

신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조물의 최적설계에 관한 연구

Optimum Design of Composite Framed Structures Based Reliability Index

정 영 채¹⁾ · 김 종 길²⁾

Jung, Young Chae · Kim, Jong Gil

요 약 : 본 연구의 목적은 H형강 단면과 콘크리트의 합성단면으로 구성된 보와 기둥의 합성 뼈대구조물에 대해 신뢰성지수를 고려한 최적 단면을 설계할 수 있는 알고리즘을 개발하는데 있다. 합성 뼈대구조물의 최적화 문제는 단면 치수를 설계변수로 취하고 목적함수와 제약조건을 형성한다. 목적함수는 구조물의 총 경비로 형성하고, 제약조건식은 단면응력과 허용응력의 신뢰성지수를 고려하여 유도한다. 합성 뼈대구조물의 단면을 최적화하는 알고리즘은 수정 Newton-Raphson 탐사법을 사용하는 SUMT기법을 사용한다. 본 연구에서 개발된 최적화 알고리즘은 1층 1경간 합성 뼈대구조물과 5층 1경간 합성 뼈대구조물의 수치예에 신뢰성지수($\beta=3.0$, $\beta=0.0$)를 고려한 합성 뼈대구조물 설계의 실용화를 위하여 적용된다. 제안된 알고리즘의 최적화 가능성과 적용성 그리고 수렴성 등을 살펴보기 위하여 수치결과들을 비교 분석한다.

ABSTRACT : The purpose of this study is to develop an algorithm, which can be designed the optimal sections of the composite framed structures constituted with the beams and the columns consisted of H type of steel section and concrete considering the reliability index. The optimized problem of the composite framed structures is formulated with the objective function and the constraints taking the section sizes as the design variables. The objective functions are constituted by the total costs of constructions. Also, the constraints are derived by considering the reliability index of section stress and allowable stress. The algorithm optimized the section of the composite framed structures utilizes the SUMT method using the modified Newton-Raphson direction method. The optimizing algorithm developed in this study is applied to the numerical examples with respecting a one-bay, one-story composite framed structure and a one-bay, five-story one for the practical utilization of design on the composite framed structures using the reliability indices(β) three and zero. In addition, their numerical results are compared and analyzed to examine the possibility of optimization, the applicability, and the convergence this algorithm.

핵심 용 어 : 신뢰성지수, 합성단면, 최적화 알고리즘, 무제약 최적화기법, 목적함수, 제약조건

KEYWORDS : reliability index, composite section, optimizing algorithm, SUMT method, objective function, constraint

1. 서 론

1.1 연구목적과 내용

최대하중과 최소강도가 동시에 발생한다고 보고 안전여유(safety margin)을 확정적으로 정하여 구조물을 설계하는 재래식 설계법은 하중과 구조물의 저항과 관련된 모든 변량을 확정적으로 취급하여 왔다. 그러나 신뢰성 설계법에서는 하중과 구조저항에 관련된 모든 변량을 확률변수로 보아 이들의

확률분포로부터 계산된 구조물의 파괴확률을 구조물의 신뢰성, 즉 구조안전도의 척도로 하여 확률적으로 구조물을 설계한다. 이러한 확률적 설계이론에 기초를 둔 신뢰성 설계기준(reliability based design criteria)은 엄격한 확률론적 신뢰성이론은 아니고, 하중과 저항의 평균과 분산에 의한 구조물의 상대적 신뢰성을 해석하는 제1계 확률이론에 따라 확정적인 설계기준의 형식으로 구조물을 합리적으로 설계하는 이론에 기초를 두고 있다.

이론적인 방법으로 저항과 하중의 확률분포 즉 확률밀도함

1) 정희원, 군산대학교 토목환경공학부 교수
(Tel.063-469-4756, Fax.063-469-4791, E-mail:ycjung@kunsan.ac.kr)

2) 정희원, 군산대학교 토목공학과 박사과정(kman1@kunsan.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2004년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

수(probability density function)를 구하여 이로부터 파괴 확률(failure probability)을 구함으로써 구조물의 신뢰성을 해석한다. 즉 구조물이 어떤 미소한 파괴확률을 갖도록 설계하는 방법이고, 다른 하나는 앞에서 언급한 저항과 하중의 정확한 파괴확률을 구하기가 실제로 어렵기 때문에 다만 이들 설계변수들의 통계적 평균(mean)과 분산(dispersion)을 구하여 제1계 확률분포를 알지 않고서도 근사적으로 신뢰성지수(reliability index)를 구함으로써 신뢰성을 해석하고 설계하는 방법이다. 후자의 방법은 실용적인 방법으로 이에 의해 신뢰성 설계규준을 개발하려는 연구가 활발히 진행되고 있다. 따라서 본 연구에서는 합성 뼈대구조물을 설계함에 있어 강도와 하중의 평균과 분산을 고려하고 신뢰성지수를 도입하는 후자의 방법을 택하여 SUMT기법을 사용하는 최적화 알고리즘을 개발하고 개발된 알고리즘을 설계 예에 적용하여 그 결과를 비교 분석코자 한다.

1.2 기본가정 및 적용한계

구조해석과 신뢰성을 고려한 최적화를 동시에 용이하게 수행할 수 있도록 하기 위해 다음과 같은 가정과 적용한계를 둔다.

- 1) 구조물의 부재는 균일하다.
- 2) 사용강재 SM520으로 하고 단면은 상하 대칭 H형이다.
- 3) 온도와 처짐으로 인한 변위는 무시한다.
- 4) 구조해석은 탄성이론에 따른다.
- 5) 설계규준은 도로교 설계기준에 따른다.
- 6) 뼈대구조의 국부좌굴은 고려하지 않는다.
- 7) 신뢰성 해석은 신뢰성지수를 고려한다.
- 8) 하중과 강도는 통계적으로 독립이고, 정규분포함수이다.

2. 합성 뼈대구조의 해석

합성 뼈대구조물은 철근콘크리트 슬래브와 강형보(steel girder)를 적당한 전단 연결재로 연결하여 강과 일체로 하여 들보의 역할을 할수 있는 합성보(composite girder)와 합성 기둥이 조합된 구조라 생각할 수 있다. 실제로 강재를 사용하는 구조물은 H형강을 사용하거나 H형강과 콘크리트를 사용하여 건설하는 경우가 대부분이다. 따라서 본 연구에서는 합성단면을 갖는 뼈대구조에 대해 최적설계를 하고자 합성보와 합성 기둥에 대한 해석 이론을 전개하고, 그 이론을 바탕으로 최적화를 실행코자 한다.

2.1 합성보

합성보는 콘크리트 슬래브와 강형의 상부 플랜지가 연결되어 있으므로 콘크리트 단면을 같은 강성의 환산 강 단면으로 환산하여 계산하게 된다.

2.1.1 단면의 제성질

합성형 단면을 그림으로 나타내면 그림 1과 같고 단면의 성질은 다음과 같은 식들에 의해 구한다.

$$A_v = A_s + \frac{1}{n} A_c$$

$$I_v = I_s + A_s d_s^2 + \frac{1}{n} (I_c + A_c d_c^2)$$

$$= I_s + \frac{1}{n} I_c + A_s d_s d_c \tag{1}$$

$$d_c = \frac{A_s}{A_v} \cdot d$$

$$d_s = \frac{A_s}{n A_v} \cdot d$$

여기서, A_c : 콘크리트 슬래브의 단면적

A_s : 콘크리트 슬래브와 합성된 강형의 단면적

I_c : 합성 콘크리트 단면의 중심축에 관한 단면 2차모멘트

I_s : 강형의 중심 축에 관한 단면2차모멘트

A_v : 강으로 환산한 총단면적

I_v : 강으로 환산한 v축에 관한 단면2차모멘트

n : 강과 콘크리트의 탄성계수비(=Es/Ec)

2.1.2 휨 모멘트 M에 의한 응력

$$f_c = \frac{M}{n I_v} \cdot y_c \tag{2}$$

$$f_c' = \frac{M}{n I_v} \cdot y_c' \tag{3}$$

$$f_s = \frac{M}{I_v} \cdot y_s \tag{4}$$

$$f_s' = n f_c' \tag{5}$$

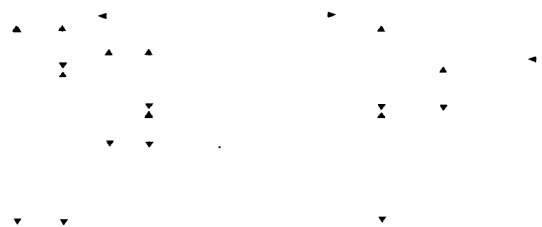


그림 1. 합성보 단면과 응력도

2.1.3 저항 모멘트

$$M_{rc} = \frac{nI_v}{y_c} \cdot f_{ca} \quad (6)$$

$$M_{rs} = \frac{I_v}{y_s} \cdot f_{sa} \quad (7)$$

2.1.4 중심에 작용하는 축력 \bar{N} 에 의한 응력

$$f_c = \frac{\bar{N}}{nA_v} \quad (8)$$

$$f_s = \frac{\bar{N}}{A_v} \quad (9)$$

2.1.5 합성 단면에 작용하는 모멘트 M

부재 단면에 작용하는 모멘트 M은 그림 2와 같이 축력 N_c, N_s 로, 또 부분 모멘트 M_c, M_s 로 분해 된다.

$$M = N_c \cdot d + M_c + M_s$$

$$N_c = -N_s = N = \frac{d_c A_c}{nI_v} M \quad (10)$$

$$M_c = \frac{I_c}{nI_v} \cdot M$$

$$M_s = \frac{I_s}{I_v} \cdot M$$

2.1.6 건조 수축 및 크리프로 인한 응력

콘크리트 슬래브의 건조 수축과 크리프의 영향으로 슬래브의 응력은 감소하고 강형의 응력은 증가한다. 건조 수축과 크리프로 인한 보의 축방향력 N_s 는 다음 식으로 계산한다.

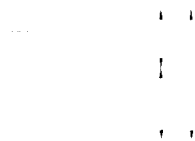


그림 2. 모멘트 M의 분해

$$N_s = \frac{\epsilon_s \cdot E_s}{\frac{1}{A_c^n} + \frac{1}{A_s} + \frac{d^2}{I_c^n + I_s}} \quad (11)$$

여기서, ϵ_s : 최종 건조 수축율 (18×10^{-5})
 ϕ_2 : 크리프 계수 ($2\phi_1 = 4$)

n_s : 탄성계수비 ($n(1 + \frac{\phi_2}{2})$)

E_s : 강의 탄성계수 ($2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$)

A_c^n : 콘크리트를 강으로 환산한 환산 단면적

A_s : 강의 단면적

I_c^n : 콘크리트 도심축에 대한 콘크리트를 강으로 환산한 단면의 단면 2차모멘트

I_s : 강 단면의 단면2차모멘트

d : A_c 와 A_s 의 도심간 거리

2.1.7 온도차에 의한 응력

슬래브 콘크리트와 강형과의 온도차에 의한 보의 축방향력은 다음 식으로 계산한다.

$$N_T = \frac{\epsilon_s E_s}{\frac{1}{A_c^n} + \frac{1}{A_s} + \frac{d^2}{I_c^n + I_s}} \quad (12)$$

2.1.8 부의 휨 모멘트를 받는 슬래브의 합성작용

부의 휨 모멘트가 작용하는 단면에서는 철근 콘크리트 슬래브가 인장응력을 받게 되므로 도로교 설계기준 3.9.1에 의하면 다음 표와 같은 2가지 설계 방법을 제안하고 있다.

표 1. 합성 작용 (도설. 강교 3.9.1)

부의 휨 모멘트	1. 인장응력을 받는 슬래브에서 콘크리트의 단면을 유효로 하고 설계 하는 경우. 슬래브 콘크리트를 형의 단면의 일부로 본다.
	2. 인장응력을 받는 슬래브에서 콘크리트의 단면을 무시하는 경우 슬래브 축의 교축 방향 철근을 형의 단면의 일부로 본다.	

2.1.9 합성 응력

하중, 건조 수축과 크리프 그리고 온도차에 의한 응력을 합성하면 다음과 같은 식이 유도된다.

① 콘크리트의 응력

$$\text{상연응력 } f_c(\text{상}) = -\frac{M}{nI} y + \frac{N_s}{A_c} - \frac{M_c}{I_c} y - \frac{N_T}{A_c} + \frac{M_c}{I_c} y_c \quad (13)$$

$$\text{하연응력 } f_c(\text{하}) = -\frac{M}{nI} y + \frac{N_s}{A_c} + \frac{M_c}{I_c} y - \frac{N_T}{A_c} - \frac{M_c}{I_c} y_c \quad (14)$$

② 강재의 응력

$$\text{상연응력 } f_s(\text{상}) = -\frac{M}{I}y - \frac{N_s}{A_s} - \frac{M_s}{I_s}y + \frac{N_T}{A_s} + \frac{M_s}{I_s}y \quad (15)$$

$$\text{하연응력 } f_s(\text{하}) = \frac{M}{I}y - \frac{N_s}{A_s} + \frac{M_s}{I_s}y + \frac{N_T}{A_s} - \frac{M_s}{I_s}y \quad (16)$$

2.2 합성 기둥

도로교 설계기준 강교 3.14와 Crawley, S. W., Dilldn, R. M.과 Carter, W. D. 을 참조하여 좌굴의 영향을 고려하는 경우와 고려치 않는 경우로 구분한다.

2.2.1 합성단면의 성질

기둥의 합성단면의 성질은 콘크리트의 면적을 강으로 환산한 환산 단면적, 환산 단면2차모멘트를 사용하므로 합성보와 같은 방법으로 계산한다.

2.2.2 유효 좌굴 길이

도로교 설계기준 강교 3.14.5에 의하면 표 2와 같이 라멘 기둥의 유효 좌굴 길이 L을 계산하도록 규정되어 있다.

표 2. 라멘 기둥의 유효 좌굴 길이(도설, 강교 3.14.5)

부재		좌굴하중	면내 좌굴	면외 좌굴
1층의기둥 (그림 3. 1~12)	하단고정		$L = 1.5h \quad k \leq 5$ $= (1.5 + 0.04(k-5))h$ $5 < k \leq 10$	$L = 2.0h$
	하단현지		$L = 3.5h \quad k \leq 5$ $= (3.5 + 0.2(k-5))h$ $5 < k \leq 10$	
2층이상의기둥 (그림 3. 13~18)			$L = 1.9h \quad k \leq 5$ $= (1.9 + 0.14(k-5))h$ $5 < k \leq 10$	$L = 2.2h$
외다리 기둥 (그림 3. 19)			$L = 2.0h$	$L = 2.0h$
2층 이상의 외다리 기둥 (그림 3. 20)			$L = 2.2h$	$L = 2.2h$

여기서, $k = \frac{I_c/h}{I_s/l} \quad (17)$

- k : 강비
- I_c : 기둥의 단면2차모멘트 (평균치)
- I_s : 보의 단면2차모멘트 (평균치)
- h : 기둥의 높이
- l : 보의 경간

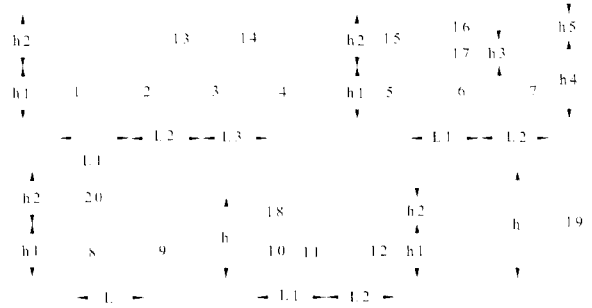


그림 3. 라멘의 부재 길이

2.2.3 기둥의 응력

AISC 규정과 도로교 설계기준 강교 3.4.3을 참조하여 좌굴의 영향을 고려한 모멘트 확대 계수와 기둥의 단부 상태에 따른 횡방향 상태 변위가 있는 경우와 없는 경우로 구분하여 다음과 같은 식을 유도한다.

1. $\frac{f_{ci}}{f_{cai}} > 0.15$ 인 경우

$$\frac{f_{ci}}{f_{cai}} + \frac{C_m}{(1 - \frac{f_{ci}}{f_{ci}})} \frac{f_{bi}}{f_{bai}} \leq 1 \quad (18)$$

그림 4. 합성기둥 단면도

여기서, f_{ci} : i부재의 축방향 응력 ($\frac{N_{xi}}{A_i}$)

f_{cai} : i부재의 허용축방향응력(도설, 강교, 3.3.2)

f_{bi} : i부재의 휨응력($\frac{M_{xi}}{Z_i}$)

f_{bai} : i부재의 허용휨응력(도설, 강교, 3.3.2)

C_m : 감소율 ($= 0.6 - 0.4 \frac{M_B}{M_A} \geq 0.4$) 다만,

가로 흔들림이 있는 경우는 0.85

2. $\frac{f_{ci}}{f_{cai}} \leq 0.15$ 인 경우

$$\frac{f_{ci}}{f_{cai}} + \frac{f_{bi}}{f_{bai}} \leq 1 \quad (19)$$

3) SM 520강재의 허용응력

합성 부재에 사용되는 강재로서 SM 520을 선택하여 사용하면 강재의 허용응력(도설, 강교.3.3.2)은 다음과 같이 세장비에 따라 다르다.

$$\frac{L_i}{\gamma_i} \leq 14 : f_{cai} = 2,100 \text{kgf/cm}^2 \quad (20)$$

$$14 \leq \frac{L_i}{\gamma_i} \leq 76 : f_{cai} = 2,100 - 15 \left(\frac{L_i}{\gamma_i} - 14 \right) \text{kgf/cm}^2$$

$$\frac{L_i}{\gamma_i} > 76 :$$

$$f_{cai} = 12,000,000 / \left(4,500 + \left(\frac{L_i}{\gamma_i} \right)^2 \right) \text{kgf/cm}^2$$

여기서, L_i : i부재의 유효 길이(도설, 강교. 3.3.2)

γ_i : i 부재의 최소 회전 반경

3. 구조물의 신뢰성 이론

3.1 구조물의 파괴확률

확률계수인 구조지항 R과 하중외력 S의 함수로 표시되는 구조 신뢰성의 척도인 구조물의 파괴확률 P_f 는 $Z = R - S$ 를 한계상태함수와 할 때 $Z = R - S < 0$ 의 발생확률로서 다음과 같이 된다.

$$P_f = P(R - S \leq 0) = \int \int_D f_{RS}(r, s) dr ds \quad (21)$$

여기서, $f_{RS}(r, s)$ 는 R, S의 결합밀도함수, D는 파괴영역을 나타낸다. R과 S가 독립일 때, 즉 $f_{RS}(r, s) = f_R(r) f_S(s)$ 일 때

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - f_S(x)] f_R(x) dx \quad (22)$$

3.2 신뢰성 지수

확률적인 안전도의 정의로 파괴확률대신에 상대적인 안전여유를 나타내는 신뢰성지수(reliability index) 즉, 안전도

지수(safety index)를 사용하는데 기본적인 정의는 다음과 같다. R과 S의 각각 평균 μ_R 과 μ_S , 분산 σ_R^2 과 σ_S^2 을 갖는 Gaussian 랜덤변량이라고 하면 안전여유 $Z = R - S$ 는 다음과 같은 평균과 분산을 갖는다.

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \quad (23a)$$

$$\sigma_Z^2 = \sigma_R^2 + \sigma_S^2 \quad (23b)$$

$$P_f = P(R - S \leq 0) = P(Z \leq 0) = \phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (24)$$

여기서 $\phi(\cdot)$ 는 표준정규분포함수(평균=0, 분산=1)이다. 랜덤변량 $Z = R - S$ 는 그림5에 나타나 있으며 파괴영역은 $Z \leq 0$ 으로 빗금쳐 있는 부분이다.

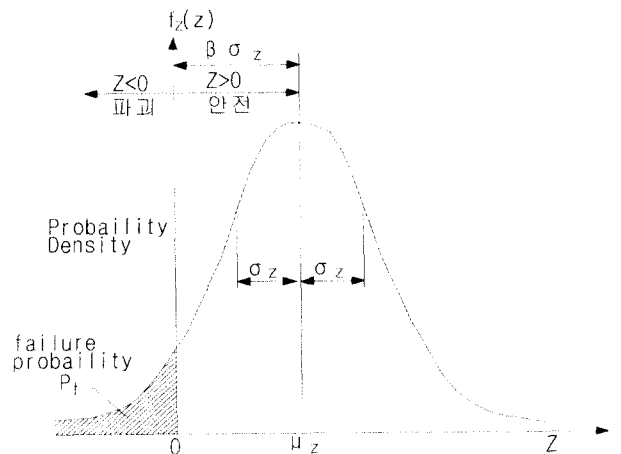


그림 5. 안전여유 분포

식(23)를 (24)에 대입하면 파괴확률은 다음과 같이 된다.

$$P_f = \frac{-\left(\mu_R - \mu_S\right)}{\left(\sigma_R^2 + \sigma_S^2\right)^{1/2}} = \phi(-\beta) \quad (25)$$

여기서 β 는 다음과 같이 정의되며 신뢰성지수라고 일컫는다.

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (26)$$

일반적인 구조물의 신뢰성지수를 매트릭스 형태로 유도하면 m개의 부재로 이루어진 구조물의 각 부재의 안전마진 {Z}는 {R} - {S}이며 구조물이 항상 안전하기 위해서는 {Z} > {0}을 만족시켜야 한다. 이 방법에서는 {Z}의 평균

치 매트릭스 $\{\bar{Z}\}$ 가 표준편차 매트릭스 $\{\sigma_x\}$ 에 임의의 상수를 곱한 것과 최소한 같거나 보다 크도록 제한하고 있으므로

$$\{\bar{Z}\} \geq \{\beta\}\{\sigma_x\} \quad (27)$$

여기서, $\{\bar{Z}\}$: 부재 안전마진의 평균치 매트릭스
 $\{\beta\}$: 부재 신뢰성지수 매트릭스
 $\{\sigma_x\}$: 부재 안전마진 표준편차 매트릭스

각 부재의 저항강도 매트릭스 $\{R\}$ 의 평균치 매트릭스가 $\{\bar{R}\}$, 표준편차 매트릭스 $\{\sigma_x\}$ 이고, 각 부재의 하중효과 매트릭스 $\{S\}$ 의 평균치와 표준편차 매트릭스가 각각 $\{\bar{S}\}$, $\{\sigma_s\}$ 일때 $\{\bar{Z}\}$ 및 $\{\sigma_x\}$ 는 다음과 같다.

$$\{\bar{Z}\} = \{\bar{R}\} - \{\bar{S}\} \quad (28)$$

$$\{\sigma_x\} = \{V\} \quad (29)$$

여기서

$$\{V\} = (\sqrt{\sigma_{R1}^2 + \sigma_{S1}^2}, \sqrt{\sigma_{R2}^2 + \sigma_{S2}^2}, \dots, \sqrt{\sigma_{Rm}^2 + \sigma_{Sm}^2})^T$$

식 (22)과 (23)을 식 (21)에 대입하면 임의의 i 부재의 신뢰성지수 β_i 는 다음과 같다.

$$\beta_i \leq \frac{\bar{R}_i - \bar{S}_i}{\sqrt{\sigma_{Ri}^2 + \sigma_{Si}^2}} \quad (30)$$

또한 식(30)의 β_i 는 다음과 같이 변환시킬 수 있다.

각 부재의 저항강도 $\{R\}$ 과 하중효과 $\{S\}$ 의 변이계수 매트릭스를 각각 $\{V_R\}$, $\{V_S\}$ 라 하면

$$\{V_R\} = \{\sigma_R\}\{R_B\} \quad (31)$$

$$\{V_S\} = \{\sigma_S\}\{S_B\} \quad (32)$$

여기서,

$$\{V_R\} = (V_{R1}, V_{R2}, \dots, V_{Rm})^T$$

$$\{V_S\} = (V_{S1}, V_{S2}, \dots, V_{Sm})^T$$

$$\{R_B\} = (1/\bar{R}_1, 1/\bar{R}_2, \dots, 1/\bar{R}_m)^T$$

$$\{S_B\} = (1/\bar{S}_1, 1/\bar{S}_2, \dots, 1/\bar{S}_m)^T$$

식(25)과 (26)로부터 i 부재 저항강도 R_i 와 하중효과 S_i 의 변이계수(C.O.V)는 다음과 같다.

$$V_{Ri} = \sigma_{Ri} / \bar{R}_i \quad (33)$$

$$V_{Si} = \sigma_{Si} / \bar{S}_i \quad (34)$$

식 (27)로부터

$$\sigma_{Ri} = V_{Ri} \cdot \bar{R}_i \quad (35)$$

$$\sigma_{Si} = V_{Si} \cdot \bar{S}_i \quad (36)$$

식 (35), 식 (36)과 식 (30)로부터 신뢰성지수 β_i 를 쓸 수 있다.

$$\beta_i \leq \frac{\bar{R}_i - \bar{S}_i}{\sqrt{(V_{Ri} \cdot \bar{R}_i)^2 + (V_{Si} \cdot \bar{S}_i)^2}} \quad (37)$$

4. 신뢰성 지수를 고려한 최적화 문제 형성

4.1 목적 함수

합성형과 합성 기둥은 콘크리트와 강재로 되어 있기 때문에 콘크리트와 강재의 경비를 목적 함수로 취하는 것이 의의가 있다고 본다. 따라서 복부와 기둥 부의 경비를 합한 총 경비는 다음 식과 같이 표시된다.

$$W(X)_z \quad (38)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{z=1}^n \sum_{j=1}^m [C_c b_z (t_c)_{z,j} + C_s (2(b_s)_{z,i} \cdot (t_{ib})_{z,i} \\ &\quad + (h_{wb})_{z,i} \cdot (t_{wb})_{z,i})] L_{z,i} + \sum_{z=1}^n \sum_{j=1}^s [C_c \{((b_s)_{z,j} \\ &\quad + 8)((h_{sc})_{z,j} \cdot - z, j + 8) - (A_{sc})_{z,j}\} \\ &\quad + C_s (2(b_s)_{z,i} \cdot (t_{ic})_{z,i} + (h_{wc})_{z,i} \cdot (t_{wc})_{z,i})] H_{z,j} \end{aligned}$$

여기서,

$W(X)_z$: Z 층의 총 경비 함수

C_c, C_s : 각각 콘크리트의 단위 체적당 경비와 강재의 단위 톤당 경비

b_z : Z 층 슬래브의 폭

- $(t_c)_{z,i}$: Z 층 i 번째 보의 두께
- $(b_s)_{z,i}$: Z 층 i 번째 강형의 플랜지 폭
- $(t_{fb})_{z,i}$: Z 층 i 번째 강형의 플랜지 두께
- $(h_{wb})_{z,i}$: Z 층 i 번째 강형의 플랜지 폭
- $(t_{wb})_{z,i}$: Z 층 i 번째 강형의 웹 두께
- $L_{z,i}$: Z 층 i 번째 강형의 길이
- $(h_{sc})_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥 강재의 형 높이
- $(A_{sc})_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥의 강재 총 면적
- $(t_{fc})_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥의 강재 플랜지의 두께
- $(h_{wc})_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥의 강재 웹 높이
- $(t_{wc})_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥의 강재 웹 두께
- $H_{z,j}$: Z 층 j 번째 기둥의 높이
- Z : 임의 층수

4.2 제약 조건식

4.2.1 응력 제약 조건식

도로교 설계기준 강교 3.4.3과 AISC 규정을 참고로 하여 뼈대구조 부재의 국부좌굴을 허용하지 않는 경우 압축 부재의 허용응력은 세장비에 따라 세 가지로 구분한 도로교 설계기준 강교 3.3.2에 규정된 SM520의 허용응력 사항을 고려하고 신뢰성지수와 허용응력과 응력의 정규분포시의 평균과 표준편차를 고려한 응력제약 조건식은 다음과 같다.

① $\frac{f_{ci}}{f_{cai}} \leq 0.15$ 인 경우

$$(G_1)_i = 1 - \frac{f_{ci}}{f_{cai}} - \frac{f_{bi}}{f_{bai}} - \beta \sqrt{V_R^2 + V_S^2 \left(\frac{f_{ci}}{f_{cai}} + \frac{f_{bi}}{f_{bai}} \right)^2} \geq 0 \quad (39)$$

② $\frac{f_{ci}}{f_{cai}} > 0.15$ 인 경우

$$(G_1)_i = 1 - \frac{C_m}{\left(1 - \frac{f_{ci}}{f_{cai}}\right)} \frac{f_{bi}}{f_{bai}} - \frac{f_{ci}}{f_{cai}} - \beta \sqrt{V_R^2 + V_S^2 \left(\frac{C_m}{\left(1 - \frac{f_{ci}}{f_{cai}}\right)} \frac{f_{bi}}{f_{bai}} + \frac{f_{ci}}{f_{cai}} \right)^2} \geq 0 \quad (40)$$

4.2.2 최소 복부판 두께 제약 조건식

도로교 설계기준 강교 3.8.4의 표 3.8.2에 따라 수평보강재가 없는 경우에 강재 SM520에 대한 복부판의 최소두께 제

한을 수식화하면 다음과 같다.

① 수평 보강재가 없는 경우

$$(G_2)_i = (t_w)_i - \frac{b_i}{123} \geq 0 \quad (41)$$

여기서, $(t_w)_i$: i부재의 강형 복부 두께

b_i : i 부재의 강형 상하 플랜지의 순간격(cm)

4.2.3 플랜지 판의 최소 두께 제약 조건식

도로교 설계기준 강교 3.4.2에 의해 플랜지판의 최소 두께 제약조건식은 다음과 같이 수식화 한다.

$$(G_3)_i = (t_f)_i - \frac{(b_f)_i}{32} \geq 0 \quad (42)$$

여기서, $(t_f)_i$: i부재의 플랜지 두께

$(b_f)_i$: i부재 플랜지 폭

4.2.4 형고의 제약 조건식

강형과 플랜지 폭과의 관계를 적절히 제약하기 위하여 본 연구에서는 형고가 플랜지 폭의 2.5배 이상이 되도록 하기 위해 다음과 같이 형고 제약조건식을 유도한다.

$$(G_4)_i = (h_s)_i - 2.5(b_f)_i \geq 0 \quad (43)$$

여기서, $(h_s)_i$: i부재의 강형 높이

4.2.5 경제적인 형고 제약 조건식

강재의 무게를 최소로 하는 관형의 높이를 구하는 식을 도입하여 경제적인 형고 제약 조건식을 유도하면 다음과 같다.

$$(G_5)_i = (h_s)_i - 1.1 \sqrt{\frac{M_i}{(f_b)_i \cdot (t_w)_i}} \geq 0 \quad (44)$$

여기서, M_i : i 부재의 설계용 휩 모멘트

4.2.6 플랜지 폭의 최소 치수 제약 조건식

플랜지 폭의 최소 치수를 25cm 이상으로 하면, 다음과 같은 플랜지 폭의 최소 치수 제약 조건식이 유도된다.

$$(G_6)_i = (b_f)_i - 25 \geq 0 \quad (45)$$

4.2.7 슬래브 최소 두께 제약 조건식

콘크리트 슬래브의 최소 두께를 10cm 이상으로 하면, 다음과 같은 슬래브 최소 두께 제약조건식이 유도된다.

$$(G_7)_i = (t_c)_i - 10 \geq 0 \quad (46)$$

여기서, $(t_c)_i$: i 부재의 콘크리트 슬래브 두께

5. 최적화 기법

5.1 최적화 문제의 일반형식

구조물 최적설계란 설계변수에 부과된 제약조건을 만족시키면서 목적함수를 최소로 하는 설계변수의 조합을 구하는 것으로서 구조물의 형상, 하중, 설계기준, 공법 및 사용재료의 결정으로부터 시작된다. 이 단계에서는 설계변수를 정의하고 설계에 적용할 제반 설계조건식을 최적기준에 의해 수식화 하는 작업이 이루어진다. 이러한 문제가 형성되면 그 문제의 특성에 적합한 최적화 기법을 적용하여 최적해를 구하게 된다.

그리고 목적함수 일반적으로 구조물의 설계에서는 거의 무한대로 많은 수의 가능 해가 존재한다. 최선의 해, 즉 최적설계를 발견하기 위해서는 서로 상이한 가능 설계들을 비교하는데 사용할 수 있는 기준이 되는 설계변수의 함수로 된 어떤 함수를 세울 필요가 있는데 이와 같은 함수를 비용함수(cost function), 기준함수(criterion function), 또는 성능함수(merit function)라고도 한다. 구조물의 최적설계시 허용응력 내의 무수히 많은 설계점들을 비교할 수 있는 유일한 판단 기준이 되는 함수로서 경비, 중량, 체적 및 변형에너지 등이 사용되고, 제약조건은 상태변수와 해석변수의 설계상의 제한 및 시방서 등에 의한 제약사항을 표시하는 함수로써 응력, 변위, 부재간격, 단면의 치수, 철근비, 진동수 및 좌굴 등이 될 수 있다.

전술한 구조물 최적설계의 문제형성은 일반적으로 다음과 같이 수식화 할 수 있다.

$$\text{Minimize } W(X) \quad (47)$$

$$\text{Subject to } H_i(X) = 0 \quad (48)$$

$$G_j(X) \geq 0$$

여기서,

$W(X)$: 목적함수

$H_i(X)$: 등 제약조건식 ($i = 1, 2, \dots, l, l \leq n$)

$G_j(X)$: 부등 제약조건식 ($j = 1, 2, \dots, m$)

X : 설계변수 (X_1, X_2, \dots, X_n)

최적설계에서는 목적함수가 식(5.1)로 m 개의 제약조건식이 식(5.2)로 주어질 때 목적함수 $W(X)$ 가 최소로 되도록 설계변수 X 를 결정하는 것이다.

5.2 SUMT 기법

본 연구에서 최적화 문제 해석에 사용코자 하는 최적화 기법은 Fiacco, A. V.와 McCormick, G. P.가 개발한 SUMT법으로 이 기법 중 공학적 견지에서 효율적이라고 하는 Interior Penalty Function Method와 최적치를 찾는 여러 탐사방법 중 수정 Newton Raphson법을 사용코자 하며 이를 기술하면 다음과 같다.

5.2.1 Interior Penalty Function Method

Interior Penalty Function Method는 Carrol, C. W.이 처음 발표하고, Fiacco와 McCormick, G. P.가 발전시킨 방법으로 식 (49), (50)의 비선형 계획문제를 최초로 어떤 스칼라양 $\alpha^r = \alpha^l$ 과 $G_j(X^r) \leq 0$ 인 실행 가능한 초기 설계점 $X = X^r$ 가 주어지면 일련의 무제약함수의 최소치를 구하는 문제로 된다. 이를 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \phi(X, \alpha^r) \quad (49)$$

$$\text{여기서, } \phi(X, \alpha^r) = W(X) + \alpha^r \sum_{j=1}^m \frac{1}{G_j(X)} \quad (50)$$

α^r : penalty parameter ($\alpha^1 > \alpha^2 > \dots > \alpha^r > \alpha^{r+1}$)

이 방법의 알고리즘은 다음과 같다.

- 1) X 및 α 의 초기치 X^0, α^1 을 고려한다. 단, X^0 는 제약 조건을 만족시키지 않으면 안된다.
- 2) α^r 에 대하여 X^{α^r} 을 출발점으로 하여 $\phi(X, \alpha^r)$ 를 최소로 하는 해를 구한다.
- 3) 수렴조건이 만족될 때는 계산을 종료한다.
- 4) 수렴되지 않을 때는 $\alpha^{r+1} = \alpha^r / C, C > 1, r = r + 1$ 로 하여 α 를 감소시켜 step 2)로 돌아간다.

5.2.2 수정 Newton-Raphson법

SUMT법은 축차적으로 계속 반복되기 때문에 SUMT법 자체의 효율을 높이기 위해서는 최초의 설계점 X^0 로부터 다음 설계점을 향하는 일방향 탐사법에 의해

$$\phi(X^0) > \phi(X^1) > \dots > \phi(X^q) > \quad (51)$$

가 되도록 진행시켜야한다.

penalty function을 수정 Newton-Raphson법에 의해 최적화 할 경우 $q+1$ 번째 설계변수의 값은 다음 식에 의해 얻어진다.

$$\{X^{q+1}\} = \{X^q\} - \{B^q\} \quad (52)$$

여기서,

$\{B^q\}$: q 번째 설계점에서의 feasible direction vector ($= [H\phi(X^q)]^{-1} \{\nabla\phi(X^q)\}$)

$\{\nabla\phi(X^q)\}$: q 번째 반복 시행에서의 penalty function의 gradient matrix

$[H\phi(X^q)]$: q 번째 반복 시행에서의 penalty function의 Hessian matrix

5.3 최적설계 과정

본 연구의 알고리즘은 신뢰성지수($\beta=3.0, \beta=0.0$)를 고려한 구조해석과 최적설계를 동시에 수행할 수 있도록 작성하고, 최적화 알고리즘의 수렴정도를 확인하기 위해 5단계 5회 반복 시행 최종 최적치를 구하도록 작성한다. 반복시행 과정에서 구조해석을 위한 단면적과 단면2차모멘트는 처음 단계에서 얻은 초기 단면적을, 다음 단계부터는 진회 반복 시행에서 구한 최종 설계 단면적을 사용하여 계산한다. 만약 최적화 과정에서 실행가능영역 내에 들지 않으면 처음 단계의 초기값을 반복시행 초기값으로 수정하여 진행하도록 한다.

표 3. 1층 1경간과 5층 1경간 구조물의 설계조건

구분	설계조건	
신뢰성 지수	$\beta=3.0(P_1=0.135e-02)$	$\beta=0.0(P_1=0.500)$
변이계수	VR=VS=0.05	
층 수	1층	5층
높이	H=4m	H=20m(각층4m)
경간	L=10m	
하중	Ph=10t Pv=50t, 100t	Ph=7.2t, Pv=20t w=2t/m, 4t/m
일반조건	Cs=7.84×1.562원/cm ³ fck=280 kgf/cm ² Es=18×10 ³ fca=80 kgf/cm ² φ ₂ =2 φ ₁ =4 온도차 ΔT=10c°	Cc=0.2477 원/cm ³ Es=2,100,000kgf/cm ² α=12×10 ⁻⁶ /c° fca=2,100kgf/cm ² r=8 ns=(1+φ ₂ /2)-2.4

최적화 과정은 구조해석에서 구한 최대 부재력을 설계단면력으로 하고 임의의 q 번째 반복시행에서 Hessian matrix와

민감도계수인 $\nabla\phi(X^q)$ 를 고려하여 feasible direction vector를 계산하는 Newton Raphson 탐사 방법을 사용하여 $q+1$ 번째의 설계변수 (X^{q+1})값을 구하는 SUMT법에 의해 5회 반복시행으로 1단계 최적치를 구한다. 그리고 이러한 과정을 5회 반복시행 최종 최적치를 구하게 된다.

그림 7. SUMT기법을 사용한 최적화 알고리즘 흐름도

6. 수치에 및 결과 분석

본 알고리즘의 최적화 가능성과 실제의 활용성 등을 고찰하기 위해 1층 1경간 합성 뼈대구조와 5층 1경간 합성 뼈대구조를 대상으로 하여 최적설계를 시행하고, 최적설계한 결과를 통하여 본 알고리즘의 사용성, 수렴성, 실용화 가능성 등을 분석한다.

6.1 1층 1경간 합성 뼈대구조물

본 연구의 설계 대상으로 하는 1층 1경간 합성 뼈대구조의 구조 모델은 그림 8과 같고 기둥과 보의 단면도는 그림 9과 같으며 설계 조건을 표로 나타내면 표 3과 같다.

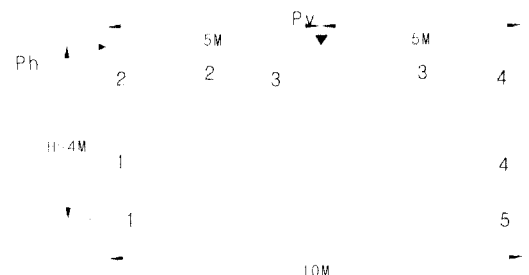


그림 8. 1층 1경간 구조 모델링

표 4. 신뢰성지수($\beta=3.0$)($\beta=0.0$)를 고려한 1층1경간 합성뼈대구조물의 최적설계

하중	반복 회수	최적 단면 치수 (cm), ($\beta=3.0$)							목적함수(원)	최적 단면 치수 (cm), ($\beta=0.0$)							목적함수(원)		
		b.	h _w	t _a	h _{wc}	t _{sc}	t _{in}	t _{ob}		t _c	b.	h.	t _a	h _{wc}	t _{sc}	t _s		t _{ob}	t _c
초기치		40	100	3	2	100	3	20	11,131,963	40	100	3	2	100	3	20	11,131,963		
Ph=10t Pv=50t	1	25	71.79	0.78	0.87	96.32	1.35	0.76	18.14	3,857,595	25	76.12	0.78	0.77	99.89	0.93	0.80	12.29	3,462,130
	2	25	76.45	0.78	0.85	96.33	1.35	0.76	22.19	4,062,554	25	70.54	0.78	0.94	99.90	0.93	0.80	13.03	3,522,528
	3	25	76.22	0.78	0.84	96.33	1.35	0.76	21.61	4,033,631	25	76.25	0.78	0.83	99.90	0.93	0.80	13.65	3,556,394
	4	25	76.21	0.78	0.84	96.33	1.35	0.76	21.58	4,032,054	25	75.74	0.78	0.82	99.90	0.93	0.80	13.11	3,520,324
	5	25	76.21	0.78	0.84	96.33	1.35	0.76	21.58	4,031,955	25	70.06	0.78	0.96	99.90	0.93	0.80	13.13	3,530,511
Ph=10t Pv=100t	1	25	89.21	0.80	1.12	118.1	3.10	0.91	31.13	6,358,899	25	91.21	0.80	1.08	118.1	1.98	0.84	29.32	5,323,024
	2	25	83.92	0.80	1.54	118.1	3.10	0.91	46.77	7,175,162	25	78.17	0.80	1.63	118.1	1.98	0.84	36.82	5,787,137
	3	25	99.26	0.80	1.17	118.1	3.10	0.91	52.69	7,374,253	25	94.28	0.80	1.21	118.1	1.98	0.84	44.04	6,044,670
	4	25	98.17	0.80	1.13	118.1	3.10	0.91	47.56	7,134,115	25	93.16	0.80	1.18	118.1	1.98	0.84	39.08	5,807,188
	5	25	98.00	0.80	1.13	118.1	3.10	0.91	46.80	7,098,774	25	92.98	0.80	1.17	118.1	1.98	0.84	38.34	5,771,144

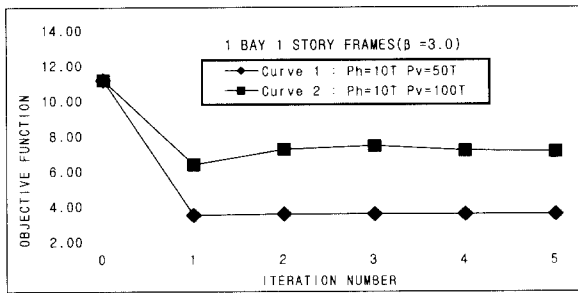


그림 10. 1층1경간 반복회수와 목적함수($\beta=3.0$)

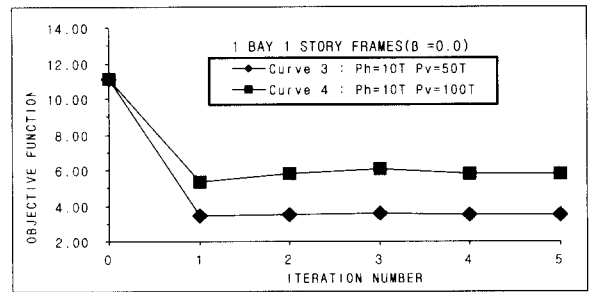


그림 11. 1층1경간 반복회수와 목적함수($\beta=0.0$)

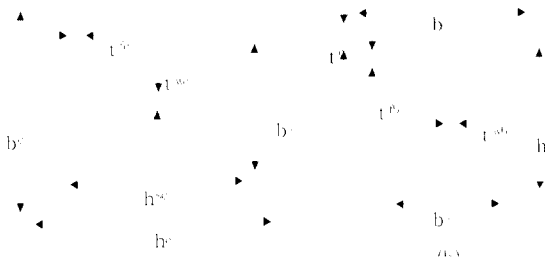


그림 9. 1층 1경간 구조물의 기둥과 보 단면
(a)기둥단면도, (b)보 단면도

6.1.1 수치 결과

신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조물의 최적설계를 위해 2장의 합성형에 대한 제약 조건식들을 그림 9와 같은 단면의 치수등을 설계 변수로 택하여 정식화한다. 그리고 형성된 최적화 문제는 5장에서 작성한 SUMT기법을 이용한 최적화 알고리즘을 적용하여 $\beta=3.0$ 과 $\beta=0.0$ 인 경우의 최적해를 구하고, 각각 그 결과를 표로 나타내면 표 4와 같고 반복 회수와 목적함수의 관계를 각각으로 나타내면 그림10과 그림11에 나타내었다.

6.2 5층 1경간 합성 뼈대구조물

본 연구의 설계 대상으로 하는 5층 1경간 합성 뼈대구조의 구조 모델은 그림 12와 같고 기둥과 보의 단면도는 그림 13과 같으며 설계 조건은 표 3과 같다.

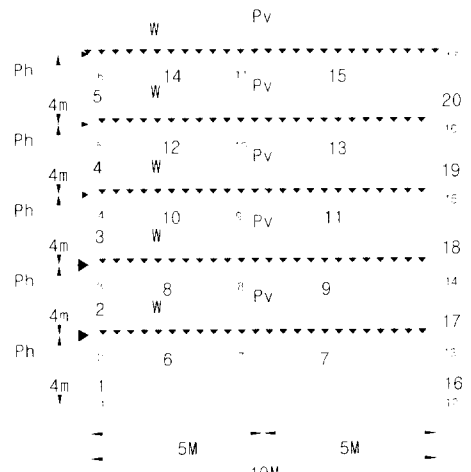


그림 12. 5층 1경간 구조 모델링

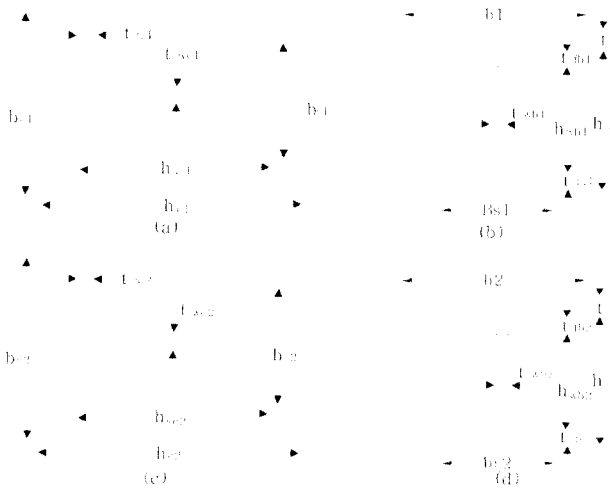


그림 13. 5층 1경간 구조물의 기둥과 보 단면도
 (a)1~3층 기둥단면, (b)1~3층 보 단면
 (c)4~5층 기둥단면, (d)4~5층 보 단면

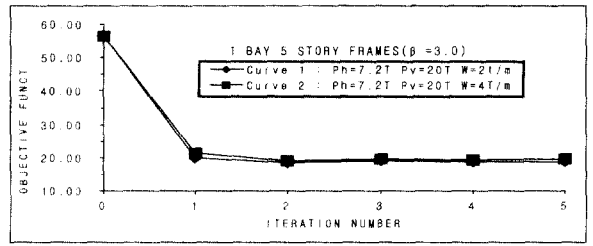


그림 14. 5층 1경간 반복회수와 목적함수($\beta=3.0$)

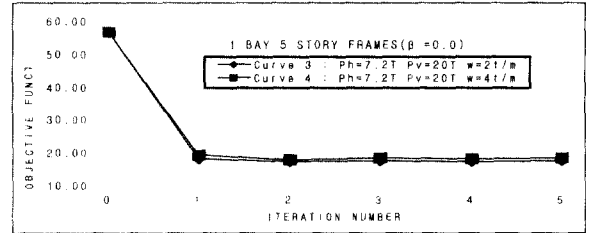


그림 15. 5층 1경간 반복회수와 목적함수($\beta=0.0$)

표 5. 신뢰성지수($\beta=3.0$)를 고려한 5층1경간 합성뼈대구조물의 최적설계

하중	반복 회수	최적 단면 치수(cm)																목적함수 (원)		
		b ₁	t _{1,1}	t _{w,1}	h _{1,1}	b ₂	t _{2,1}	t _{w,2}	h _{2,1}	t ₁	b ₁	t _{1,1}	t _{w,1}	h _{1,1}	t ₂	b ₂	t _{2,2}		t _{w,2}	h _{2,2}
초기치		40	3	2	100	40	3	2	100	20	40	3	2	100	20	40	3	2	100	56,612,960
Ph=7.2t Pv=20t w=2t/m	1	25	0.78	0.64	73.41	25	0.78	0.5	62.5	10	29.76	1.18	0.95	96.94	10	29.73	1.62	1.24	106.83	20,031,702
	2	25	0.78	0.62	67.76	25	0.78	0.5	62.5	10	28.93	1.26	0.94	100.08	10	29.34	1.12	0.99	98.07	18,343,994
	3	25	0.78	0.61	66.83	25	0.78	0.5	62.5	10	29.03	1.29	0.96	98.50	10	28.74	1.23	1.12	102.37	18,925,743
	4	25	0.78	0.61	66.77	25	0.78	0.5	62.5	10	29.03	1.29	0.96	98.50	10	28.22	1.19	1.09	100.45	18,721,175
	5	25	0.78	0.61	66.76	25	0.78	0.5	62.5	10	29.03	1.29	0.96	98.50	10	28.89	1.29	1.08	98.73	18,810,231
Ph=7.2t Pv=20t w=4t/m	1	25	0.78	0.68	72.16	25	0.78	0.5	62.5	10	29.95	1.31	0.99	100.79	10	30.25	1.87	1.36	111.79	21,496,522
	2	25	0.78	0.63	68.85	25	0.78	0.5	62.5	10	29.35	1.37	0.96	140.00	10	29.59	1.14	1.03	102.24	19,046,622
	3	25	0.78	0.62	66.20	25	0.78	0.5	62.5	10	29.36	1.37	0.94	104.13	10	29.66	1.29	1.19	108.30	19,719,710
	4	25	0.78	0.61	66.15	25	0.78	0.5	62.5	10	29.36	1.37	0.94	104.13	10	28.95	1.23	1.14	105.05	19,362,770
	5	25	0.78	0.61	66.14	25	0.78	0.5	62.5	10	29.36	1.37	0.94	104.13	10	29.58	1.35	1.14	103.90	19,533,430

표 6. 신뢰성지수($\beta=0.0$)를 고려한 5층1경간 합성뼈대구조물의 최적설계

하중	반복 회수	최적 단면 치수(cm)																목적함수 (원)		
		b ₁	t _{1,1}	t _{w,1}	h _{1,1}	b ₂	t _{2,1}	t _{w,2}	h _{2,1}	t ₁	b ₁	t _{1,1}	t _{w,1}	h _{1,1}	t ₂	b ₂	t _{2,2}		t _{w,2}	h _{2,2}
초기치		40	3	2	100	40	3	2	100	20	40	3	2	100	20	40	3	2	100	56,612,960
Ph=7.2t Pv=20t w=2t/m	1	25	0.78	0.64	73.50	25	0.78	0.5	62.5	10	29.47	0.99	0.88	91.62	10	29.27	1.35	1.07	99.13	18,143,844
	2	25	0.78	0.63	68.57	25	0.78	0.5	62.5	10	27.83	1.03	0.88	96.61	10	28.83	1.05	0.90	92.86	17,081,913
	3	25	0.78	0.62	67.56	25	0.78	0.5	62.5	10	27.83	1.11	0.87	94.24	10	27.97	1.12	0.99	95.07	17,360,042
	4	25	0.78	0.62	67.47	25	0.78	0.5	62.5	10	28.01	1.15	0.87	92.13	10	28.41	1.12	0.96	93.70	17,305,030
	5	25	0.78	0.63	66.83	25	0.78	0.5	62.5	10	28.02	1.15	0.87	92.14	10	28.40	1.16	0.96	92.81	17,332,046
Ph=7.2t Pv=20t w=4t/m	1	25	0.78	0.67	72.54	25	0.78	0.5	62.6	10	29.66	1.11	0.89	95.74	10	29.56	1.55	1.18	104.31	19,302,551
	2	25	0.78	0.64	67.83	25	0.78	0.5	62.5	10	28.47	1.20	0.88	97.86	10	29.13	1.06	0.96	97.42	17,735,852
	3	25	0.78	0.62	67.12	25	0.78	0.5	62.5	10	28.64	1.25	0.90	94.95	10	28.30	1.14	1.09	101.50	18,261,285
	4	25	0.78	0.63	66.60	25	0.78	0.5	62.5	10	28.65	1.21	0.93	95.85	10	28.97	1.16	1.02	98.82	18,145,177
	5	25	0.78	0.63	66.53	25	0.78	0.5	62.5	10	28.65	1.21	0.93	95.86	10	28.94	1.21	1.02	97.93	18,201,379

6.2.1 수치 결과

그림 13과 같은 단면을 갖는 5층 1경간 합성 뼈대구조물은 1~3층의 단면은 동일하다고 보며 4~5층의 단면도 동일하다고 가정하여 최적설계를 실시한다. 최적설계 결과를 표로 나타내면 표 5, 표 6과 같고, 반복 회수와 목적 함수의 관계를 그림으로 나타내면 그림 14, 15와 같다.

6.3 결과 분석

본 연구에서 작성한 최적 설계 알고리즘을 설계 예에 적용하여 최적해를 얻고 그 결과를 바탕으로 본 알고리즘의 수렴성, 적용성 등을 분석하면 다음과 같다.

- 1) 신뢰성지수를 고려한 1층 1경간 합성 뼈대구조물의 $\beta = 3.0$ 과 $\beta = 0.0$ 인 경우에 대해 최적 설계 결과를 표로 나타내면 표 4와 같다. 강형의 플랜지 폭은 거의 25cm로 일정하게 수렴되고, 기둥 강재의 플랜지 두께가 0.78cm~0.80cm로 일정하게 수렴되는 것은 플랜지 폭과 플랜지 두께의 제약 조건에 지배되기 때문으로 분석된다.
- 2) 신뢰성지수를 고려한 5층 1경간 합성 뼈대구조물의 $\beta = 3.0$ 과 $\beta = 0.0$ 인 경우에 대해 최적 설계 결과를 표로 나타내면 표 5, 표 6과 같다. 1~3층 4, 5층 강형의 플랜지 두께, 폭과 높이가 0.78cm, 25cm와 62.5cm로 일정하게 수렴되는 것은 치수 제약에 지배되기 때문이며, 콘크리트 슬래브 두께가 10cm로 수렴되는 경우도 마찬가지이다. 그러나 플랜지 폭과 높이 등에 대한 최적해가 변화를 보이는 경우는 큰 하중이 작용하므로 응력제약에 지배되기 때문이라 생각된다.
- 3) 반복 회수와 목적 함수의 관계를 그림으로 나타내면 1층 1경간 뼈대구조의 경우 그림 10, 11과 같고, 5층 1경간 뼈대구조는 그림 14, 15와 같다. 이들 그림에서 나타낸 바와 같이 최적 해의 값들은 2~3회 이내에 최종 최적치에 근접하게 수렴하므로 반복 회수만으로 판단할 때 본 알고리즘에 의한 합성 뼈대구조물의 최적 설계는 수렴성이 양호함을 알 수 있다.
- 4) 최적해의 대부분이 치수 제약에 지배되는 것은 작용 하중이 작기 때문이라 판단되며, 큰 하중이 작용 할 경우는 응력제약이 주제약이 됨을 알 수 있다.
- 5) 신뢰성지수 $\beta = 3.0$ 일 때와 $\beta = 0.0$ 일 때의 목적함수의 비교를 위해 설계 예별로 최적해 결과를 표로 나타내면 표 7~표 8과 같고, 신뢰성지수 $\beta = 3.0$ 인 경우가 $\beta = 0.0$ 인 경우에 비해 1층 1경간 합성 뼈대구조물의 경우 14.2%~23.0%, 그리고 5층 1경간 합성 뼈대구조

물의 경우 7.3%~8.5% 정도의 경비가 더 소요되는 것으로 나타내지만 신뢰성지수 $\beta = 3.0$ 인 경우의 파괴확률 $P_f = 0.135e-02$ 이고 $\beta = 0.0$ 인 경우 $P_f = 0.5$ 이므로 신뢰성 면에서는 훨씬 유리함을 보인다.

표 7. 신뢰성지수를 고려한 1층 1경간 합성뼈대구조물의 목적함수비교

하중(ton)		최종목적함수(원)		목적함수비교
Ph	Pv	$\beta = 3.0$	$\beta = 0.0$	$\beta = 3.0/\beta = 0.0$
10	50	4,031,955	3,530,511	1.142
10	100	7,098,774	5,771,144	1.230

표 8. 신뢰성지수를 고려한 5층 1경간 합성뼈대구조물의 목적함수비교

하중(ton)			최종목적함수(원)		목적함수비교
Ph	Pv	w	$\beta = 3.0$	$\beta = 0.0$	$\beta = 3.0/\beta = 0.0$
7.2	20	2	18,810,231	17,332,046	1.085
7.2	20	4	19,533,430	18,201,379	1.073

7. 결 론

본 연구에서 신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조물의 최적화 알고리즘을 1층 1경간 뼈대구조물과 5층 1경간 뼈대구조물의 설계 예에 적용하여 최적 단면을 구하고 그 결과치를 바탕으로 본 알고리즘의 수렴성, 적용성, 최적화 경향 등을 비교분석하여 요약하면 다음과 같다.

- (1) 본 알고리즘에 의해 얻어진 목적 함수와 반복 회수를 비교하면 3회 이내에 최종 목적 함수와 거의 일치함을 보이므로 본 알고리즘의 수렴성은 양호하다고 판단된다.
- (2) 본 알고리즘은 신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조의 최적설계에 관한 것으로서 1층 1경간 합성뼈대구조물과 5층 1경간 합성 뼈대구조물에 적용해 최적해를 구해본 결과, 구조물의 형태, 규모, 재하조건, 제약 조건의 수에 구애받지 않고 최적해에 잘 수렴하므로 복잡한 구조나 다제약, 다설계 변수를 갖는 최적화문제에도 기여할 수 있으리라 본다.
- (3) 본 연구에서 작용 하중이 작은 경우의 최적해는 주로 치수 제약에 지배되고, 큰 하중이 작용하는 경우의 최적해는 주로 응력 제약에 지배됨을 알 수 있다.
- (4) 신뢰성지수를 고려한 경우($\beta = 3.0$)와 신뢰성지수를 고려하지 않은 경우($\beta = 0.0$)의 최적설계 결과를 비교하면 신뢰성지수를 고려한 경우가 다소의 경비가 더 들

지만 구조의 안전성 확보 즉 신뢰성면에서 훨씬 유리한 것으로 판단되는바 구조물 설계시 신뢰성지수를 고려하는 것이 바람직하다고 사료된다.

- (5) 본 알고리즘은 신뢰성지수를 고려한 합성 뼈대구조물의 최적화를 위해 작성되었기 때문에 허용응력과 작용하중의 평균과 분산을 고려하게 되므로 허용응력과 작용하중을 일률적으로 정하여 설계하는 것보다 합리적인 설계를 할 수 있으며, 합성 뼈대구조물의 예비 설계단계나 실제 설계단계에서의 설계단면을 용이하게 구할 수 있어 여러 조건을 고려할 경우 각 경우의 최적단면을 비교 검토하거나 설계단면을 결정하는데 유용하게 이용될 수 있으리라 생각된다.

참 고 문 헌

건설부, 도로교 설계기준, 건설부, 2000.
 김상호, 이상호, 이인구, 이산형 변수를 이용한 강 박스거더교의 최적설계, 대한토목학회, 제16권, 제14호, pp. 377-385, 1996.
 조효남 외2인, 프리플렉스교의 전산화 최적설계, 전산구조공학회, 제6권, 제1집, 1993.
 박문호 외3인, 강-콘크리트 합성단면형 뼈대구조 시스템의 최적화 알고리즘 개발, 대한토목학회 논문집, 제17권, 제1-2호, pp. 217-228, 1997.

조효남, 헌봉구, 강구조 공학, 구미서관, 2002
 구조물의 안전성·신뢰성, 일본토목학회, 昭和 51년 10월 6일
 Leporati, E., "The Assessment of Structural Safety." Series in Cement & Concrete Research Vol. 1, Research Studies Press, 1979.
 Haugen, E. B., "Probabilistic Approaches to Design," John Wiley & Sons, Inc., London, 1968.
 Crawley, S. W., Dillon, R. M. and Carter, W. D. : Steel Buildings, 3rd Edition, John Wiley Sons, Inc., pp. 133-170.
 Fiacco, A. V. and McCormick, G. P. : Nonlinear Programming Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley & Sons, 1968.
 Carrol, C. W. : The Created Response Surface Technique for Optimizing Nonlinear Restrained System, Operations Research, Vol. 9, 1961, pp. 169-184.
 AISC, Steel Construction Manual, Specification for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings, 7th edn, American Institute of Steel Construction, (1970).
 (접수일자 : 2003. 5. 2 / 심사일 2003. 5. 20 / 심사완료일 2003. 7. 1)