σ 와 몇 개의 처짐계수와의 관계를 나타내었다. 처음은 많은 처짐성분이 상호영향을 미치면서 성장한다. 또한, 1반파 성분은 좌굴모드와 5반파 성분을 포함하는 다른 성분의 성장을 방해함을 알 수 있다. 이 경향은 초기처짐이 커지면 커질수록 현저하게 나타나 1반파로부터 다른모드로의 변화하는 하중을 상승시킨다. 또한, 최대초기처짐량이 100%인 경우에는 아주 복잡

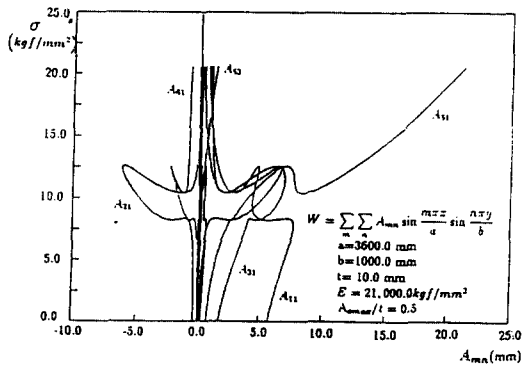
한 거동을 보이는 것으로 보이나 실제적으로는 처짐파형이 1모드로부터 3모드로 변화한 후, 또 다시 5모드로 변화하게 됨을 쉽게 알 수 있다. 이와 같이 모드가 변화하는 것을 더욱 더 쉽게 알아보기 위하여 초기처짐파형을 같다고 하여 최대초기처짐량을 판두께의 100%의 판을 대상으로 해석하였다.

그 결과를 Fig. 7에 평균압축응력 σ 와 평균압축 변형률 ϵ 의 관계를 나타내고 있다. 여기서 알 수 있는 바와 같이 모드가 변화할 때마다 면내강성이 저하해 감을 알 수 있다. 즉, 2차좌굴이 발생하면 면내강성이 저하하게 되어 면내압축응력을 받는 선체구조물의 전체강성이 저하하여 황천 항해시 선박이 붕괴하게 되는 하나의 원인이 됨을 시사하고 있다.

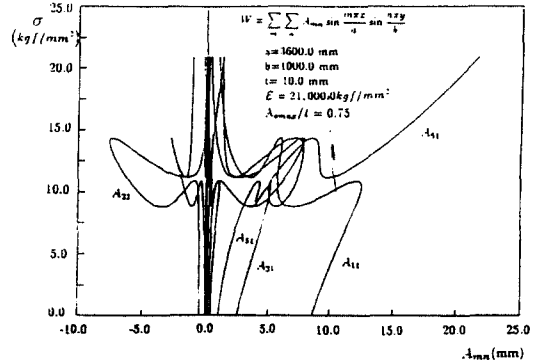
(2) 유한요소법에 의한 수치해석



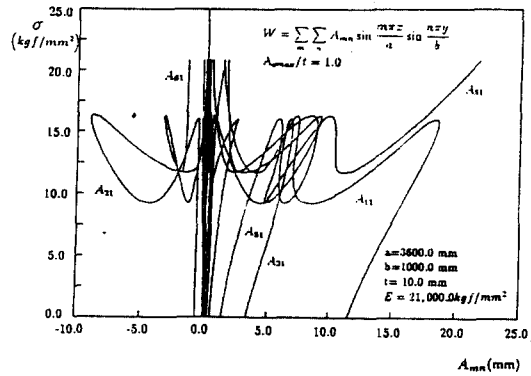
(a) $W_{0max}/t = 0.25$



(b) $W_{0max}/t = 0.5$



(c) $W_{0max}/t = 0.75$



(d) $W_{0max}/t = 1.0$

Fig. 6 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate with initial deflection under thrust

본 연구에서는 Fig. 2에 나타내는 바와 같이 야원 말모양의 초기처짐을 가진 주변단순지지 (주변은 변형후에도 직선을 유지)의 직사각형판 ($a \times b = 3600 \times 1000 \text{ mm}$)이 압축력을 받는 경우의 탄성대변형 거동을 해석하였다. 유한요소 모델링은 변형 거동상의 대칭성을 고려하여 1/2만을 대상으로 하였으며, 요소수는 60×60 을 채용하였다.

판 두께 10%의 최대초기처짐량을 갖는 종횡비 3.6의 판에 단조증가하중을 가하는 경우의 탄성대 처짐해석의 결과를 Fig. 8에 나타낸다. 종횡비 a/b 가 3.6인 판에서는 좌굴발생과 함께 초기좌굴모드

A_{31} 성분과 함께 A_{51} 성분도 성장을 시작한다. 이윽고, 하중이 극대점에 달하여 경로가 하향의 불안정경로에 전락한 후, 이번에는 A_{51} 성분만이 증가하기 시작하여 지배적인 처짐모드는 하중방향의 3반파로부터 5반파로 변한다. 이 때문에 단조증가 하중을 가하면 실선으로 나타낸 바와 같이 하중의 극대점에서 처짐모드의 Snap-through가 생긴다. 이것을 2차좌굴현상이라 하고, 극대점의 하중은 2차좌굴강도를 나타낸다.

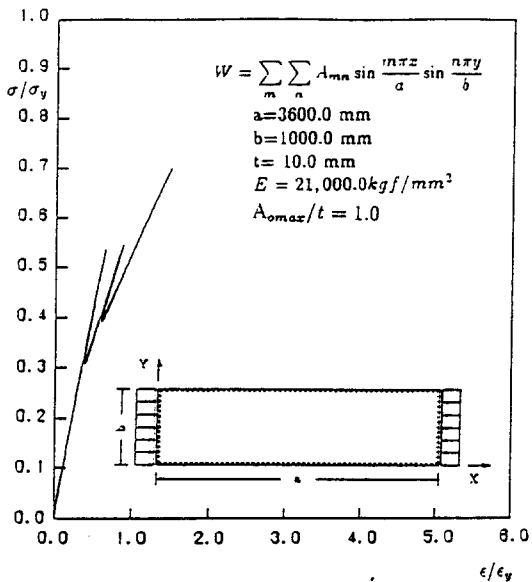


Fig. 7 Average stress-average strain relationship of a rectangular plate with initial deflection under thrust ($W_{0max}/t = 1.0$)

앞에서 설명한 바와 같이 Fig. 3은 해석적인 방법으로 구한 결과를 나타낸다. 또한, 이것은 호장 증분법에 의해 구한 것으로서 불안정한 평형경로도 구할 수 있다. 즉, 유한요소해석으로 구한 Fig. 8의 결과와 해석적인 방법으로 구한 Fig. 3의 결과는 좋은 대조를 이루고 있음을 알 수 있다.

Snap-through가 생기면 외력이 행한 일의 일부가 판의 운동에너지로 변하여 판에는 동적거동이 생긴다. 그래서 Snap-through가 발생한 후에는 새로

운 평형경로 주위에서 진동이 생기고 이윽고 감쇠한다. 그러나, 본 해석에서는 정적해석으로서 2차좌굴하중의 근방에서는 처짐성분과 평균압축변형률이 변동하고 있음을 알 수 있다. 이것은 원래 운동에 따라서 관성력이 생겨 동적평형조건이 만족해야 하지만 정적해석에서는 관성력이 고려되지 않기 때문이라고 생각되어 진다. 이로부터 2차좌굴 거동을 정확히 추적하기 위해서는 일반적으로 동적해석을 행할 필요가 있음을 알 수 있다. 그러나, Snap-through후의 안정적인 평형경로는 조금 차가 있을 수 있다고 생각할 수 있지만 기본적으로는 정적인 해석에 의해서도 충분한 정도로 추적할 수 있다. 그 이유로서는 다음의 것이 생각되어 진다. 즉, 정적인 해석에서는 관성력은 고려되지 않지만 증분간을 선형근사하기 위한 오차를 수정하는 하중수정항이 고려되기 때문이다. 따라서, 원래는 관성력항으로 평형조건이 만족되어야 하지만 대신에 하중수정항으로 인하여 평형조건이 잘 만족하기 때문이라고 생각되어 진다. 그 결과 Snap-through 발생 직후에 흔들리던 해가 이윽고 원래의 평형경로를 찾아 간다.

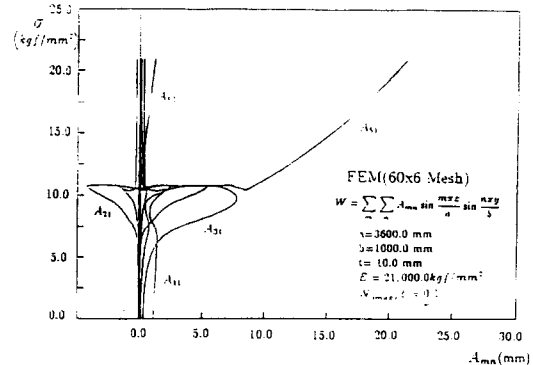


Fig. 8 Load-deflection coefficient curves of a rectangular plate with initial deflection under thrust by FEM

4. 결론

본 논문에서는 고장력강을 선체에 폭 넓게 사용되게 하기 위하여 좌굴허용 설계개념이 도입되는

현 시점에서, 선체판부재의 2차좌굴거동에 관하여 상세하게 밝힘으로서 선체구조설계의 단계에서 아주 중요한 자료를 제공할 수 있는 연구를 하였다.

1방향에 면내압축하중을 받는 선체판부재를 대상으로 해석적인 방법 및 유한요소법을 적용하여 탄성대변형 해석을 실시하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 종횡비가 3.6인 판은 초기처짐이 없는 경우에는 분기형의 2차좌굴이 생기지만 비대칭 초기처짐이 있는 경우에는 극대점형의 2차좌굴이 생긴다.
- (2) 2차좌굴모드가 기수파모드로 되는 경우에도 우수파성분을 무시할 수 없다.
- (3) 하중 또는 강제변위를 단순히 증가시키는 경우, 하중이 극대치에 달하는 시점에서 Snap-through가 발생하여 처짐모드가 변화한다. 이 Snap-through의 발생은 극대치에 달한 후의 정적평형경로가 불안정평형경로이기 때문이다.
- (4) 초기좌굴이 발생하면 판의 면내강성이 저하한다. 이 면내강성은 2차좌굴발생후 더욱 더 저하 한다.
- (5) 2차좌굴이 발생하면 면내강성이 저하하게 되어 면내압축응력을 받는 선체구조물의 전체강성이 저하하여 황천 항해시 선박이 붕괴하게 되는 하나의 원인이 된다.

참 고 문 헌

[1] Faulkner, D. : A Review of Effective Plating for Use in the Analysis of Stiffened Plating in Bending and Compression, J. Ship Research, Vol. 19, No.1, pp. 1-17, 1975.

[2] 上田幸雄, 矢尾哲也, 中村和博 : “溶接初期不整を有する矩形板の壓壊強度に関する研究(第1報)- 初期たわみ波形および初期たわみ量の影響 -”, 日本造船學會論文集, 第148號, pp. 222-231, 1980.

[3] Y. Ueda and T. Yao, The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the

Behaviour and Ultimate Strength of Rectangular Plates in Compression, J. of Construction Steel Research, Vol. 5, 1985.

[4] 백접기, 김 건 : “복잡한 형상의 초기처짐을 가진 실선 Panel의 압괴강도 잔이 추정법”, 대한 조선학회지, 제25권 제1호, pp. 33-46, 1988.

[5] J.K. Paik and C.Y. Kim, A Simplified Finite Element Method for the Ultimate Strength Analysis of Plates with Initial Imperfections, J. of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 26, No.1, pp. 24-38, 1989.

[6] 백접기 외, 판부재의 탄소성대변형 유한요소 해석 문제에서의 수렴기법에 관한 고찰, 한국전산구조공학회, 제2권, 제3호, pp. 97- 103, 1989.

[7] Yao, T. and Nikolov, P.I. : Buckling/ Plastic Collapse of Plates under Cyclic Loading, 日本造船學會論文集, 第168號, pp. 449-462, 1990.

[8] Uemura, M. and Byon, O. : “Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression ; Part I : Theoretical Analysis of Simply Supported Flat Plate”, Int. J. Non-Linear Mech., Vol. 12, No.6, pp. 355-370, 1976.

[9] Uemura, M. and Byon, O. : “Secondary Buckling of a Flat Plate under Uniaxial Compression ; Part II: Analysis of Clamped Plate by F.E.M. and Comparison with Experiments”, Int. J. Non-Linear Mech., Vol.13, No.1, pp. 1-14, 1978.

[10] Nakamura, T. and Uetani, K. : “Secondary Buckling and Post-Secondary Buckling Behaviour of Rectangular Plates”, Int. J. Mech. Sci., Vol.21, pp. 265-286, 1978.

[11] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用 : “初期たわみを有する薄板の2次座屈に関する研究”, 日本造船學會論文集, 第176號, pp. 309-318,

1994.

- [12] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用: “面内壓縮荷重を受ける矩形板の大たわみ舉動に關する研究”, 西部造船會會報, 第 89 號, pp. 179 -190, 1995.
- [13] 矢尾哲也, 藤久保昌彦, 高 在用, 山本元道: “2次座屈が板の座屈・塑性崩壞舉動に及ぼす影響に關する研究”, 日本造船學會論文集, 第 177 號, pp. 347-355, 1995.
- [14] 高 在用: “2次座屈を伴う板の座屈・塑性崩壞舉動に關する研究”, 廣島大學博士學位論文, 1995.
- [15] 고재용, 백점기, T. Yao: “면내압축하중을 받는 판의 2차좌굴에 관한 연구”, 대한조선학회 추계연구발표회 논문집, pp. 140-147, 1995.
- [16] 都井 裕, 弓削康平, 川井忠彦: “構造要素の衝突壓壞強度に關する基礎的研究(その1)-有限要素法による超大變形解析-”, 日本造船學會論文集, 第159號, pp. 248-257, 1986.
- [17] Riks, E.: “The Application of Newton’s Method to the Problem of Elastic Stability”, Trans. of ASME, J. of App. Mech., Vol. 39, pp. 1060-1065, 1972.
- [18] Riks, E.: “An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems”, Int. J. Solids Structures, Vol.15, pp. 529-551, 1979.
- [19] 細野 透: “弧長法による彈性座屈問題の解析(その1) - 座屈点に於ける増分解の性質 -”, 日本建築學會論文報告集, 第242號, pp. 41- 50, 1976.
- [20] 細野 透: “弧長法による彈性座屈問題の解析(その2) - 數值解析方法としての弧長法 -”, 日本建築學會論文報告集, 第243號, pp. 21- 31, 1976.