

〈논 문〉

이중 층상균열보의 자유진동해석

한 병 기* · 이 성 희**

(1996년 9월 25일 접수)

Free Vibration Analysis of Double Split Beams

B. K. Han and S. H. Lee

Key Words : Double Split(이중 층상균열), Euler Beam Theory(오일러 보 이론), Timoshenko Beam Theory(티모셴코 보 이론), Vibration Characteristics(진동특성), Natural Frequency(고유진동수), Modal Test(모드시험)

Abstract

In this study, free vibration analysis of double through-the-width split beam is studied based on the author's earlier work. Each segment which constructs double through-the-width split beam is considered as Timoshenko beam. The effect of coupling between longitudinal and transverse vibration on the natural frequencies of split beams is considered. Data acquisition and modal test of double split beam for clamped-free boundary condition are carried out. Experimental and numerical results obtained by ANSYS were compared with the calculated data by present theory and their comparisons give good agreement with one another. The influences of the size and location of double split, shear deformation, and boundary conditions on the natural frequencies are demonstrated for illustrative purpose. Effects of double split on the dynamic characteristics of beams can be used to detect the size and the location of damages in structures.

1. 서 론

최근 들어 각종 일차구조물의 내부결함에 대한 관심이 증대되고 있다. 특히 보요소는 일차구조요소로 널리 쓰이는 부재요소중의 하나이다. 이러한 일차구조물 내부의 결함은 구조물의 제작과정 혹은 사용 중에 발생할 수 있으며, 결함의 존재는 구조물의 안정성과 하중지탱능력에 큰 영향을 끼치게 되므로 이에 대한 연구는 필수적이다. 구조물 내부에는 크랙, 기공, 균열 등의 결함이 존재할 수 있으며, 적층복합재 구조물에서 대표적 결함은 층간분리로 인한 층상균열이 있다.

이러한 층상균열에 대한 해석적인 연구를 살펴보면, Wang 등⁽¹⁾은 오일러-베르누이 보이론을 사용하여 보 내부에 단일 층상균열이 있는 경우 이러한 층상균열이 보의 고유진동수에 미치는 영향을 밝히는 해석적 방법을 제시하였으며, 단일 층상균열의 크기, 위치변화 및 경계조건에 따른 고유진동수의 변화를 고찰하였다. Shen 등⁽²⁾은 변분론을 사용하여 층간분리가 있는 적층보의 자유진동에 관하여 연구하였으며, 내부 층간분리가 고유진동수와 모드형상에 미치는 영향을 해석적, 실험적으로 평가하였다. Wang 등⁽³⁾은 기존에 발표한 논문에 이어서 등가 굽힘강성 개념을 적용하여 두께방향과 길이방향에서 다층 층간분리된 보와 판의 진동해석을 수행하였다. 해석에서 모든 층간분리면들은 접촉되어 있다고 가정하였으므로 결과적으로 구속모드를 발

*회원, 홍익대학교 기계공학과

**홍익대학교 대학원 기계공학과

생시켰다.

한편, Hanagud 등⁽⁴⁾은 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 유한요소 모델을 사용하여 연구하였으며, 기존의 모델보다 간단하고 용도가 넓은 해석방법임을 보였다. Gummadi 등⁽⁵⁾은 다층 층간분리가 적층복합재의 동적 특성에 미치는 영향을 연구하기 위해 고차이론으로 유한요소해석을 수행하였으며, 다층 층간분리를 갖는 보구조물의 모드형상과 고유진동수를 층간분리가 없는 결과와 비교하여 제시하였다. Luo 등⁽⁶⁾은 적층판에 대한 모드 해석시험을 수행하여 층간분리모드가 있음을 실험적으로 규명하였다. 한병기^(7,8)등은 등방성 및 적층보 내부에 한개의 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 해석적인 방법으로 제시하였으며, 해석결과가 구조물내부의 비파괴검사 방법으로 활용될 수 있음을 제시하였다.

따라서 본 연구에서는 층상균열이 있는 보의 진동특성을 해석적인 방법으로 제시하고자 한다. 이러한 연구는 다층상균열이 있는 보의 선행연구로 일정영역내에 두 개의 층상균열이 있는 경우에 대한 이론식을 회전관성 및 진단변형효과를 고려하여 전개하였다. 이때 이중층상균열이 있는 영역에서의 기하학적 및 역학적 연속조건식이 매우 중요하게 되며, 진동모드중 개구모드(opening mode)도 발생할 수 있지만 해석의 편의성을 위해 진동시 보는 항상 접촉되어 있다고 가정한다. 해석으로 얻어진 결과를 실험 및 유한요소해석 결과와 비교함으로써 제시된 이론의 타당성을 검증하고 층상균열의 위치 및 크기변화가 진동특성에 미치는 영향을 조직적으로 연구하고자 한다. 이 결과로부터 진동특성의 변화와 결함의 위치/크기와와의 상관성을 규명함으로써 비파괴 검사방법에 활용할 수 있는 기초를 구축하고자 한다. 따라서 본 연구는 충격 등으로 인한 구조물 내부의 층상균열, 층간분리 등을 개략적으로 예측/평가하는데 활용 가능하게 될 것이다.

2. 이 론

2.1 진동해석

본 연구에서는 이중 층상균열이 있는 보의 진동특성을 해석하기 위하여 이상화된 모델로부터 지배방정식을 유도하였다. 본 연구의 이론해석을 위한 좌표계 및 영역표시는 Fig. 1에서 보여준다.

보는 결함이 존재하는 내부영역과 존재하지 않는

좌우 양단영역으로 구별된다. 각 영역에서 오른쪽을 양(+)의 방향으로 하는 국부좌표계를 설정하였다. 양단영역에서는 보의 양단에 원점이 존재하는 반면에, 내부영역에서는 중앙에 원점이 위치한다. 보의 횡진동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.^(9,10)

$$\frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + \frac{m}{EI} \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial t^2} - \left(\frac{\rho}{E} + \frac{\rho}{kG}\right) \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2}{kEG} \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial t^4} = 0 \quad (1)$$

여기서, W 는 횡방향의 변위를 나타내며, EI 는 보의 굽힘강성, m 은 단위길이당 질량, A 는 보의 단면적, G 는 진단탄성계수, k 는 단면형상계수를 의미한다. 보의 횡진동에 다음과 같은 식의 주진동형이 존재한다고 가정한다.

$$W_i(x, t) = w_i(x) \sin(\omega t + \phi) \quad i=1, 2, 3, 4, 5 \quad (2)$$

여기서, i 는 영역을 나타내는 첨자이고, $w_i(x)$ 는 i 번째 영역의 횡방향 진동모드이며, ω 는 원진동수를 의미한다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하고 보의 길이로 무차원화하여 정리하면 다음과 같다.

$$w_i(\xi), \xi \xi \xi \xi + \beta_i^2 w_i(\xi), \xi \xi - \gamma_i w_i(\xi) = 0 \quad i=1, 2, 3, 4, 5 \quad (3)$$

이때 $\xi = x/L$, $\beta_i^2 = \frac{\rho \omega^2 L^2}{kG} + \frac{\rho \omega^2 L^2}{E}$, $\gamma_i = \left(\frac{m \omega^2 L^4}{EI}\right) \left(1 - \frac{\rho \omega^2 L^2}{m k G}\right)$ 이고, $()_{,\xi}$ 는 ξ 에 대한 미분을 나타낸다. 식 (3)의 일반해는 다음과 같다.

$$w(\xi)_i = F_{1i} \sin \lambda_i \xi + F_{2i} \cos \lambda_i \xi + F_{3i} \sinh \bar{\lambda}_i \xi + F_{4i} \cosh \bar{\lambda}_i \xi \quad (4)$$

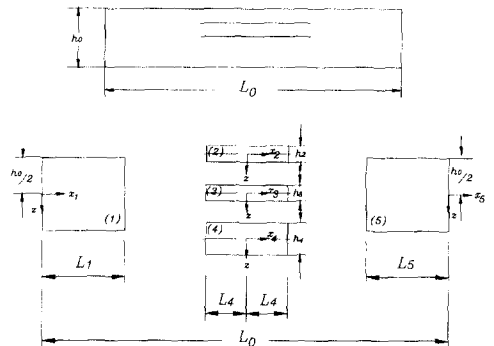


Fig. 1 Geometry and sign convention of double split beam

여기서, Γ_{ji} ($j=1, 2, 3, 4$)는 경계조건과 연속조건들로부터 결정되는 미지수를 의미하며, $\lambda_i, \bar{\lambda}_i$ 는 진동수 파라미터로서 다음과 같이 표현된다.

$$\lambda_i = \sqrt{+\frac{\beta^2}{2} + \sqrt{\frac{\beta^4}{4} + \gamma}} \quad (5a)$$

$$\bar{\lambda}_i = \sqrt{-\frac{\beta^2}{2} + \sqrt{\frac{\beta^4}{4} + \gamma}} \quad (5b)$$

한편, 보의 연속조건식 및 경계조건식에 사용되는 전단력, 모멘트 그리고 굽힘에 의한 기울기식은 다음과 같다.

$$Q_i(\xi) = -\{(EI/L^3)/(1-\rho^2\omega^2 I/mkG)\} [w(\xi), \epsilon\epsilon\epsilon + \beta^2 w(\xi), \epsilon] \quad (6)$$

$$M_i(\xi) = -(EI/L^2) \cdot [w(\xi), \epsilon\epsilon + (\rho\omega^2 L^2/kG)w(\xi)] \quad (7)$$

$$\Psi_i(\xi) = (1/L)[w(\xi), \epsilon - L\rho Q_i(\xi)/mkG] \quad (8)$$

또한 층상균열이 있는 보의 진동해석에서는 보의 횡진동과 종진동의 연성효과를 고려하는 것이 바람직하며,⁽¹⁾ 이때 보의 종진동에 대한 운동방정식은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$c^2 \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

여기서, $c^2 = E/\rho$, ρ 는 밀도를 의미한다, 이때 식 (9)가 다음 형태의 식으로 만족된다고 하자.

$$U_i(x, t) = u_i(x) T_i(t) \quad i=2,3,4 \quad (10)$$

여기서, $u_i(x)$ 는 오직 공간변수 x 만의 함수이고 $T_i(t)$ 는 t 만의 함수이다. 식 (10)을 식 (9)에 대입하고 보의 길이로 무차원화하여 정리하면 무차원화된 공간변수 ξ 에 대한 다음과 같은 지배방정식을 얻을 수 있다.

$$u_i(\xi), \epsilon\epsilon\epsilon + \eta_i^4 u_i(\xi) = 0 \quad (11)$$

여기서, 보의 영역길이로 무차원화된 종방향 변위 u_i 는 U_i/L_i 을, 진동수 파라미터 η_i^4 은 $[(\rho/E)L^2\omega^2]_i$ 를 의미하며, 식 (11)의 일반해는 다음과 같이 표현된다.

$$u_i = H_{1i}g_{1i} + H_{2i}g_{2i} \quad i=2,3,4 \quad (12)$$

여기서, H_{1i}, H_{2i} 는 경계조건과 연속조건들로부터 결정되는 미지수를 의미하며, $g_{1i}(\xi) = \sin \eta_i^2 \xi$, $g_{2i}(\xi) = \cos \eta_i^2 \xi$ 이다. 이중 층상균열이 보의 고유진동수

에 미치는 영향을 조사하기 위해서는 층상균열부에서의 각 보들간의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건 및 종방향 진동과의 연성관계가 필요하다. 첫번째로 이중 층상균열부에서 각 보들간의 횡방향 변위에 대한 기하학적 연속조건은 다음과 같다.

$$w_2 = w_3 = w_4 \quad (13)$$

$$\Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4 \quad (14)$$

층상균열이 있는 내부영역의 양단경계 ($\xi = \pm 1$)에서 식 (13)과 식 (14)의 연속조건을 적용하면, 내부영역 보들 사이의 횡방향 변위에 대한 다음과 같은 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{\Gamma_k\}_i = [S_{kl}]_{i4} \{\Gamma_l\}_4 \quad \{\Gamma_k\}_i = 2,3, k, l = 1,2,3,4 \quad (15)$$

식 (15)에서 행렬 $[S_{kl}]_{i4}$ 는 4×4 행렬로서 각각의 성분은 식 (4)의 함수 및 보의 물성치와 기하학적 형상의 함수이며, 이에 대한 자세한 설명은 생략하기로 한다. 한편, 이중 층상균열이 있는 영역에서는 종방향 변위간의 계수관계식이 고려되어야 한다. 이때 적용되는 기하학적 모델을 Fig. 2에서 보여주고 있으며, 그림의 기하학적 관계로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다

$$L + u_{2,\epsilon} = R\theta$$

$$L + u_{3,\epsilon} = (R + e_{23})\theta$$

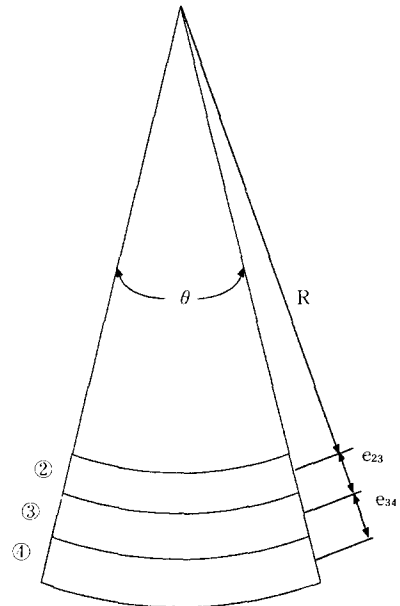


Fig. 2 Regional beam elements with double splits

$$L + u_{4,\xi} = (R + e_{23} + e_{34}) \theta \quad (16)$$

여기서, L 은 각각의 보가 변형되기 전의 길이를 의미하며, 첨자 2, 3, 4는 층상균열이 있는 보의 순서를 의미한다. 또한 $u_{i,\xi}$ ($i=2, 3, 4$)는 각각의 보의 변형률을 의미한다. 식 (16)에서 길이의 항을 제거하면 다음과 같다.

$$u_{3,\xi} - u_{2,\xi} = e_{23} \theta \quad (17)$$

$$u_{4,\xi} - u_{3,\xi} = e_{34} \theta \quad (18)$$

또한 식 (17)과 식 (18)에서 θ 를 소거하면 다음과 같이 표현된다.

$$u_{3,\xi} = (e_{23}u_{4,\xi} + e_{34}u_{2,\xi}) / (e_{23} + e_{34}) \quad (19)$$

한편, 이중 층상균열이 있는 영역에서는 각 보들간에 다음과 같은 조건식이 만족되어야 한다.

$$\sum_{i=2}^4 E_i A_i u_{i,\xi} = 0 \quad (20)$$

식 (20)에 식 (19)를 대입하고 정리하면 층상균열이 있는 영역에서 첫번째 보와 세번째 보간의 축방향변위의 관계식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$u_{4,\xi} = - \frac{(A_2 E_2 + A_3 E_3) \dot{e}_{34} + A_2 E_2 \dot{e}_{23}}{(A_3 E_3 + A_4 E_4) \dot{e}_{23} + A_4 E_4 \dot{e}_{34}} u_{2,\xi} \quad (21)$$

마찬가지 방법으로 두번째 보와 세번째 보간의 축방향변위의 관계식을 구하면 다음과 같다.

$$u_{4,\xi} = - \frac{A_2 E_2 (\dot{e}_{23} + \dot{e}_{34}) + A_3 E_3 \dot{e}_{34}}{A_4 E_4 \dot{e}_{34} - A_2 E_2 \dot{e}_{23}} u_{3,\xi} \quad (22)$$

여기서, \dot{e}_{23} , \dot{e}_{34} , \dot{e}_{24} 는 요소의 중립축간의 거리를 균열이 있는 영역의 길이로 무차원화한 값을 의미하며, 식 (22)에서 $A_4 E_4 \dot{e}_{34} = A_2 E_2 \dot{e}_{23}$ 이게 되면 분모가 영이 되는데 이러한 경우는 이중 층상균열이 있는 영역에서 세번째 보가 보 전체의 중립축에 존재하게 되므로 세번째 보의 중방향 변형률은 영이 됨을 의미한다. 또한 각보의 중방향 변위는 횡방향 변위와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$u_2 = u_4 - \dot{e}_{24} w_{4,\xi} \quad (23)$$

$$u_3 = u_4 - \dot{e}_{34} w_{4,\xi} \quad (24)$$

식 (21)과 식 (22)를 식 (23)과 식 (24)의 연속조건식에 대입한 후, 층상균열이 있는 내부영역의 양단경계 ($\xi = \pm 1$)에 적용하면, 다음과 같은 중방향과 횡방향 변위에 대한 계수간의 관계식을 구할 수 있다.

$$\{H_k\}_i = [R_{kl}]_{i4} \{\Gamma_l\}_4 \quad (25)$$

$$i=2,3, k=1,2, l=1,2,3,4$$

한편, 층상균열이 있는 영역과 없는 영역의 경계에서는 다음과 같은 기하학적, 역학적 연속조건이 만족되어야 한다.

$$\left\{ \begin{matrix} w_i L_i \\ \Psi_i \\ M_i \\ Q_i \end{matrix} \right\}_{\xi=1} = \left\{ \begin{matrix} w_i L_i \\ \Psi_i \\ M_i \\ Q_i \end{matrix} \right\}_{\xi=-1} \quad (i=1,4,5) \quad (26)$$

여기서, M 과 Q 는 각각 굽힘모멘트와 전단력성분을 나타내며, 층상균열이 존재하는 영역에서의 굽힘모멘트와 전단력성분은 다음의 관계를 가진다.

$$M_{2nd \ region} = \sum_{i=2}^4 \{ - (EI/L^2) [w(\xi),_{\xi\xi} + (\rho\omega^2 L^2/kG) w(\xi)]_i + \dot{e}_{24} (EA)_2 u_{2,\xi} + \dot{e}_{34} (EA)_3 u_{3,\xi} \} \quad (27)$$

$$Q_{2nd \ region} = \sum_{i=2}^4 \{ - \{ (EI/L^3) / (1 - \rho^2 \omega^2 I/mkG) \} [w(\xi),_{\xi\xi\xi} + \beta^2 w(\xi),_{\xi}]_i \} \quad (28)$$

층상균열이 있는 영역 ($i=2,3,4$)과 양단 경계영역과의 관계식을 구하기 위해 식 (27)과 식 (28)을 식 (26)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\{\Gamma_k\}_4 = [Q^L_{kl}] \{B_l\}_1 \quad k=1,2,3,4, l=1,2 \quad (29)$$

$$\{\Gamma_k\}_4 = [Q^R_{kl}] \{B_l\}_5 \quad k=1,2,3,4, l=1,2 \quad (30)$$

식 (29)와 식 (30)을 등가시키면 다음과 같은 네개의 선형연립방정식을 얻을 수 있다.

$$[[Q^L_{kl}][Q^R_{kl}]] \begin{Bmatrix} \{B_l\}_1 \\ \{B_l\}_5 \end{Bmatrix} = 0 \quad k=1,2,3,4, l=1,2 \quad (31)$$

진동수방정식은 식 (31)의 행렬식을 영으로 함으로써 구할 수 있다.

3. 진동실험 및 유한요소해석

본 연구에서는 이론해석결과와 검증용 위해 진동 실험 및 ANSYS를 이용한 유한요소해석을 수행하였다. 이중 층상균열이 있는 시험편을 만들기 위해

Al 5052 재질을 사용하여 층상균열이 있는 시편을 제작하였으며, 이때 물성치와 치수는 다음과 같다.

$$L_0 = 0.415 \text{ m}$$

$$b = 0.025 \text{ m}$$

$$h = 0.0048 \text{ m}$$

$$E = 70 \text{ GPa}$$

$$\rho = 2710 \text{ kg/m}^3$$

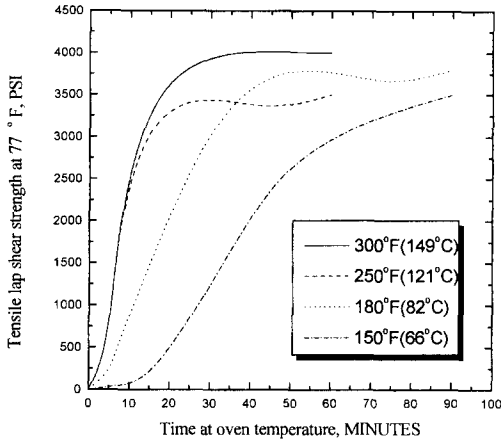
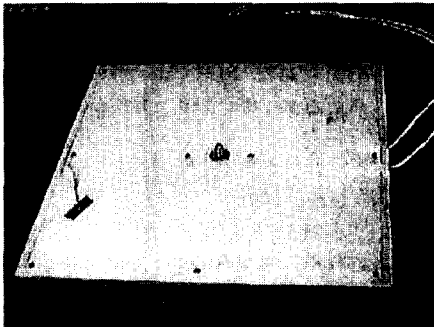
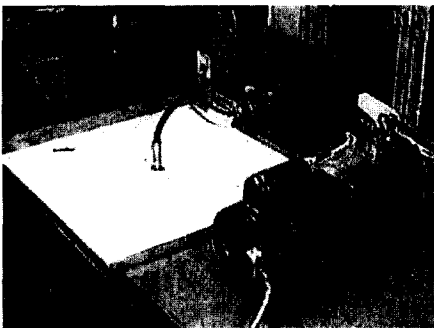


Fig. 3 Tensile lap shear strength at 77°F on etched aluminum vs. time at oven temperature of EA9460



(a) Heating base plate



(b) Overall view

Fig. 4 Setup of vacuum apparatus for imposing distributed load and heat to specimens

인공적으로 층상균열부를 만들기 위해 여러 개의 보를 겹친후 원하는 부위만을 접착제를 사용하지 않고 나머지부분에 접착제를 사용하여 이중 층상균열이 발생하도록 시편을 제작하였다. 이때 사용된 접착제는 Hysol사의 EA9460이며, 접착제가 완전한 접착력 및 강도를 갖기 위해서는 온도 및 압력이 중요한 인자가 되는데, 본 실험에서는 접착제 공급회사에서 제시하는 접착제 경화온도사이클에 준하여 시편을 제작하였다. 이때 사용된 사이클은 Fig. 3에서 보여주고 있으며, 그림의 곡선중 경화 온도, 시간 및 이에 상응하는 강도를 고려하여 82°에서 약 1시간 가량으로 시편을 경화하여 접착제가 충분한 강도 및 접착력을 발휘하도록 하였다. 또한, 경화중에 일정한 하중을 가하기 위하여 간이 진공백성형장치를 제작하였으며, 이에 대한 그림을 Fig. 4에서 보여주고 있다. Fig. 4(a)는 서로 접착된 시편을 언저놓기 위한 기저판으로서 판의 내부에는 철크롬 전열선(5Ω)을 심어 온도를 가할 수 있도록 하였다. 밑판에 사용된 재질은 AL5052이며, 규격은 500*500*20(mm)로 하였다. 또한 진공을 만들기 위해 판의 중앙에 12mm정도의 구멍을 내어 진공펌프와 연결되도록 하였으며, 일정온도를 유지하기 위해서는 PID 조절방식의 장치를 사용하였다. 또한 완전한 접착력을 얻기 위해서는 대상부재 표면의 청결성 및 조도가 중요하므로 사포를 이용하여 접착부위에 일정한 조도를 준 후, 아세톤을 이용하여 표면을 청결하게 하여 각각의 보를 접착하였다. 이렇게 제작된 시험편에 대한 물성치와 기하학적 형상을 Table 1에 제시하였다. 진동실험에서 FFT는 DP420 신호분석기를 사용하

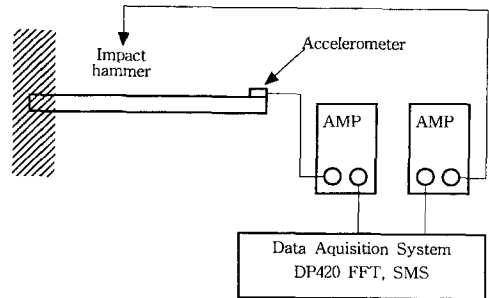


Fig. 5 Experiment setup for vibration and modal test of beam

Table 1 Geometry and material properties of double through width split beam for experiment and numerical analysis

L_0	$2L_2/L_0$	b	$h_1=h_5$	$h_2=h_3=h_4$	E	ρ
0.415 m	0.313 m	0.025 m	0.048 m	0.016 m	70×10^9 N/m ²	2710 kg/m ³

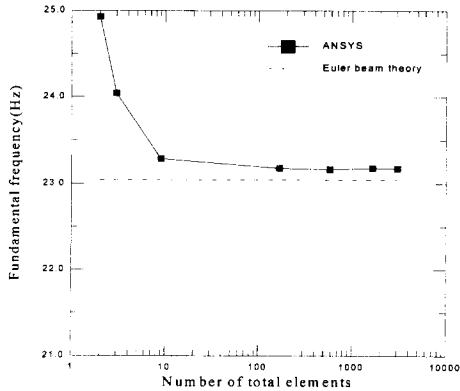


Fig. 6 Convergence of fundamental natural frequency vs. number of total elements for ANSYS solid beam model with clamped free b.c. ($L=0.415$ m, $b=0.0315$ m, $h=0.0048$ m, $E=71$ GPa, $\rho=2710$ kg/m³)

였으며, 모드해석에는 상용프로그램인 SMS Ver. 5.1을 사용하여 각 시험편에 대한 모드파라미터들을 구했다. 실험방법에 대한 전체적인 개략도를 Fig. 5에서 보여주고 있으며, 그림에서 보듯이 보의 경계조건은 일단고정-타단자유로 하였고, 노드 점을 피하기 위해 가속도계를 자유단에 부착하여 실험하였다.

또한 본 연구의 이론해석결과를 비교 검증하기 위하여 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 5.0을 사용하여 이중 층상균열이 있는 보의 진동해석을 수행하였다. 요소는 8절점 3차원 SOLID 요소를 사용하였으며, 부재의 물성치 및 기하학적 형상은 이론해석 및 실험에 사용된 시험편과 동일하게 하였다. 진동해석을 위한 전체 요소의 개수는 수렴성을 검토하여 결정하였으며, 이에 대한 그림을 Fig. 6에 제시하였다. 그림의 결과는 결함이 없는 경우에 대한 것이며, 그림에서 보듯이 총 요소의 수가 200개 이상이면 어느 정도 이론치에 근접함을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요소개수를 약 600개, 절점의 수는 약 1000개로 하여 해석을 수행하였다. 층상균열이 존재하는 영역과 존재하지 않는 영역의 요소분할을 서로 달리하여 층상균열의 위치

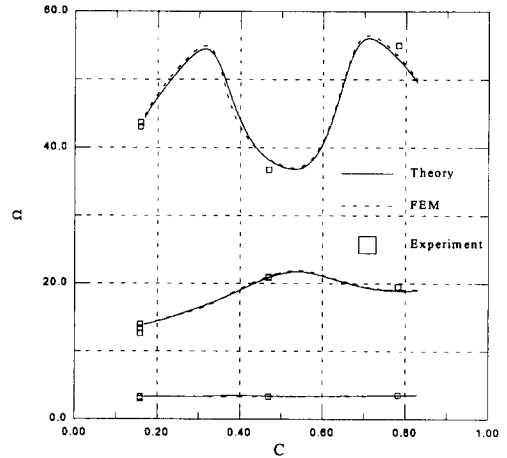


Fig. 7 Comparison of double split location effect on natural frequency of beams with clamped free b.c. (Theory, FEM and Experiment, $d=0.313$)

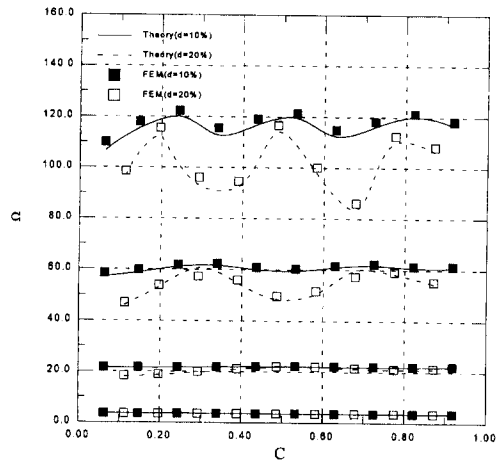


Fig. 8 Comparisons of frequency parameters between theoretical results and numerical results of double split beam for clamped-free b.c. ($L_0=415$ mm, $h_2=h_3=h_4=1.6$ mm)

및 길이를 변화시켜 가면서 해석을 수행하였으며, 경계조건은 일단고정-타단자유로 하였다.

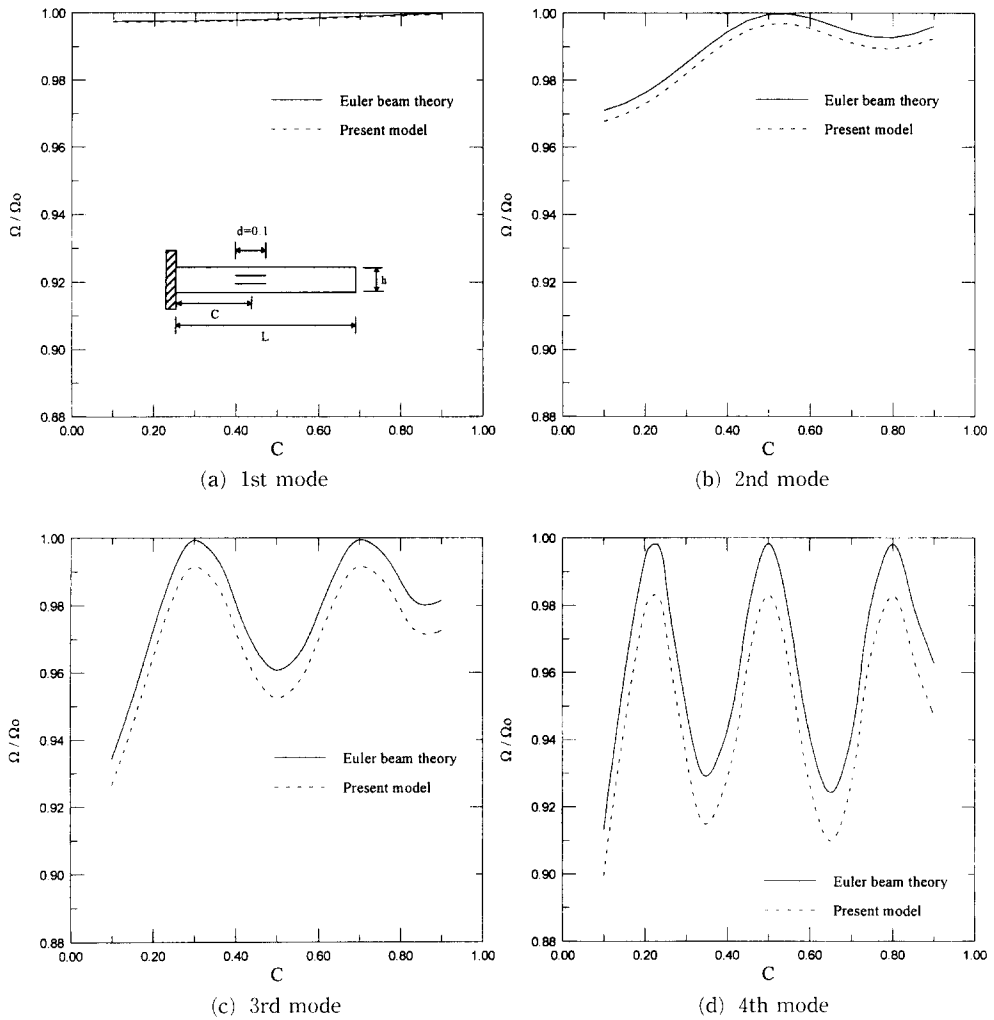


Fig. 9 Comparisons of double split location effect on natural frequency parameters between Euler beam theory results and present model results for clamped-free b. c. ($h_2=h_3=h_4=h/3$)

4. 수치결과 및 고찰

본 연구에서 개발한 프로그램의 신뢰성을 검증하기 위하여 본 연구에서 제시한 이론에 의하여 얻어진 결과를 실험값과 함께 유한요소 수치결과와 비교하였으며, 그 결과를 Fig. 7에서 보여주고 있다. 그림에서 c는 보의 왼쪽으로부터 균열부의 중심까지의 거리를 보의 전체 길이로 무차원화한 값을 의미하며, 진동수 파라미터 Ω 는 $\sqrt{\rho A/EI} L^2 \omega$ 의 값을 나타낸다. 일정길이 (31.3%)의 이중 층상균열부가 고정단으로부터 자유단으로 이동함에 따른 본 연구의 이론해석결과가 실험결과 및 유한요소법에

의한 수치결과와 잘 부합하므로 본 연구의 해석과정이 타당함을 알 수 있다.

한편, Fig. 8에서는 이중 층상균열부가 각각 10%, 20%인 경우에 보의 고정단으로부터 자유단으로 이동함에 따른 고유진동수 파라미터의 변화를 보여주고 있으며, 그림에서 보듯이 본 해석의 결과와 유한요소해석의 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. 그림에서 d는 보 전체의 길이로 무차원화된 층상균열부의 크기를 의미한다. 결과에서 보듯이 층상균열의 크기 $d=0.2$ 일 때의 진동수 파라미터 변화가 $d=0.1$ 인 경우보다 각 모드에서 크게 발생함을 볼 수 있다. 또한 층상균열부의 크기변화에 따른 고유

진동수 변화는 각 모드에서 차이가 있음을 볼 수 있는데, 이러한 현상은 보의 진동모드에 층상균열 부가 영향을 미치지 때문이다. 일정길이의 층상균열부에 대해서도 각 모드에서 균열의 위치에 따라 고유진동수가 서로 상이하게 감소됨을 알 수 있다.

Fig. 9에서는 일정크기(10%)의 이중 층상균열을 갖는 보의 진동해석에서 회전관성과 전단변형효과가 보의 고유진동수에 미치는 영향을 보여주고 있다. 그림에서 실선은 오일러 이론에 의한 진동수 변화 결과이며 점선은 본 연구의 이론에 의한 결과를 나타낸다. 두 경우 모두 결함이 없는 경우의 오일러 보이론에 의한 각 모드의 고유진동수 값으로 무차원화된 결과를 보여주고 있다. 각 모드에서 층상균열이 고정단에 위치할 때 최대의 고유진동수 저하를 보이고 있다. 이러한 이유는 경계조건이 일단 고정-타단자유일 경우 고정단에 최대 모멘트가 작용하므로 결과적으로 결함이 고정단부근에 존재하게 되면 최대의 강성저하를 유발하기 때문이다. 고유진동수 변화곡선에서 고차모드로 갈수록 극점들이 증가함을 볼 수 있는데 이는 결함의 위치가 진동모드에 직접적으로 영향을 주기 때문이다. 즉, 이중 층상균열이 있는 보의 고유진동수를 구하는 과정에서 얻어진 행렬식 자체가 조화함수의 형태이고, 이때 결함의 위치에 따라서 결함영역이 받는 모멘트나 전단력성분이 함께 변하기 때문이다. 그러므로 결함의 위치는 고유진동수 저하에 영향을 미치는 주요한 인자이며, 이는 진동모드와도 상호

연관되므로 이러한 결과는 결함을 찾는 데 유용하게 활용될 수 있다. 또한 각 모드에서의 두 결과의 차이는 층상균열이 이동함에 따라 일정한데 이러한 이유는 층상균열부의 길이가 일정하기 때문이다. 참고로 각 경계조건에 대한 결함이 없는 보의 진동수 파라미터를 Table 2에 제시하였다. Table 3에서는 경계조건이 양단고정, 양단자유 그리고 단순 지지인 10%의 층상균열이 이동함에 따른 고유진동수 파라미터의 변화를 보여주고 있다. 표에서 보듯이 층상균열부가 이동함에 따라 각 경계조건에서 고유진동수가 변하는 경향에 차이가 있으며, 고차로 갈수록 변하는 값이 증가함을 볼 수 있다. 이중 층상균열이 보의 중앙에 있는 경우 최소의 고유진동수 저하를 보이는 반면, 이차모드에서는 최소의 고유진동수 감소를 보이는 위치가 양단쪽으로 다소 이동됨을 볼 수 있다. 이러한 결과는 보의 진동모드 및 경계조건에 따른 영향이라고 볼 수 있다. 또한 $c=0.5$ 를 기준으로 고유진동수의 변화가 대칭적

Table 2 Frequency parameters of solid beams for each b.c

b.c.	1st	2nd	3rd	4th
Clamped-free	3.516	22.034	61.697	120.90
Clamped-clamped	22.373	61.673	120.90	199.86
Free-free	22.373	61.673	120.90	199.86
Simply supported	9.870	39.478	88.826	157.91

Table 3 Effect of double split location on frequency parameters for each boundary condition ($d=10\%$, $h_2=h_3=h_4=h_0/3$)

c	Clamped-clamped				Free-free				Simply-supported			
	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4
0.1	21.69	57.12	108.7	179.8	22.21	59.98	114.5	186.4	9.797	38.61	86.09	153.0
0.2	21.81	59.46	118.3	189.2	22.13	60.39	118.8	185.8	9.813	39.17	87.22	143.3
0.3	22.01	61.15	113.1	177.3	22.16	61.15	112.1	176.5	9.834	39.17	83.21	145.8
0.4	22.22	60.02	112.2	193.4	22.26	59.75	112.0	193.4	9.851	38.59	84.55	152.8
0.5	22.31	58.87	118.9	173.4	22.31	58.60	118.9	173.6	9.857	38.25	87.75	140.6
0.6	22.22	60.02	112.2	193.4	22.26	59.75	112.0	193.4	9.851	38.59	84.55	152.8
0.7	22.01	61.15	113.1	177.3	22.16	61.15	112.1	176.5	9.834	39.17	83.21	145.8
0.8	21.81	59.46	118.3	189.2	22.13	60.39	118.8	185.8	9.813	39.17	87.22	143.3
0.9	21.69	57.12	108.7	179.8	22.21	59.98	114.5	186.4	9.797	38.61	86.09	153.0

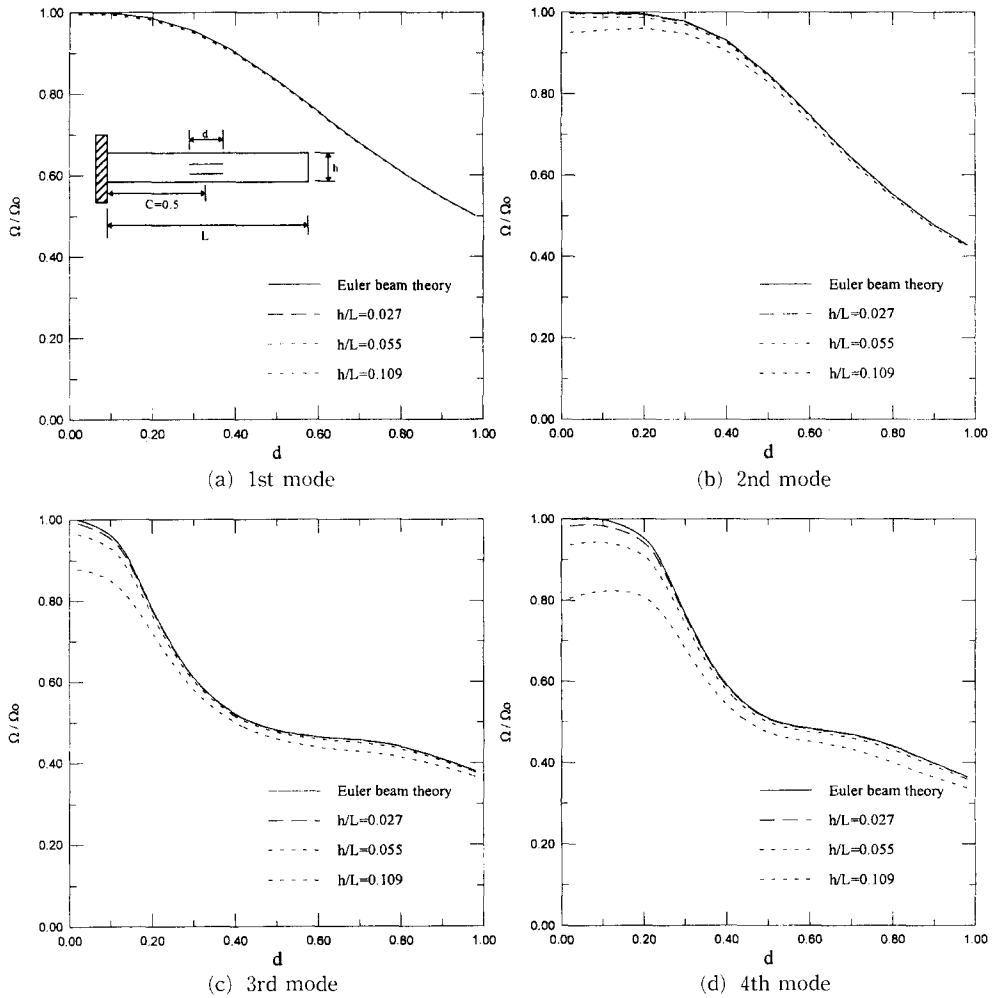


Fig. 10 Frequency parameters versus double split length of beams with various thickness ratio for clamped-free b. c. ($C=0.5, h_2=h_3=h_4=h/3$)

임을 볼 수 있는데, 이는 양단의 경계조건이 동일하기 때문이다.

한편, 이중 층상균열이 있는 보에서 결함의 크기 변화 및 길이 대 두께비의 변화가 고유진동수에 미치는 영향을 조사하였으며, 그 결과를 Fig.10에서 보여주고 있다. 그림에서 층상균열부는 보의 중앙부에서 시작되어 양단경계로 확장된다. 결과에서 보듯이 결함의 크기가 커지면 고유진동수에 상당한 영향을 미침을 알 수 있으며, 이러한 영향은 고차 모드로 갈수록 현저해짐을 볼 수 있다. 또한 보의 길이 대 두께비가 증가하는 경우 Fig.9의 일정길이 층상균열부일 때의 결과와는 달리 층상균열의 크기변화에 따라 상이한 고유진동수의 저하를 볼

수 있다. 따라서 보의 두께비가 증가하면 층상균열이 있는 보의 진동해석에서 회전관성과 전단변형의 효과를 무시할 수 없고 이러한 효과는 층상균열부의 크기에 따라 변함을 알 수 있으며, 특히 결함의 길이가 작을 때 그 차이가 더 커진다. 또한 보의 중앙으로부터 진전되는 이중 층간분리가 고유진동수에 미치는 영향을 경계조건을 변화시켜가면서 조사하였으며, 그 결과를 Fig.11에서 보여주고 있다. 그림에서 보듯이 경계조건에 따라 각 모드에서의 고유진동수 저하경향이 상이함을 알 수 있다. 일차모드의 경우는 경계조건이 양단 단순지지인 경우가 다른 경계조건에 비해 고유진동수 저하 폭이 작은 반면, 이차 모드에서는 일단고정-타단자유의

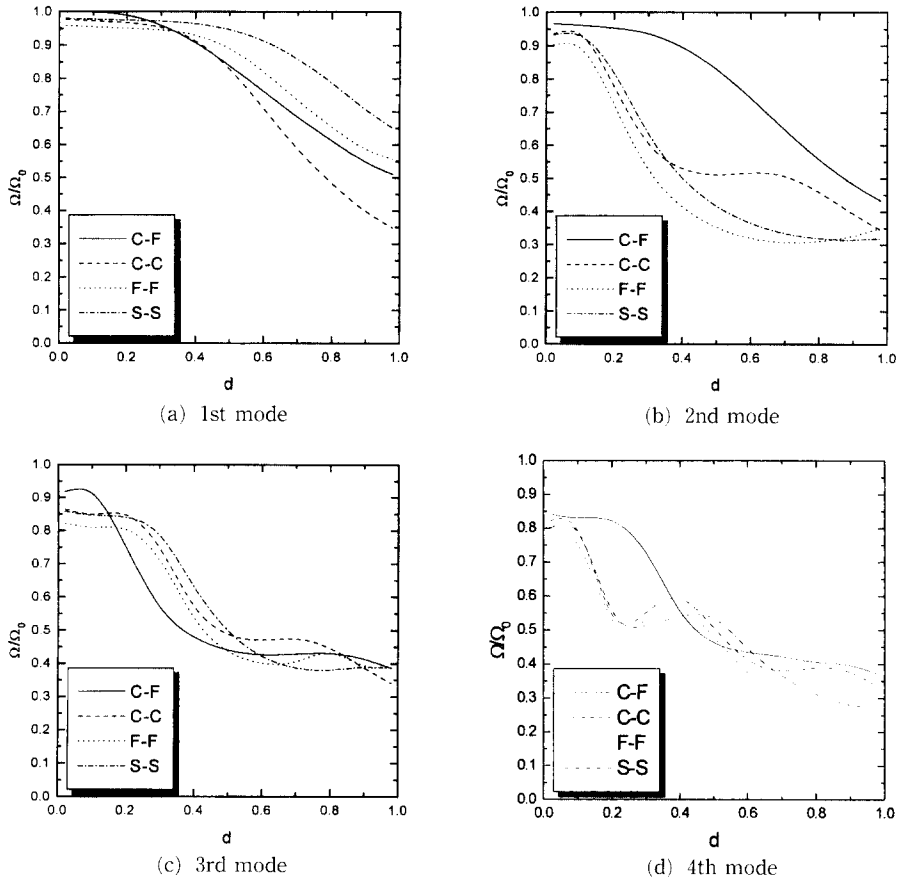


Fig. 11 Frequency parameters versus double split length of beams for various boundary conditions($C=0.5$, $h_2=h_3=h_4=h/3$)

경계조건이 단순지지일 때보다 오히려 결함에 적게 영향받음을 알 수 있으며, 각 경계조건에 대하여 고차모드로 갈수록 회전관성과 전단변형의 효과가 증대됨을 볼 수 있다. 또한 각각의 경계조건에서 균열의 크기 및 위치변화가 고유진동수 변화에 미치는 영향이 서로 다를 수 있다. 따라서 이러한 결과들로부터 본 연구의 방법이 비파괴검사의 방법으로 사용될 수 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 구조물 내부의 결함의 위치 및 크기를 개략적으로 파악할 수 있는 효과적이고 손쉬운 방법을 찾기 위하여 본 연구자에 의해 그 동안 진행되어온 연구내용^(7,8)(등방성 보 내부에 단일 층상균열이 있는 경우의 고유진동수 변화, 결함위치

의 대략적 평가방법)을 구조물 내부에 두 개의 층상균열이 있는 경우로 확장하여 해석하였다. 이중 층상균열부가 고유진동수 변화에 미치는 영향을 조직적으로 연구하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 본 연구에서 제시한 이론의 수치값은 실험값 및 ANSYS 수치결과와 서로 잘 부합하고 있다.
- (2) 외팔보의 경우는 이중 층상균열의 위치가 고정단쪽에 근접할수록 고유진동수가 저하됨을 볼 수 있다.
- (3) 일정크기 균열의 보의 길이방향 위치변화에 따른 고유진동수 변화에서 고차모드로 갈수록 극점들이 증가함을 볼 수 있는데, 이는 결함의 위치를 예측하는데 유용하게 활용될 수 있는 성질이다.
- (4) 보의 길이 대 두께의 비가 증가하는 경우에는 회전관성 및 전단변형의 효과가 고려되어야 함

을 알 수 있으며, 특히 결함의 길이가 작을 때 그 차이가 더 커진다.

(5) 각 모드에서 층상균열의 크기 및 위치에 따라 서로 다른 진동수 저하를 보여주며, 이러한 결과는 비파괴검사의 방법으로 활용될 수 있다.

후 기

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 학술연구조성비에 의하여 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Wang, J. T. S., Ltu, Y. Y. and Gibby, J. A., 1984, "Vibrations of Split Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 4, pp. 491~502.
- (2) Shen, M. H. H. and Grady, J. E. 1992. "Free Vibrations of Delaminated Beams," *AIAA*, Vol. 30, No. 5, pp. 1361~1370.
- (3) Wang J. T. S. and Lin, C. C. 1995, "Vibrations of Beam-Plates Having Multiple Delaminations," *AIAA 36th SDM Conference, AIAA-95-1502-CP*, pp. 3126~3133.
- (4) Nagash, G. A. Babu and Hanagud, S. 1990, "Delaminations in Smart Composite Structures : A parametric study on Vibrations," 31st SDM Conference, Long Beach, pp. 2417~2426.
- (5) Gummadi, L. N. B. and Hanagud, S. 1995, "Vibration Characteristics of Beams with Multiple Delaminations," *AIAA 36th Conference*, pp. 140~150.
- (6) Luo, H. and Hanagud, S. 1995, "Delamination Detection Using Dynamic Charactersristics of Composite Plate," *AIAA 36th SDM Conference, AIAA-95-1172-CP*, pp. 129~139.
- (7) Han, B. K., Lee S. H. and Lee J. W., 1994, "Vibration Characteristics of Laminated Composite Beams with Delaminated Zone," International Conference on Composite Engineering, pp. 829~830.
- (8) 한병기, 이성희, 1996, "층상균열이 있는 보의 진동특성해석," 대한기계학회논문집, 제20권, 제1호, pp. 68~78.
- (9) Daniel J. Inman, 1994, *Engineering Vibration*, Prentice-Hall, Inc.
- (10) Kounadis, A. and Katikadelis, J. T., 1976, "Shear and Rotary Inertia Effect on Beck's Column," *J. of Sound and Vibration*, 49(2), pp. 171~178.