

A Robust Principal Component Neural Network

Changha Hwang¹⁾, Hyejung Park²⁾, Eunyoung Na³⁾

Abstract

Principal component analysis(PCA) is a multivariate technique falling under the general title of factor analysis. The purpose of PCA is to identify the dependence structure behind a multivariate stochastic observation in order to obtain a compact description of it. In engineering field PCA is utilized mainly for data compression and restoration. In this paper we propose a new robust Hebbian algorithm for robust PCA. This algorithm is based on a hyperbolic tangent function due to Hampel *et al.*(1989) which is known to be robust in Statistics. We do two experiments to investigate the performance of the new robust Hebbian learning algorithm for robust PCA.

Keywords : Hebbian learning algorithm, neural network, PCA and robust.

1. 서론

주성분분석은 다변량 통계분석에서 널리 사용되는 기법으로 많은 응용분야를 가지고 있다. 특히 차원축약(dimension reduction)의 결과로 얻어지는 주성분들은 군집분석, 회귀분석, 인자분석 등에 대한 입력자료로 이용되어 일련의 분석과정에서 하나의 중간단계의 역할을 하기도 하며, 인자분석과 error-in-variables 회귀모형에서 기본해를 구하는데 사용된다.

주성분분석의 목적은 자료에 내재하는 변이를 가장 잘 설명하며 원래 변수들의 선형결합인 몇 개의 주성분을 구하는 것이다. 즉, 원래 자료의 구조를 가장 잘 설명하는 선형부분공간을 구하는 것을 의미한다. 주성분분석을 위한 방법으로는 기존의 통계적 방법 뿐만아니라 투사지향(projection pursuit) 방법, 커널방법 및 신경망 방법 등이 있다.

주성분(principal components)을 구하기 위해 공분산행렬(covariance matrix) 또는 상관행렬(correlation matrix)의 고유치분해(eigenvalue decomposition)를 사용하며, 수치해석적인 이유로 특이치분해(singular value decomposition)를 사용하기도 한다. Oja(1992)는 주성분분석을 위한 신경망 방법으로 Hebb 학습규칙에 제한조건을 추가하여 새로운 Hebb 학습규칙을 제안

1) Associate Professor, Dept. of Statistical Information, Catholic University of Daegu.

E-mail : chhwang@cuth.cataegu.ac.kr

2) Computer Education Center, Catholic University of Daegu.

E-mail : hyjpark@cuth.cataegu.ac.kr

3) Dept. of Statistical Information, Catholic University of Daegu.

E-mail : ney111@orgio.net

하였다. 확률경사강하법(stochastic gradient descent method)을 이용한 이 규칙은 가장 큰 고유치에 대응되는 고유벡터부터 차례로 구해낸다. 특히, 입력변수가 많고 몇 개의 고유벡터만을 구하여 주성분분석을 할 때는 이 방법이 유용하게 사용되어 질수 있다. 그러나 이 규칙은 이상치에 민감하기 때문에, 로버스트 기법들을 개발하는 것이 중요하다. 이상치를 포함하는 다변량 자료를 분석하는 것은 일변량의 경우보다 훨씬 복잡하다고 알려져있다. 그리고 다변량 자료에 내재하는 이상치는 위치, 척도 및 상관구조를 왜곡시킨다. 특히 주성분들은 자료에 내재하는 상관구조를 왜곡시키는 이상치들을 회전시킨다. 이런 이유와 다변량 자료에서 이상치들을 찾아 내는 것이 어렵다는 사실 때문에 위치벡터와 공분산행렬(실제 자료) 또는 상관행렬(자료를 척도화한 경우)의 로버스트 추정법이 필요하다.

Oja(1992)의 제한된 Hebb 학습규칙을 기초로 해서, Cichocki & Unbehauen(1993)은 Huber의 로버스트 함수를 사용하여 로버스트 Hebb 학습규칙을 유도하고 로버스트 주성분분석법을 제안하였으며 Xu & Yuille(1995)는 통계물리 방법을 이용한 로버스트 오차함수를 구하여 로버스트 Hebb 학습규칙을 유도하고 로버스트 주성분분석법을 제안하였다. 본 논문에서는 Oja(1992)의 제한된 Hebb 학습규칙을 기초로 해서 로버스트 통계학에서 많이 사용되는 Hampel의 tanh 함수를 이용하여 이상치의 영향을 최소화시키는 새로운 로버스트 Hebb 학습규칙을 유도하고 로버스트 주성분분석법을 제안하며 실제 통계자료와 영상자료의 압축 복원에 적용하여 성능을 평가한다.

2. Oja의 일반화 Hebb 학습규칙

본 절에서는 신경망을 이용하여 상관행렬의 고유벡터, 즉 주성분벡터를 구하기 위한 Oja(1992)의 일반화 Hebb 학습규칙을 간단히 설명한다. 자세한 내용을 위해 Oja(1992)와 Diamantaras & Kung(1996)을 참고하라. Oja의 일반화 Hebb 학습규칙은 그 이후에 개발된 로버스트 Hebb 학습규칙들의 이론적 근거가 되었다.

1948년 Hebb은 같은 시간에 두 개의 뉴런이 활성이 크면 그들 사이의 연결강도는 증가할 것이라고 가정하였다. 그러므로 뉴런의 출력이 클 때 뉴런의 입력들 중에서 하나가 크다면 입력과 뉴런 사이의 연결강도는 커질 것이다. Oja(1992)는 확률경사강하법을 이용하여 상관행렬의 모든 고유벡터를 구할 수 있는 일반화 Hebb 학습규칙을 다음과 같이 제안하였다. 이 학습규칙은 제일 큰 고유치에 대응되는 고유벡터부터 차례대로 모든 고유벡터를 구해낸다. 다음의 j 번째 가중치벡터는 j 번째 고유벡터에 수렴한다.

$$w_j(t+1) = w_j(t) + \beta(t) y_j(t) (x_i(t) - y_j(t) w_j(t) - \sum_{k \neq j} y_k(t) w_k(t))$$

여기서 $w_j(t)$ 는 주어진 시점 t 에서의 신경망의 j 번째 가중치 벡터이고, $x_i(t)$ 는 i 번째 입력벡터이며 $y_j(t) = w_j(t)^T x_i(t)$ 는 시점 t 에서의 신경망의 j 번째 출력값이다. 그리고 $\beta(t)$ 는 시점 t 에서의 학습률이다.

3. 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙

본 절에서는 최적의 로버스트 회귀함수의 추정을 위해서 사용된 Hampel 등(1986)이 제안한 tanh 함수를 사용하여 로버스트 Hebb 학습규칙을 제안하는 과정을 설명한다. 다음의 일반적인 오차제곱합

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \| \mathbf{x}_i - \mathbf{u}_i \|^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^d (x_{ij} - u_{ij})^2$$

은 입력자료에 이상치가 포함되었을 때 이상치에 매우 민감하며 상관행렬의 고유벡터 추정에서 최적의 해를 구하지 못한다. 따라서 과대오차에 민감하지 않고 이상치의 영향을 최소화시키는 로버스트 오차함수의 필요성이 대두되어 Hampel 등(1986)이 제안한 tanh 함수를 사용하여 다음과 같은 로버스트 오차함수

$$E_R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^d \rho_t(x_{ij} - u_{ij})$$

를 사용하여 로버스트 Hebb 학습규칙을 유도한다. 여기서 N 은 입력벡터의 개수를, \mathbf{x}_i 는 d -차원 입력벡터를, $\mathbf{u} = \mathbf{y}\mathbf{w}$ 는 출력값 y 로부터 만들어진 입력벡터 \mathbf{x} 의 재현값을 나타낸다. 한편 $\rho_t(\cdot)$ 는 시점 t 에 의존하는 함수로서 관계식 $\phi_t(r) = d\rho_t(r)/dr$ 을 만족한다. 그리고 $\phi_t(\cdot)$ 는 Hampel 등(1986)의 tanh 함수를 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_t(r) = \begin{cases} r, & |r| \leq a(t) \\ c_1 \cdot \tanh(c_2(b(t) - |r|)) \text{sign}(r), & a(t) < |r| < b(t) \\ 0, & |r| > b(t) \end{cases}$$

여기서 $a(t)$ 와 $b(t)$ 는 적절한 반복회수가 되면 잔차들 중에서 이상치 유무를 조사하여 이상치의 영향을 최소화시키도록 조정되는 상수이며 c_1 과 c_2 는 잔차들의 분포에 따라 결정되는 상수이다. 일반적인 학습규칙에 사용되는 오차제곱합의 경우에는 $\rho_t(r) = r^2$ 이다.

제안되는 로버스트 Hebb 학습규칙은 Oja(1992)와 Xu & Yuille(1995)의 이론에 따라 유도되는데, 처음 일정한 학습회수(1000회) 동안에는 일반적인 Hebb 학습규칙을 사용하고, 그 후 가중치 벡터가 어느 정도 안정화되면 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 실행시켜 원하는 결과를 얻게 된다. 로버스트 Hebb 학습규칙에서는 $a(t)$, $b(t)$ 를 일정한 반복회수(50회)가 되면 잔차들을 구하여 정렬을 한 다음 이상치의 영향을 최소화시키도록 조정한다. 안정된 가중치를 얻기 위하여 오차함수를 미분하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial E_R}{\partial \mathbf{w}_j(t)} = \left[\frac{\partial E_R}{\partial w_{j1}(t)}, \frac{\partial E_R}{\partial w_{j2}(t)}, \dots, \frac{\partial E_R}{\partial w_{jd}(t)} \right]^T = \left[-\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_t(x_{i1} - u_{i1})y_{i1}, \right. \\ \left. -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_t(x_{i2} - u_{i2})y_{i2}, \dots, -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi_t(x_{id} - u_{id})y_{id} \right]^T$$

그러면 $k(\geq 2)$ 개의 고유벡터 즉, 주성분벡터를 구하기 위해 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 단계별로 표현하면 다음과 같다.

[1단계] k 개의 주성분벡터를 구하기 위해서는 k 개의 출력뉴런이 필요하다. 따라서 각 출력뉴런에 제시되는 입력값들은 출력뉴런에 따라 수정하여 입력된다. 수정된 입력값들은 다음과 같다.

$$\mathbf{x}_i(0) = \mathbf{x}_i, \quad \mathbf{x}_i(j+1) = \mathbf{x}_i(j) - \sum_{r=1}^{i-1} y_i(r) \mathbf{w}_r(t)$$

$$\mathbf{y}_i(j) = \mathbf{w}_j^T(t) \mathbf{x}_i(j) : i\text{번째 입력벡터 } \mathbf{x}_i(j)\text{에 대응되는 } j\text{번째 출력뉴런의 값}$$

$$\mathbf{u}_i(j) = \mathbf{y}_i(j) \mathbf{w}_j(t), \quad \mathbf{y}_i'(j) = \mathbf{w}_j^T(t) \mathbf{u}_i(j)$$

[2단계] 일반적인 Hebb 학습규칙을 수행한다.

$$\mathbf{w}_j(t+1) = \mathbf{w}_j(t) + \beta(t) \times (y_i(j)(\mathbf{x}_i(j) - \mathbf{u}_i(j)) + (y_i(j) - y_i(j)') \mathbf{x}_i(j))$$

일반적인 Hebb 학습규칙은 첫 번째 주성분벡터를 구한 후 차례대로 모든 주성분벡터를 구한다. 가중치벡터는 수렴후에 주성분벡터가 된다. 1000번 수행하여 가중치를 어느 정도 안정화시킨다.

[3단계] 안정화된 가중치벡터를 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 가중치벡터의 초기치로 사용한다. 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙은 다음과 같다.

$$\mathbf{w}_j(t+1) = \mathbf{w}_j(t) - \beta(t) \frac{\partial E_R}{\partial \mathbf{w}_j(t)}$$

[4단계] $a(t)$, $b(t)$ 를 일정한 반복회수(50회)가 되면 잔차들을 구하여 정렬을 한 다음 이상치의 영향을 최소화 시키도록 조정한다.

[5단계] 전 반복의 오차제곱합과 현 반복의 오차제곱합의 차가 조건(0.000001)보다 큰 경우 [3단계]로 다시 되돌아가고, 작거나 같을 경우 작업을 중지시키고 가중치벡터를 채택한다. 이때의 가중치벡터는 로버스트 주성분벡터가 된다.

4. 사례연구

제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 성능을 확인하기 위해 두 가지 실험을 하였다. 첫째, 미국의 50개 주에서 7종류 범죄에 대해 10만 명당 범죄율을 조사한 실제 자료에 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 적용하였다. 이 7개의 변수를 한번에 그림으로 그려 어느 지역에서 어떤 종류의 범죄가 많이 발생하고 있는지를 알아보기 힘들기 때문에 주성분분석을 적용하여 자료의 해석을 용이하게 하였다. 둘째, MATLAB에서 지원하는 디지털 영상의 압축과 복원을 위해 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 적용하여 그 성능을 확인하였다. 모든 실험은 586PC에서 MATLAB를 사용하여 구현하였다.

4.1 범죄율 자료의 주성분분석

이 자료는 미국의 50개주의 7종류 범죄에 대한 인구 100,000명당 범죄율을 나타낸다. 여기서 7종류의 범죄는 살인(murder), 강간(rape), 약탈(robbery), 폭행(assault), 가택침입(burglary), 절도(larceny) 그리고 자동차 절도(auto theft)이다. 이들 중 살인, 강간 약탈 및 폭행은 대인 관련 범죄이고 나머지

세 개는 대물 관련 범죄에 속한다. 7차원 자료를 한번에 그림으로 그려 어느 지역에서 어떤 종류의 범죄가 많이 발생하고 있는지를 알아보기 힘들기 때문에 자료의 해석을 용이하게 할 수 있는 주성분 분석을 적용하였다.

Oja의 일반화 Hebb 학습규칙과 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 이용하여 주성분분석을 수행하고 그 결과를 비교한다. 주성분분석을 위한 신경망은 원래 척도화된 자료를 사용하기 때문에 여기서 다루게 되는 7종류의 범죄자료를 척도화하였다.

두 방법에 의해 구해진 주성분벡터들은 다음과 같다. 여기서 [표1]은 미국 50개주의 범죄율 자료에 대해 SPLUS를 사용해 구한 표본상관행렬의 처음 세 개의 주성분벡터와 Oja의 일반화 Hebb 학습규칙과 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 사용해 구한 처음 세 개의 주성분벡터를 나타낸다.

고유벡터	표본상관행렬			Oja의 일반화 Hebb 학습규칙			제안된 로버스트 Hebb 학습규칙		
	PRIN1	PRIN2	PRIN3	PRIN1	PRIN2	PRIN3	PRIN1	PRIN2	PRIN3
살인	0.3003	-0.6290	0.2142	0.3001	-0.6402	0.0892	0.1298	-0.5307	0.1382
강간	0.4268	-0.1768	-0.2387	0.4262	-0.1695	0.2324	0.4103	0.1145	0.0640
약탈	0.3951	0.0535	0.5113	0.3982	0.0527	0.5479	0.3440	-0.4272	0.5988
폭행	0.3968	-0.3404	-0.0644	0.3963	-0.3379	0.5443	0.2340	-0.6517	0.4517
가택침입	0.4384	0.2018	-0.2223	0.4368	0.2000	0.2365	0.2259	0.0835	0.3641
절도	0.3683	0.3640	-0.5414	0.3653	0.3695	0.5343	0.2820	0.2386	0.3713
자동차 절도	0.2938	0.5303	0.5376	0.2973	0.5176	0.0088	0.7149	0.1846	0.3791

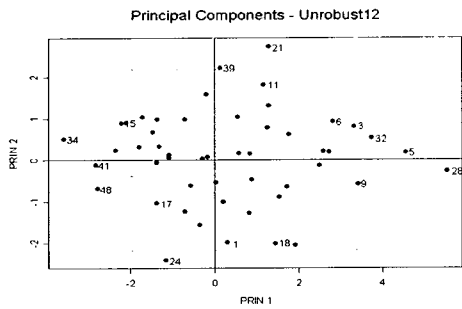
[표1] 미국 50개주의 범죄율 자료에 대한 주성분벡터

Oja의 일반화 Hebb 학습규칙과 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 사용해 구한 첫 번째 주성분 벡터 PRIN1은 7개 변수 모두에 대해 일정 수준의 양의적재(+)를 가지고 있다. 따라서 첫 번째 주성분벡터 PRIN1은 전반적인 범죄율을 측정해 주는 변수로 볼 수 있다. 두 방법의 PRIN1 간의 가장 큰 차이는 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙에 의해 구해진 주성분벡터가 자동차 절도(auto)에 는 더 큰 양의 값(0.2973<0.7149)을 가지고 있으며, 살인(murder)에 대해서는 조금 더 낮은 양의 값(0.3001>0.1298)을 가지고 있음을 알 수 있다.

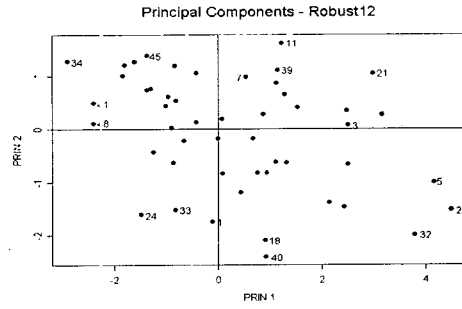
Oja의 일반화 Hebb 학습규칙의 PRIN2는 약탈을 제외하면 대인관련범죄(-)에 대한 대물관련범죄(+)-간의 대조관계를 나타내고, 자동차절도에 양의 큰값이 적재되어 있으며 살인에 음의 큰 값이 적재되어 있어 대물관련범죄 중에서는 자동차절도에 그리고 대인관련범죄 중에서는 살인에 우세한 정도를 설명해 주는 변수로 볼 수 있다. 한편 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 PRIN2는 가택침입과 강간을 제외하면 대인관련범죄(-)에 대한 대물관련범죄(+)-간의 대조관계를 나타내고, 절도와 자동차 절도에 양의 작은 값이 적재되어 있으며 살인과 약탈, 폭행에는 음의 큰 값이 적재되어 있어 대물관련범죄에 비해 대인관련범죄에 우세한 정도를 설명해 주는 변수로 볼 수 있다.

[그림1]과 [그림2]는 첫 번째 주성분과 두 번째 주성분의 산점도이다. 여기서 두 학습규칙에 의해 구해진 첫 번째 주성분의 결과를 보면 다섯 번째 주 California와 28번째 주 Nevada와 같이 위락 시설이 밀집되어 있거나 해변에 위치하여 많은 관광객이 몰리는 지역 또는 New York와 같이 많은 인구가 집중되어 있는 대도시지역에서의 범죄발생률이 높음을 알 수 있다. 반면에 34번째 주 North Dakota나 41번째 주 South Dakota와 같이 사람이 별로 살지 않고 관광시설도 없는 지역에

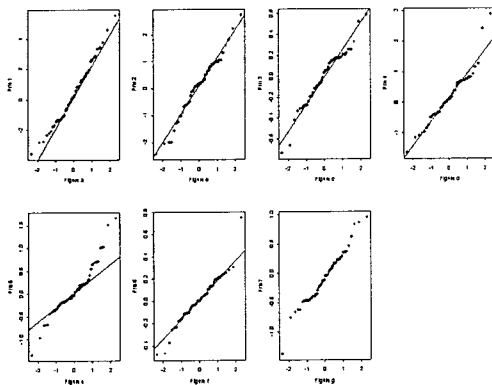
서는 범죄발생률이 낮음을 알 수 있다. 미국 50개 주의 순서는 송문섭 등(1993)의 232쪽에 설명되어 있는 것과 같다.



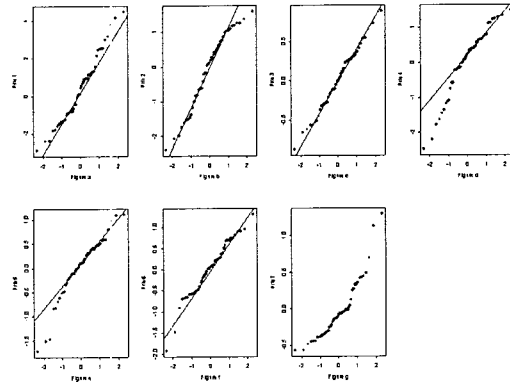
[그림1] Oja의 일반화 Hebb 학습규칙의 주성분1, 2의 그림



[그림2] 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 주성분1, 2의 그림



[그림3] 일반화 Hebb 학습규칙의 Q-Q 그림



[그림4] 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 Q-Q 그림

그리고 두 번째 주성분의 결과를 보면 Massachusetts, Rhode Island, Connecticut 같이 인구밀도가 높은 북부 지역에서는 재산과 관련된 범죄가 많이 발생하고, Mississippi나 Alabama와 같은 남부지역에서는 강력 범죄가 많이 발생함을 알 수 있다. 이것은 처음 두개의 주성분의 산점도가 미국 50개 주의 범죄율을 잘 설명한다고 할 수 있다.

[그림1]과 [그림2]에서 공통적으로 34번째 주 North Dakota는 가장 왼쪽에 위치하고 있고 28번째 주 Nevada는 가장 오른쪽에 위치하고 있다. 따라서 North Dakota는 범죄발생률이 낮은 반면에 Nevada는 범죄발생률이 높음을 알 수 있다. [그림1]은 이 두개의 주가 어느 한 종류의 범죄에 치우쳐 있지 않음을 보여준다. 반면에 [그림2]는 North Dakota는 재산과 관련된 범죄가 Nevada(28주)는 강력 범죄발생률이 높음을 보여준다. 또한 가장 위쪽 Hawaii(11번째)와 가장 아래

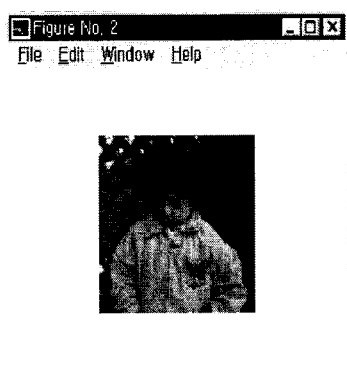
쪽 South Carolina(40번째)는 한 종류의 범죄에 치우쳤는데 관광도시인 Hawaii는 대물관계의 범죄가 많으며 반면에 South Carolina는 대인관계의 범죄에 치우쳐 있다. 그러나 두 도시 모두 범죄 발생률은 보통정도임을 알 수 있다. [그림1]과 [그림2]에서 점선은 각 주성분 점수의 '± 2 · 표준편차'를 나타낸다. Oja의 일반화 Hebb 학습규칙과 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 이런 차이의 원인을 7개 주성분벡터에 의해 회전된 자료의 Q-Q 그림(Quantile-Quantile Plot)으로 다소 식별할 수 있다. [그림4]의 Figure g을 보면 이 자료에 대해서는 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙이 이상치(outliers)를 더 잘 분리한다는 것을 알 수 있다.

대체로 Ammann(1989)의 로버스트 PCA 결과와 다소 차이가 있음을 알 수 있는데, 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 성능을 평가하기 위해 많은 통계자료에 적용하여 확인하는 것이 필요하겠

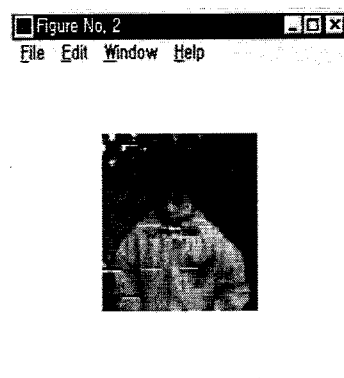
4.2 디지털 영상의 압축과 복원

제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 성능을 평가하기 위해 이 학습규칙을 영상 압축 및 복원에 적용했다. 디지털 영상은 외부에서 입력되는 영상신호를 디지털 컴퓨터에 알맞게 변조시킨 영상이다. 즉 영상의 각 점을 픽셀(pixel)이라 하고, 각 픽셀에서의 광강도(light intensity)를 측정하여 그 정도를 일정 구간의 자연수로 나타내는 방식에 의하여 메모리나 보조기억장치에 기억시키고 필요할 때 실현시킬 수 있는 영상이다. 영상화면의 좌표를 (x, y) 로 표기할 때, 임의 지점의 픽셀은 (x, y) 로 나타낸다. 여기서 x 와 y 는 정수이다.

픽셀 (x, y) 에서의 광강도는 대응하는 지점의 영상의 밝기의 정도를 의미한다. 여기서 광강도를 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙의 입력변수로 받아들인다. 디지털 영상의 압축 및 복원을 위해 여러 방법들이 알려져 있다. 그 원리를 살펴보면, 디지털 영상의 변환을 통해서 그 영상들을 압축하게 되는데 대표적인 방법으로는 Fourier변환과 DCT(Discrete Cosine Transform)변환들이 있으며 디지털 영상 압축을 위해 사용된 변환행렬을 역변환시키면 압축되었던 영상이 복원된다. 이런 원리를 사용해서 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙을 디지털 영상에 적용을 한다.



[그림5] 원본 디지털 영상



[그림6] 복원된 디지털 영상

여기에서 사용된 이미지는 MATLAB 프로그램에 들어있는 디지털 영상자료이며, 압축에 적용

하기 위해 이미지를 8×8 블록(block)으로 분할하였다. 이때 각 블록은 인접부분과 중복되지 않는 16×16 픽셀로 구성된 이미지이다. 따라서 전체 이미지는 128×128 픽셀로 구성된 이미지가 되며, 128개 관측치의 128차원 자료가 되어 3개의 주성분벡터를 사용하는 PCA를 적용한다. PCA를 이용한 영상자료의 압축 및 복원에 대한 자세한 내용을 위해 Wang & Oja(1993)와 Saywood(1996)를 참고하라.

다음 그림은 원본의 디지털 영상을 복원시킨 영상이다. 복원된 영상을 보면 원본의 영상보다는 명암 면에서 좀 떨어짐을 알 수 있지만 전체적인 윤곽은 분명히 확인 할 수 있다. 따라서 제안된 로버스트 Hebb 학습규칙은 실제 영상자료의 압축, 복원에서 비교적 좋은 성능을 보여준다. 복원된 영상에서 흰 스크래치를 볼 수 있는데 이런 현상은 블록을 나눌 때 인접 부분과 중복되도록 나누면 해결이 되리라 생각하는데 좀더 많은 실험이 필요하다.

그리고 다른 종류의 로버스트 오차함수를 사용하여 로터스트 Hebb 학습규칙을 유도하고 영상자료의 압축, 복원에서 본 논문의 학습규칙과 비교연구하는 것이 필요하다고 생각한다.

참고문헌

- [1] 송문섭, 이영조, 조신섭, 김병천 (1993), SAS를 이용한 통계자료분석.
- [2] Ammann, L. (1989), Robust Principal Component, Communications in Statistics: Simulations, 18, 857-874.
- [3] Cichocki, A. and Unbehauen, R. (1993), Robust Estimation of Principal Components by using Neural Network Learning Algorithms, Electronics Letters, Vol. 29, No. 21, 1869-1870.
- [4] Diamantaras, K. I. and Kung, S. Y. (1996), Principal Component Neural Networks, John Wiley and Sons, Inc.
- [5] Hampel, F. R., Rousseeuw, P. J., Ronchetti, E. M. and Stahel, W.A. (1986), Robust Statistics-The Approach Based on Influence Function. John Wiley, New York.
- [6] Kim, M. G. and Jung, K. (1999), A Diagnostic Method in Principal Factor Analysis, The Korean Communications in Statistics, Vol. 6, No. 1, 33-42.
- [7] Oja, E.(1982), A Simplified Neuron Model as a Principal Component Analyzer, Journal of Mathematical Biology, 15, 267-273.
- [8] Oja, E.(1992), Principal Components, Minor Components, and Linear Neural Networks, Neural Networks, Vol. 5, 927-935.
- [9] Sayood, K. (1996), Introduction to Data Compression, Morgan Kaufmann Publishers, Inc.
- [10] Wang, L. and Oja, E. (1993), Image Compression by MLP and PCA Neural Networks, The 8th Scandinavian Conference on Image Analysis, Vol. II, 1317-1324.
- [11] Xu, L. and Yuille, A. L. (1995), Robust Principal Component Analysis by Self-Organizing Rules Based on Statistical Physics Approach, IEEE Transactions on Neural Network. 6. No 1. 131-143.