

## 간섭계를 응용한 광학 장치에서의 위상 안정화 방법

김종훈 · 김동성

승실대학교 정보통신공학과

(1997년 7월 4일 받음)

Mach-Zehnder형 외부 광 변조기나 Homodyne 검출기 같은 간섭계 원리를 이용한 장치에서 최대 또는 최소의 광 출력을 유지하도록 두 입력 광 사이의 위상 차를 제어하는 새로운 방법을 제시하였다. 이 방법은 Steepest Descent 알고리즘의 변형된 형태로 Delta Modulation 이론으로 성능을 해석 할 수 있다. 이 방법은 기존의 흔들림(dithering) 방법을 적용하기 어려운 저속 펄스가 사용되는 간섭계 장치에도 사용할 수 있다.

### I. 서 론

광의 간섭 현상을 이용한 많은 장치에서 광출력이 최대 또는 최소가 되도록 유지해야 할 필요성이 빈번히 나타난다. 예를 들어 Mach-Zehnder 간섭계형의 외부 광변조기에서는 환경에 의한 위상 변동에 대해 항상 출력이 최대의 소거비를 유지하도록 바이어스를 제어하여야 하며<sup>[1]</sup>, Homodyne 광 검파기에서 국부 발진 광은 수신되는 광 입력의 선폭에 의한 위상퍼짐(Phase Diffusion)에 대하여 일정한 위상 차가 되도록 조정되어야 하고, Phase-Stepping Spectroscopy 등의 장치에서는 주입 광과 기준 광파의 위상차가 90도의 배수가 되도록 측정 기간동안 유지되어야 한다.<sup>[2]</sup> 이러한 간섭계의 위상안정화를 위하여 널리 알려진 방법은 입력 광에 1-100 KHz 내외의 작은 흔들림 신호(Dithering Signal)를 주입하고, 간섭계의 출력에서 광 검출기와 Lock-in 증폭기를 사용하여 변조된 흔들림 신호를 검출하며, 이 신호를 이용하여 feedback 제어를 통해 두 입력광의 위상 차를 feedback 제어하여 출력을 안정시키는 것이다.<sup>[2,3]</sup> 이러한 흔들림 방법의 근본 원리는 간섭계의 광출력 함수의 최소 또는 최대의 값을 찾고 그 값을 유지하도록 feedback 제어하는 것이다. 광출력 함수의 최소 또는 최대 값을 찾기 위해서는 광출력 함수의 도함수가 필요한데 Lock-in 증폭기를 통해 검출되는 흔들림 신호로부터 이 도함수를 얻는다. 이러한 흔들림 방법은 간섭계에 들어가는 광의 형태가 CW나 고속 변조된 신호가 아닌 Q-Switched Laser 펄스처럼 펄스 폭은 짧으나 반복 주기가 긴(수 KHz) 경우에는 적용하기가 어렵고 또한 Lock-in 증폭기 같은 고가의 복잡한 장비가 필요하다.

본 논문에서는 흔들림 신호를 주입하지 않고 광의 위상 차를 제어할 수 있는 방법을 제안하였다. 이 방법은 Lock-in 증폭기와 같은 복잡한 시스템이 필요하지 않고 간단한 회로나 컴퓨터 알고리즘으로 실현되며 저속의 광 펄스가 입력되는 간섭계 장치에도 적용될 수 있다.

### II. 간섭계의 광 출력과 위상 안정화 알고리즘

간섭계의 출력을 직접검파 할 때의 검파기의 출력 전압은

다음과 같은 형태가 된다.

$$V(t) = c [1 + A \cos[\phi_d(t) + n(t)]] \quad (1)$$

여기서  $\phi_d(t)$ 는 간섭계에 들어가는 두 입력 광간의 위상차이며  $c$ 는 광자-전자 변환에 관계되는 상수,  $A(0 \leq A \leq 1)$ 는 입력광의 크기와 간섭계의 Beamsplitter에 의해 결정되는 상수,  $n(t)$ 는 외부 환경의 영향에 의한 위상잡음을 나타내는 랜덤 변수이다. 간섭계의 위상 안정화는 외부 환경에 의하여 발생하는 위상의 변동  $n(t)$ 에 대하여 입력 광간의 위상 차  $\phi_d(t)$ 를 제어하여 검파기의 출력  $V(t)$ 를 최대( $V_{max} = c(1+A)$ ) 또는 최소( $V_{min} = c(1-A)$ )로 유지하는 것이다. 이는 검파기의 출력을 위상의 함수 즉  $V(\phi)$ 라 할 때 이 함수의 극점(최대/최소 점)을 찾는 문제와 동일하다. 어떤 함수의 극점을 찾는 널리 알려진 수치해석 방법으로 Steepest Descent 알고리즘이 있다.<sup>[4]</sup> 이 알고리즘을 검파기 출력의 극점이 되는 위상을 찾는 반복 계산(iteration) 방법에 적용하면,  $\phi_{m-1}$ 을  $m-1$ 번째 반복에 의해 얻어진 위상 값이라 할 때 그 다음 위상 값  $\phi_m$ 은

$$\phi_m = \phi_{m-1} + \delta \left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_{\phi = \phi_{m-1}} \quad (2)$$

으로 표현할 수 있으며 이 때 상수  $\delta$ 가 양수이면 반복 계산은  $V(\phi)$ 가 최대가 되는  $\phi$  값을 찾으며, 음수이면  $V(\phi)$ 가 최소가 되는  $\phi$  값을 찾게 된다. 이러한 반복계산을 일정한 주기를 가진 디지털 클럭에 의해 실현한다고 가정하면 식 (2)는 다음과 같은 근사식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta\phi_m &\equiv \phi_m - \phi_{m-1} = \delta \left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_{\phi = \phi_{m-1}} \\ &= \delta \left. \frac{\partial V / \partial t}{\partial \phi / \partial t} \right|_{\phi = \phi_{m-1}} \\ &\approx \delta \Delta V_m / \Delta \phi_{m-1} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $\Delta V_m = V_m - V_{m-1}$ 는  $m$  및  $m-1$ 번째 클럭에서 측정된  $V$  값의 차이를 뜻한다. 이 식은 검출기 출력의 시간에 대한 도함수를 근사적으로 계산하게 되는데 식 (1)에 나타난 바와

같이 검출기의 식 속에는 잡음( $n(t)$ )항이 포함되어 있으므로 도함수 계산에는 과도하게 민감할 가능성이 있다. 따라서 보다 안전한 반복 계산을 위하여 도함수 대신 도함수의 signum 함수를 사용하면

$$\Delta\phi_m = \delta \operatorname{sgn}(\Delta V_m / \Delta\phi_{m-1}) \quad (4)$$

이 되며 다시 signum함수의 특성을 이용하여

$$\Delta\phi_m = \delta \operatorname{sgn}(\Delta V_m) \operatorname{sgn}(\Delta\phi_{m-1}) \quad (5)$$

을 얻을 수 있다.

### III. 안정화 알고리즘의 동작 원리와 디지털 논리회로에 의한 실현

그림 1(a)는 임의의 응답 함수  $V(\phi)$ 에 대하여 현재 측정된 함수 값을  $V_m$  이라 할 때 함수의 최대치  $V_{max}$ 를 갖는  $\phi$  값을 찾는 과정에서의 문제점을 나타낸 것이다. 그림에서 동일한 함수값  $V_m$  을 갖는  $\phi$ 의 값이 ①, ② 두 곳에 있으므로 현재의  $\phi$  값이 어느 곳에 해당하는가를 알아야 하며 이를 위해서는  $dV/d\phi$ 의 부호를 알아야 한다. 즉  $dV/d\phi > 0$  이면 현재  $\phi$  값의 위치가 ①이고  $dV/d\phi < 0$  이면 ②점에 있음을 알 수 있다. 여기서  $dV/d\phi$ 를 시간에 대한 함수관계로 변환하면  $\partial V/\partial\phi = (\partial V/\partial t) / (\partial\phi/\partial t)$  이므로 검출기의 출력  $V$ 와 제어 위상  $\phi$ 의 시간에 따른 변화를 알면 현재의 동작점이 어느 곳에 있는지를 알 수 있으며 이에 따라 제어 위상을 증가 또는 감소시켜서 검출기의 출력이 최대가 되도록 유지할 수 있다. 그러나 실제 회로 구현에 있어서 미분회로는 잡음이 많고 또한 주파수 응답특성에 따라 Positive Feedback에 의한 발진 가능성으로 안정된 회로로 실현하기 어렵다. 이를 해결하기 위해서 signum함수를 도입한 것이 식 (5)이다. 이 알고리즘은 구체적인 각 도함수의 값에 관계없이 그 부호만을 사용하므로 잡음에 의한 영향에 민감하지 않을 뿐 아니라 그림 1(b)에 나타난 것과 같이 논리회로의 X-OR gate로 간단히 실현될 수 있음을 알 수 있다.

그림 2는 식 (5)의 알고리즘을 회로로 실현한 것이다. Sample/Hold 소자와 Analog-Digital 비교기는  $\operatorname{sgn}(\Delta V_m)$ 을 출력하며 D-Flipflop에 저장된  $\operatorname{sgn}(\Delta V_{m-1})$ 과 함께 X-OR Gate를 거쳐  $\Delta\phi_m$ 이 생성된다. 이 값은 다시 D-Flipflop에 저장되어 다음 반복계산에 사용된다. 한편  $\Delta\phi_m$ 을 아날로그 신호로 변환하여

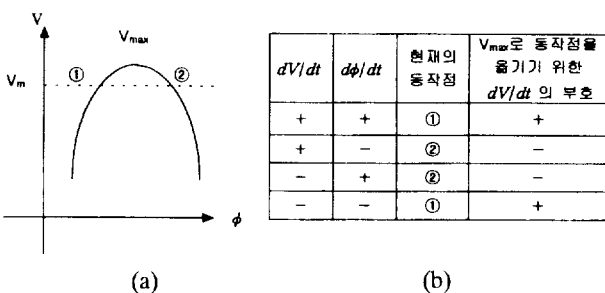


그림 1. 간섭계 위상 안정화 알고리즘의 동작 원리

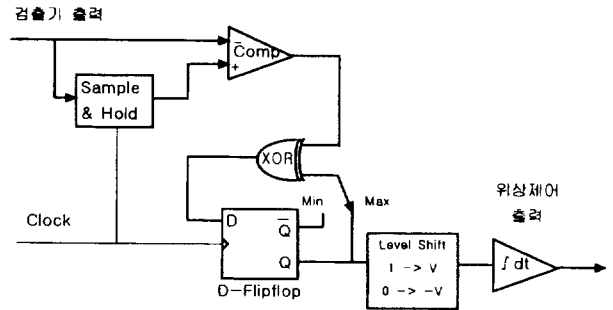


그림 2. 간단한 회로로 실현된 간섭계 위상 안정 알고리즘

적분하면 출력전압이 얻어지며 이 값은 PZT로 구동하는 거울 또는 Electro-Optic 위상 변조기 등의 위상 구동회로를 거쳐 간섭계의 두 광 입력간의 상대 위상 차  $\phi_m$ 으로 나타난다.

### IV. 시스템 응답 해석

검출기의 응답 특성이 식 (1)로 나타날 경우 식 (4)는 다시

$$\Delta\phi_m = \delta \operatorname{sgn} \left( \left. \frac{\partial V}{\partial\phi} \right|_{\phi=\phi_{m-1}} \right) = -\delta \operatorname{sgn} [ \sin(\phi_{m-1} + n_m) ] \quad (6)$$

으로 표현되며 여기서  $n_m$ 은  $m$ 번째 클럭 까지 누적된 환경에 의한 위상 변동을 나타낸다. 여기서

$(\phi_{m-1} + n_m) \in [-\pi/2, \pi/2]$  이라 가정하면 이 영역에서  $\sin$ 함수는 단조 증가 함수이므로 식을 다음과 같이 간단히 할 수 있다.

$$\Delta\phi_m = -\delta \operatorname{sgn}(\phi_{m-1} + n_m) \quad (7)$$

식 (7)에 의하여 본 논문에서 제시된 위상제어 시스템은 Delta 변/복조 이론으로 해석될 수 있다.<sup>[5]</sup> 즉 환경에 의한 위상변동  $n$ 을 입력으로 Delta복조된 신호  $n$ 를 생성하여 이를 제어신호  $\phi_m$ 으로 내보내면 간섭계 내에서 서로 더해져서 결과적으로 간섭계의 광출력(식 (1))은 항상 최대 값을 유지하게 된다. 또한 여기서  $\delta < 0$ 이고  $(\phi_{m-1} + n_m) \in [\pi/2, 3\pi/2]$ 이면 제어 신호는  $\phi = \pi - n$ 이 되어 최소 값을 찾아 유지하게 된다. 제어 시스템이 안정 상태 (Steady State)에 있을 때의 위상 변동에 대한 제어 시스템의 응답은 Delta 변/복조 이론을 이용하여 근사적으로 분석할 수 있다. 그림 2의 회로로 실현된 제어 시스템이 간섭계 응답의 최대 점에서 안정 상태에 있다고 가정하면 그림 3과 같이  $\phi_m$ 은  $\phi=0$  주위에서 좌우로  $\delta/2$ 인 지점 간을 계속 왕복하게 된다. 따라서  $\phi=0$ 에 대한 위상 오차  $\phi_{err}$ 는 근사적으로

$$\phi_{err} = x - \frac{\delta}{2} \operatorname{sgn}(x) \quad (8)$$

와 같이 표현할 수 있으며 여기서 랜덤 변수  $x \equiv \phi_m - \phi_{m-1}$ 는 한 클럭 주기 동안의 환경에 의한 위상 변동을 나타낸다. 환경에 의한 위상 변동  $x$ 에 대한 확률 함수(Probability density function)가 주어졌을 때 rms(root mean square) 위상 오차  $\phi_{rms}$ 는

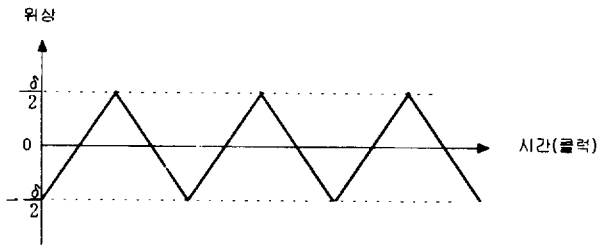


그림 3. 안정상태(Steady State)일 때 간섭계의 위상의 변화

$$\phi_{rms} = \left( \langle \phi_{err}^2 \rangle - \langle \phi_{err} \rangle^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

로 계산되며

이때의 간섭계 출력검출기의 응답에 대한 오차  $V_{rms}$ 는 대략

$$V_{rms} \approx \frac{cA \phi_{rms}^2}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

으로 나타낼 수 있다. 환경에 의한 위상 변동이 Gaussian Random Walk의 형태라면  $x$ 의 PDF  $f(x)$ 는  $f(x) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma) \exp(-x^2/2\sigma^2)$ 로 나타낼 수 있고 이때 rms위상 오차는

$$\begin{aligned} \phi_{rms} &= \left( \int_{-\infty}^0 (x+\delta/2)^2 f(x) dx + \int_0^{\infty} (x+\delta/2)^2 f(x) dx \right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left( \sigma^2 + \frac{\delta^2}{4} - \frac{2\delta\sigma}{\sqrt{2\pi}} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (11)$$

이 된다. 따라서 rms위상 오차를 최소화하는  $\delta$ 값은

$$\delta_{opt} = 2\sigma\sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (12)$$

이며 이 때의 rms위상 오차는

$$\phi_{rms, min} = \sigma\sqrt{1 - \frac{2}{\pi}} \approx 0.6\sigma \quad (13)$$

이다. 시스템이 최소 값을 찾도록 되어 있을 때는 식 (8)은  $\phi_{err} = x + \delta \operatorname{sgn}(x)$ 이며 이 때의 최적  $\delta$ 값은  $\delta_{opt} = -2\sigma\sqrt{2/\pi}$ 이고 rms위상 오차 및 출력검출기의 응답에 대한 오차  $V_{rms}$ 는 식 (13), (10)의 결과와 동일하다.

### V. 모의 시험

모의 시험은 검출기 출력을 나타내는 식 (1)에서 상수  $c, A$ 를 1로 놓고 Gaussian Random Walk에 의한 위상 확산을 정규분포 발생 알고리즘을 사용하여 위상잡음을 실현하여, 식 (5)의 위상제어 알고리즘에 의한 제어 시스템의 동작을 살펴 보았다. 그림 4(a)는 검출기 출력이 최대가 되도록 초기 조건을 잡은 후 제어 시스템을 동작시켰을 때(그림의 Locked로 표시)와 그렇지 않을 때(Unlocked)의 시간에 따른 위상의 변

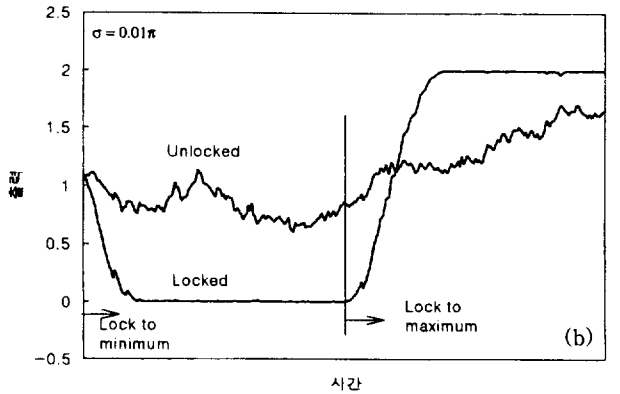
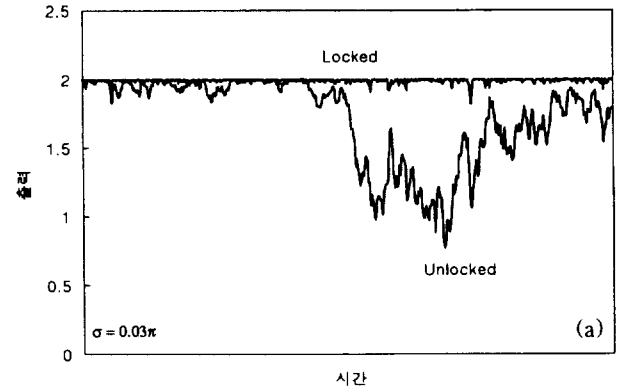


그림 4. 안정화 알고리즘의 동작에 대한 모의 실험  
(a) 최대점 안정 상태(Steady State)에서의 안정화 모의 실험  
(b) 최소 및 최대점이동에 대한 모의 실험

화를 나타낸 것이다. 위상 확산현상을 위한 정규분포의 분산 값  $\sigma$ 를  $0.3\pi$ 로 주었을 때 위상 제어를 하지 않은 경우 간섭계 내에서의 두광의 위상 차가 시간에 따라 점차 흔들려 광검출기의 출력이 최대 값에서 멀어짐에 비해 위상제어를 하면 항상 최대 값을 유지함을 알 수 있다. 그림 4 (b)는 위상 제어 시스템의 과도 응답을 계산한 것이다. 시작점에서의 위상을  $\pi/2$ 로 주고 최소 값으로 Locking하다가 중간 지점에서 최대 값으로 Locking할 때의 검출기의 출력을 계산하였다. 이때 분산값  $\sigma$ 는  $0.1\pi$ 로 주었으며  $\delta$ 값은 식 (12)에 의하여 주어진  $\delta_{opt}$ 를 사용하였으며 최소점 잠금(Locking)때는  $\delta = -\delta_{opt}$ , 최대점 잠금(Locking)때는  $\delta = \delta_{opt}$ 이 사용되었다.  $|\delta|$ 값의 크기는 시스템의 과도특성 및 안정상태 특성을 결정하는 요소이다. 즉  $|\delta|$ 값이 클수록 과도 응답 시간이 짧아지나 안정상태에서의 흔들림이 크고,  $|\delta|$ 가 지나치게 작으면 시스템이 위상 확산을 따라가지 못하여 위상제어를 할 수 없게 된다. 그림 5는 이 현상을 나타내는 모의실험 결과이다. 짧은 실선으로 나타난 그래프가 최적의  $\delta$ 값을 사용했을 때의 시스템의 응답 특성이며 다른 그래프는  $r = \delta/\sigma$  값을 변화하였을 때의 시스템 응답을 그린 것이다. 최적의  $\delta$ 일 때의  $r$ 값은 식 (12)에 의하여 1.59이며  $r=5$ 일 때 시스템은 빠른 속도로 최대 값에 이르지만 최대 값에 머무르지 않고 최대 값 주위에서 흔들리고 있음을 알 수 있다. 반면  $r$ 값이 작아질수록 최대 값에 이르는 시간이 길어지며  $r=0.1$ 이 되면 제어 시스템이 위상 확산을 보

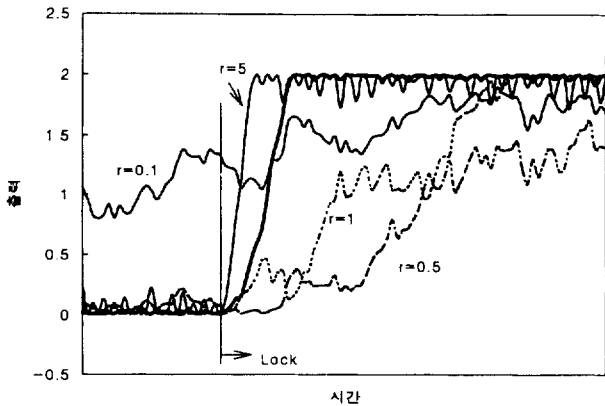


그림 5.  $r = (\delta\sigma)$  값의 변화에 따른 안정화 알고리즘의 응답

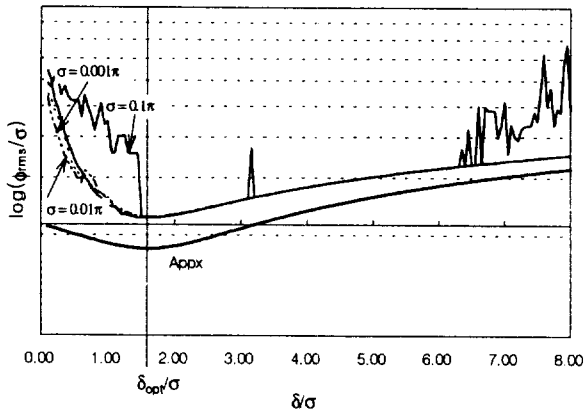


그림 6. 근사식과 모의 실험 결과에 의해 얻어진 최적  $\delta\sigma$  값과 그 값에서의 rms 위상

상하지 못하고 있음을 알 수 있다. 그림 6은 근사식 (11)과 모의 실험에 의한 결과를 비교한 그림이다. 아래의 굵은 실선 (appx)은 근사식 (11)에 의해 얻어진 것이며 그 외의 선들은 안정상태에서 각  $\delta\sigma$  값에 대하여  $10^5$  회의 반복계산 결과를 통계로 계산한 것이다. 여기서  $\delta\sigma$  값이 정해지면 시스템의 위상분산  $\phi_{rms}$  값은  $\sigma$  값에 거의 영향을 받지 않고 있음을 알

수 있다. 다만  $\sigma=0.1\pi$  일 때의 계산 결과는 불규칙한 peak들을 동반하고 있는데, 이는 위상 확산의 분산값이 너무 크기 때문에 시스템에서 가정한 제어변수의 영역 ( $\phi_{m-1} + n_m$ )  $\in [-\pi/2, \pi/2]$ 을 벗어남에 따라 올바른 위상제어를 할 수 없기 때문에 일어나는 현상이다. 한편, 그림 6에 나타난 결과는 근사식에서 얻어진 최적  $\delta$  값이 모의 실험에 의해 얻어지는 최적  $\delta$ 와 정확하게 일치함을 보여준다. 다만 식 (13)에서 얻어지는 최소  $\phi_{rms}$  값은  $0.6\sigma$ 이나 모의 실험 결과 최소  $\phi_{rms}$  값은  $1.16\sigma$ 로 약 3 dB의 차이가 발견되었다.

### VI. 결 론

본 논문에서는 간섭계의 위상 안정화를 위한 새로운 방법을 제시하였다. 동작 원리를 Steepest Decent 알고리즘과 Delta Modulation 이론을 통해 설명하였으며 간단한 회로로 안정화 시스템을 실현 할 수 있음을 보였다. 모의 실험을 통하여 시스템 동작특성을 알아보았고, 시스템 해석과정에서 도출된 근사적인 최적화 방법이 유효함을 입증하였다.

### 참고문헌

- [1] Daniel A. Fishman, "Design and Performance of Externally Modulated 1.5 um Laser Transmitter in the Presence of Chromatic Dispersion," *Journal of Lightwave Technology*, Vol 11, No 2, 624, Apr. (1993).
- [2] Carolyn R. Mercer and Glenn Beheim, "Fiber optic phase stepping system for interferometry," *Applied Optics* V30, No 7, pp729-734, 1991.
- [3] 한정희, 이상수, 윤태열 이창희, "외부변조 방식의 광송신기 제작 및 2.5Gbit/s 신호의 150 km 광섬유 전송," 전자공학회 논문지, 32권, 11호, pp86-93, 1995년 11월.
- [4] S. D. Conte and C. de Boor, *Elementary Numerical Analysis*, McGraw-Hill, Kogakusha, 1980, pp209.
- [5] N. S. Jayant and Peter Noll, *Digital coding of waveforms-Principles and applications to speech and video*, Prentice-Hall, pp124-129 (1984).

## An optical phase stabilization technique for interferometric systems

Chong hoon Kim and Dong sung Kim

Department of Informaton and Telecommunication Engineering,  
Soongsil University, Seoul 156-743, Korea

(Received : July 4, 1997)

This paper presents a new optical phase stabilization technique for interferometric systems such as Mach-Zehnder interferometers or Homodyne detectors. The proposed technique can lock such interferometric systems in their maximum/minimum optical outputs without using a dither signal. The phase control scheme is a modified steepest decent algorithm, and is analyzed in terms of a delta modulation approach. It is also applicable to low-repetition rate pulsed interferometric systems in which conventionally used dithering method is difficult to be applied.