

# 등방성체의 균열전파 기준에 정적 광탄성 실험 하이브리드 법 적용

신동철\* · 황재석† · 남성수\*\*

(2004년 2월 20일 접수, 2004년 6월 5일 심사완료)

## Application of the Static Photoelastic Experimental Hybrid Method to the Crack Propagation Criterion for Isotropic Materials

Dong-Chul Shin, Jai-Sug Hawong and Sung-Su Nam

**Key Words :** Isotropic Material(등방성체), Static Photoelastic Experimental Hybrid Method(정적 광탄성 실험 하이브리드 법), Crack Propagation Criterion(균열전파 이론), Minimum Strain Energy Density Criterion (최소 변형률 에너지 밀도 이론), Maximum Tangential Stress Criterion(최대 접선응력 이론), Mode Mixity(모드 혼합도).

### Abstract

The specimen materials used in this research are isotropic epoxy resins. The static photoelastic experiment was applied to them. And then the specimens used in photoelastic experiment were fractured under static load. The static photoelastic experimental hybrid method was introduced and its validity had been assured. Crack propagation criterion used the stress components, which are considered the higher order terms, obtained from the static photoelastic experimental hybrid method was introduced and it was applied to the minimum strain energy density criterion, the maximum tangential stress criterion and mode mixity. Comparing the actual initial angle of crack propagation with the theoretical initial angle of crack propagation obtained from the above failure criterions, the validities of the above two criterions are assured and the optimal distance ( $r$ ) from the crack-tip is 0.01mm in order to get the initial angle of crack propagation of isotropic epoxy resin.

### 1. 서론

일반적으로 기계부품이나 구조물의 응력상태를 나타내는 광탄성 실험법은 전영역(full-field)에 걸쳐 많은 양의 응력에 관한 정보를 얻어낼 수 있다. 또한 이러한 정보를 가시적으로 나타내주므로 결과의 판단과 이용이 다른 실험적 방법에 비해서 용이하고 효과적이다. 이러한 광탄성 실험을 보다 더 유용하게 사용할 수 있도록 1998년에 신동철, 황재석<sup>(1-4)</sup> 등은 단순 인장하중을 받는 균열을 가진 등방성체 및 직교 이방성체용 투과형 광탄성

실험 하이브리드 법을 개발 하여 균열 주위의 응력성분 및 응력확대계수 등을 연구하였다.

균열 진로에 관한 이론은 Griffith<sup>(5)</sup>가 처음으로 재료의 표면에너지 이상으로 에너지가 축적이 되었을 때 파손된다고 제안한 이후에 많은 연구가 이루어졌다. 그 후 Hussain<sup>(6)</sup> 등은 Griffith의 에너지 법칙을 기초로 균열의 초기각도는 에너지 해방률이 이 최대인 방향으로 파손된다는 G-criterion을 제안 했다.

Erdogan과 Sih<sup>(7)</sup>는 균질체의 혼합모드 균열의 전파각도에 대해 평판의 균열은 재료의 푸아송의 비(Poisson's ratio),  $\nu$ 에 관계없이 균열선단의 최대 접선응력( $\sigma_{\theta_{max}}$ )방향으로 진전한다고 가정한 최대 접선응력 이론을 주장하였고 또한, 1축과 2축 응력 상태에서 중앙균열이 존재하는 평판의 균열전파각도를 응력확대계수와 에너지 해방률의 개념을 이용하여 구하였다. 또한, Sih는 이러한 파괴기준에 변형에너지밀도가 최소인 방향으로 최초 균열이

\* 회원, 영남대학교 기계공학부

† 책임저자, 회원, 영남대학교 기계공학부

E-mail : jshawong@yumail.ac.kr  
TEL : (053)810-2445 FAX : (053)810-4627

\*\* 영남대학교 대학원 기계공학부

진전한다는 최소 변형에너지 이론(S-criterion)을 주장하였고,<sup>(8)</sup> 변형에너지 밀도계수를 혼합모드에 적용하였다.<sup>(9)</sup>

본 연구에서는 광탄성 하이브리드 법을 통하여 얻은 균열선단 주위의 고차항이 고려된 응력성분을 사용하여 앞에서 설명된 균열전파 이론에 적용함으로써 최적의 전파이론을 제시하고자 한다.

## 2. 기 초 이 론

### 2.1 등방성체내 균열의 선단 응력장 및 변위장

평면문제의 응력성분은 Muskhelishvili의 복소함수<sup>(10)</sup>의 두 개의 해석적인 함수  $\phi(z)$ ,  $\varphi(z)$ 의 항을 사용하면 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \text{Re} \left[ 2\phi'(z) - \bar{z}\phi''(z) - \varphi'(z) \right] \\ \sigma_y &= \text{Re} \left[ 2\phi'(z) + \bar{z}\phi''(z) + \varphi'(z) \right] \\ \tau_{xy} &= \text{Im} \left[ z\phi''(z) + \varphi'(z) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$z$  평면내의 균열선단의 응력함수  $\phi(z)$ 와  $\varphi(z)$ 는 해석적인 함수이므로 식 (2)와 같이 멱급수의 형태로 나타낼 수 있다<sup>(11)</sup>.

$$\phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n, \quad \varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} D_n z^n \quad (2)$$

음의 실수축 상(균열표면)의 무표면력 조건(traction-free condition:  $\sigma_\theta = \tau_{\theta\theta} = 0$ )으로부터 식 (3)을 얻는다.

$$D_n = -\left\{ \frac{n}{2} C_n + (-1)^n \bar{C}_n \right\} \quad (3)$$

그러므로 식 (2)와 (3)으로부터 식 (1)의 응력 성분들은 식 (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Re} \left\{ C_n [2f(n,z) - g(n,z)] + (-1)^n \bar{C}_n f(n,z) \right\} \\ \sigma_y &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Re} \left\{ C_n [2f(n,z) + g(n,z)] - (-1)^n \bar{C}_n f(n,z) \right\} \\ \tau_{xy} &= \sum_{n=1}^{\infty} \text{Im} \left\{ C_n g(n,z) - (-1)^n \bar{C}_n f(n,z) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $f(n,z) = \frac{n}{2} z^{\frac{n}{2}-1}$ ,  $g(n,z) = \frac{n}{2} \left\{ z^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} - \frac{n}{2} z \right\} z^{\frac{n}{2}-2}$

식 (4)를 광응력 법칙에 대입하면 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \left( \frac{f \cdot N_f}{t} \right)^2 &= (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (2\tau_{xy})^2 \\ &= \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{Re} [f_c(n,z) - g_c(n,z)] \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{Im} [f_c(n,z) + g_c(n,z)] \right\}^2 \\ &\quad + \left\{ 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{Im} [g_c(n,z) - f_c(n,z)] \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{Re} [f_c(n,z) + g_c(n,z)] \right\}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $f_c(n,z) = (-1)^n f(n,z)$ ,  $g_c(n,z) = g(n,z)$

식 (5)의 복소계수  $C_n = a_n + ib_n$ 은 광탄성 실험의 비선형 최소자승법 (Non-linear least squares method: NLSM)<sup>(11)</sup>를 이용하여 구할 수 있으며, 이렇게 구한 계수들을 식 (2)와 (4)에 대입하면  $z$ -평면내의 균열선단의 응력함수  $\phi(z)$ ,  $\varphi(z)$  및 응력성분을 구할 수 있다. 이와 같은 방법을 등방성체 균열에 대한 광탄성 실험의 하이브리드 법이라 칭한다.

이때 복소 계수  $C_n$ 과 응력 확대계수와와의 관계식은 식 (6)과 같다.<sup>(2,4)</sup>

$$K_I = \sqrt{2\pi} \cdot a_1, \quad K_{II} = \sqrt{2\pi} \cdot b_1 \quad (6)$$

여기서  $a_1$ 과  $b_1$ 은 복소 계수 ( $C_n$ )의 첫 번째 항 즉,  $C_1 = a_1 + ib_1$ 의 실 계수들이다.

### 2.2 파괴진로 이론

#### 2.2.1 최대 접선 응력 이론

직각 좌표계로 표현된 응력성분을 극 좌표로 표시하면 식 (7) 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_\theta &= \sigma_x \sin^2 \theta + \sigma_y \cos^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{r\theta} &= (\sigma_y - \sigma_x) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (7)$$

균열은 최대 접선 응력 ( $\sigma_{\theta_{max}}$ )이 발생하는 각도 방향으로 진전한다고 가정한 최대 접선 응력 이론 (maximum tangential stress criterion: MTSC)으로부터 균열 초기 전파각도를 식 (7)을  $\theta$ 에 관해 미분함으로써 구할 수 있다. 즉

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (8)$$

그러나 균열 근방에서는 소성영역이 존재하므로, 탄성해로서 구하여진 균열선단( $r=0$ )에서의 응

력성분을 사용할 수는 없다. 그러므로 식 (8)은 균열선단에서 떨어진 거리  $r$ 에 관계된다고 생각할 수 있다. 이에 대해 William과 Ewing<sup>(12)</sup>은  $r_c = 0.05\text{mm}$ 로 가정하여 구한 이론적 예측은 시험 결과들과 훌륭한 일치를 얻는다고 주장하고 있으나, 그 값의 물리적 의미는 분명하게 설명되지 않았다.

2.2.2 최소 변형을 에너지 밀도 이론

균열선단의 단위 체적에 축적되는 변형률 에너지  $dW/dV$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \quad (i, j = x, y) \quad (9)$$

그리고 평면문제의 변형을 에너지 밀도함수는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = r \frac{dW}{dV} = \frac{r}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) \quad (10)$$

$S_{ih}^{(9)}$ 은 한계값  $S_{cr}$ 에 도달하면 파괴가 개시되고,  $S$ 가 최소인 방향으로 파괴된다고 하였다. 그러므로 최소 변형을 에너지밀도 이론 (minimum strain energy density criterion: MSED)에 의한 균열 초기 전파각도는 식 (11)로 구할 수 있다

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (11)$$

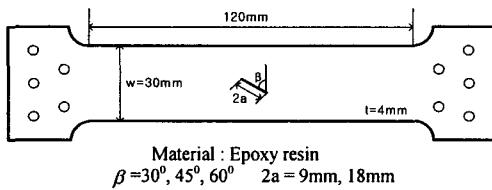
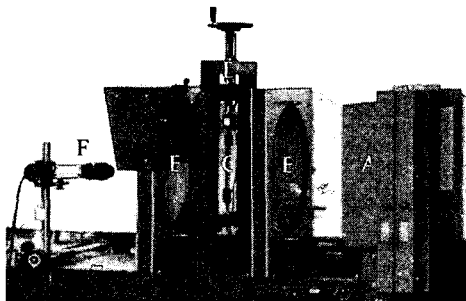


Fig. 1 Specimen of photoelastic Experiment



A: Light source B: Polarizer 1(P<sub>1</sub>) & Quarter wave Plate 1(Q<sub>1</sub>)  
C: Specimen D: Loading device F: CCD camera  
E: Polarizer 2(P<sub>2</sub>) & Quarter wave Plate 2(Q<sub>2</sub>)

Fig. 2 Optical system of photoelastic experiment

여기에서도 균열 초기전파각도는 균열 선단으로부터의 거리  $r$ 에 관계된다.

앞서의 두 이론의 적용에서 지금까지의 학자들은 단지 1차항( $n=1$ )만을 고려한 응력성분을 사용하여왔다. 이 경우 식 (6)에서 보듯이 단지 응력확대계수  $K_I, K_{II}$ 만이 고려되며,  $\sigma_{0x}$  ( $a_2$ 항과 관련) 등은 무시된다. 그러므로 본 연구에서는 균열전파 초기각도의 보다 정확한 예측을 위하여 광탄성실험 Hybrid법으로 구한 고차항이 고려된 응력성분이 대입된 최대 접선응력 이론과 최소 변형 에너지 밀도 이론을 사용하고 각 균열선단에서 떨어진 거리  $r$ 을 변화시키면서 균열전파 초기각도를 구한다. 이렇게 균열전파 초기각도를 구하는 방법을 정적 광탄성실험 하이브리드 법에 의한 등방성체의 균열전파기준이라 칭한다.

3. 실험 및 실험결과

시편을 Fig. 1과 같이 가공하고 Fig. 2의 투과형 광탄성 실험장치에서 축방향으로 단순 인장응력을 가하여 등색선 무늬를 얻으며, 얻어진 등색선 무늬 데이터를 사용하여 정적 광탄성실험 하이브리드 법에 적용함으로써 각 경우의 응력성분, 응력확대계수를 구하고, 이것을 균열전파기준에 대입하여 균열전파초기각도를 예측한다. 그리고 시편이 파손될 때까지 계속 하중을 증가시켜 실제 균열전파 초기각도를 측정하였다. 이때 Fig. 3과 같이 초기 균열 방향이 x축이며, 균열전파 초기각도

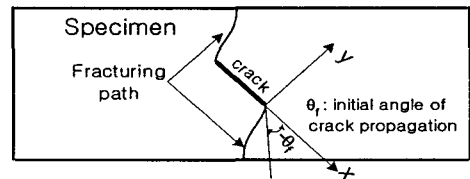


Fig. 3 Path and initial angle of crack propagation

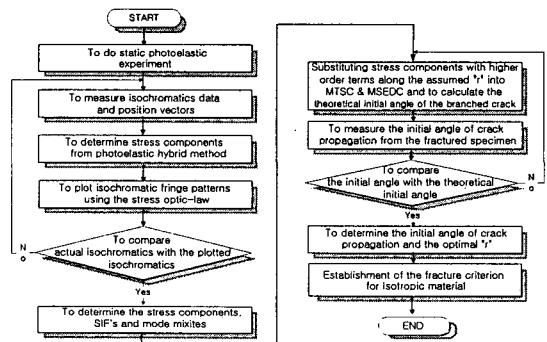


Fig. 4 Flow-chart for calculating the initial angle

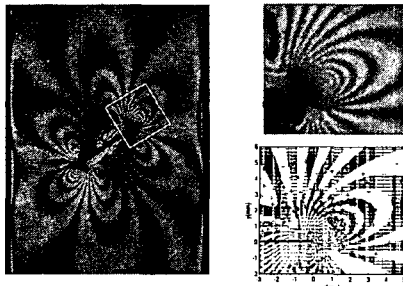
의 방향은 x축과 균열 궤적의 최초 접선과 이루는 각도이다. 이와 같이 파손되기 전의 등색선 무늬 데이터로부터 예측된 균열전파 초기각도와 실제로 파손된 균열전파 초기각도를 비교하여 최적의 균열전파 이론을 확립하고자 하며, 또 모우드 혼합도와 균열전파 초기각도와와의 관계도 규명해보고자 한다. 이러한 일련의 과정을 Fig. 4에 나타내었다.

Table 1은 본 연구에서 사용된 에폭시 수지의 물성치와 응력프린지치이다.

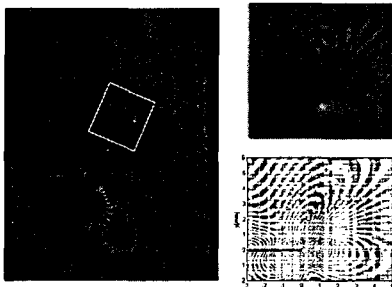
Fig. 5와 Fig. 6은 내부균열을 가진 등방성 에폭시 수지에 정적하중이 작용할 때, 각각 균열길이비(2a/W)가 약 0.3과 0.6인 경우의 정적 광탄성 실험을 통해 얻은 실제 등색선 무늬와 광탄성실험 하이브리드 법을 통해 얻은 고차항(n=7~9)을 고려한 응력성분들을 이용하여 다시 그려낸 무늬의 형태를 비교한 것이다. 각 경우의 균열의 기울기( $\beta$ )와 인장응력( $=\sigma_0$ )이 각 그림에 제시되었다.

Table 1 Material properties of epoxy resin

Properties	Material Epoxy resin
Young's modulus, $E$ [Gpa]	3.20
Shear modulus, $G$ [Gpa]	1.16
Poisson's ratio, $\nu$	0.38
Stress fringe value, $f_\sigma$ [kN/m]	10.62



(a)  $\beta=30^\circ$ ,  $\sigma_0=13.34\text{MPa}$

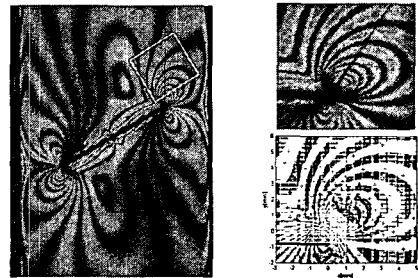


(b)  $\beta=60^\circ$ ,  $\sigma_0=37.07\text{MPa}$

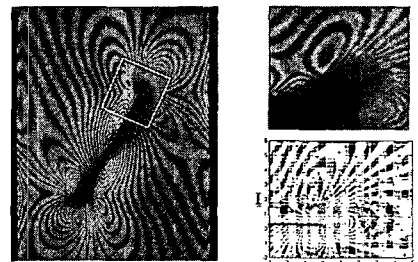
Fig. 5 Whole actual isochromatics [left side], actual isochromatics [upper right side] and graphic isochromatics [lower right side] (2a/W=0.3)

전체 실제 등색선 무늬를 각 그림의 좌측에 나타내고 등색선 무늬에서 데이터를 취한 영역이 '□' 형태로 표시되었고, 영역내의 실제 등색선 무늬와 광탄성실험 Hybrid법으로 구한 등색선 무늬를 각 그림의 우측에 균열이 수평이 되도록 회전하여 나타내었다. 여기서 균열선단의 등색선 무늬 차수의 식별이 불가능하므로 식별이 가능한 균열선단에서 조금 떨어진 지점(선단에서 약 2mm이상의 지점)의 x.0배와 x.5배 등색선 차수 데이터를 약 80~90여 개 취하였다. 그래픽한 무늬에서 '+'표시는 데이터를 취한 지점, 왼쪽과 아래쪽의 숫자는 균열선단에서의 거리(mm)를 의미하며, 각 실험 데이터는 각 무늬차수의 중심선상에서 측정되었다. Fig. 5와, Fig. 6에서 보듯이 실제 등색선 무늬와 그래픽한 무늬가 비교적 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 그러므로 본 연구에서 사용된 등방성체용 정적 광탄성 하이브리드 법이 유효하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 각각 균열 길이가 0.3과 0.6이며, 균열 경사각도( $\beta$ )가 30°, 60° 인 경우의 광탄성실험 하이브리드 법으로 구한 응력성분들( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ )을 초기응력( $=\sigma_0$ )으로 무차원화하여 나타낸 응력성분들의 등응력선을 나타낸다. 이때 무차원화 된 응력성분들의 등응력선을 0.1 단위로 나타내었으며, 각각의 응력선도는 균열전진 방향

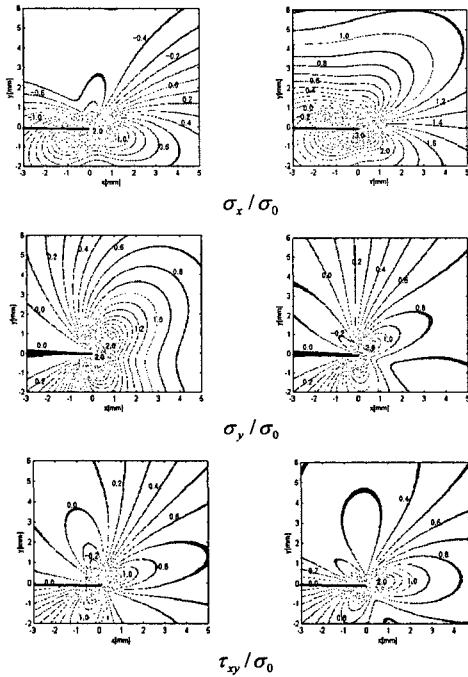


(a)  $\beta=30^\circ$ ,  $\sigma_0=7.78\text{MPa}$



(b)  $\beta=60^\circ$ ,  $\sigma_0=27.06\text{MPa}$

Fig. 6 Whole actual isochromatics [left side], actual isochromatics [upper right side] and graphic isochromatics [lower right side] (2a/W=0.6)



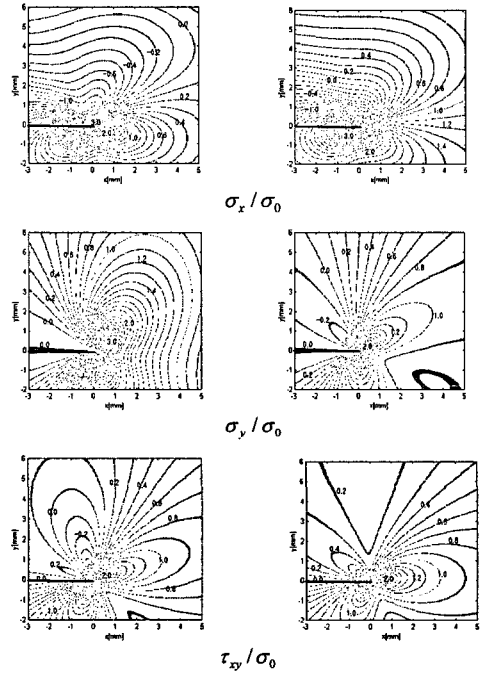
(a)  $\beta=30^\circ$ ,  $\sigma_0=13.34\text{MPa}$  (b)  $\beta=60^\circ$ ,  $\sigma_0=37.07\text{MPa}$

Fig. 7 Contour plots of  $\sigma_x/\sigma_0$ ,  $\sigma_y/\sigma_0$ ,  $\tau_{xy}/\sigma_0$  obtained from the photoelastic hybrid method ( $2a/W=0.3$ )

을 양의 x 축으로 하는 좌표축을 좌표축으로 하여(균열이음의 x축상에 수평하게 위치) 도시한 것으로 왼쪽과 아래쪽의 숫자는 균열선단에서 떨어진 거리(mm)를 의미한다. Fig. 7과 Fig. 8에서 보듯이 균열의 경사각도( $\beta$ )가 커짐에 따라 균열선단의 무차원 응력값  $\sigma_x/\sigma_0$ 는 커지고,  $\sigma_y/\sigma_0$ 는 작아지며,  $\tau_{xy}/\sigma_0$ 는 거의 일정함을 볼 수 있다. 그러나 균열 길이비( $2a/W$ )가 커짐에 따라서는 약간 증가함을 볼 수 있다. 또한 그림에서 알 수 있듯이 응력 성분들은 균열 표면에서의 무표면력 조건(traction-free condition)을 만족하고 있다.

Fig. 9는 균열 경사각도가  $30^\circ$ 이고 폭에 대한 균열 길이비( $2a/W$ )가 각각 0.3과 0.6인 경우(Fig. 5에서 하중증가)의 파단 된 시편을 나타낸 것이다. 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열길이의 비가 0.3인 경우는  $40.8^\circ$ 이고, 균열길이의 비가 0.6인 경우는  $39.3^\circ$ 이며, 균열전파 초기각도가 균열길이의 비가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 10은 균열 경사각도가  $45^\circ$ 이고 폭에 대한 균열 길이비가 각각 0.3과 0.6인 경우의 파단 된 시편을 나타낸 것이다. 균열 경사각도가  $30^\circ$ 인 경우와는 달리 하중방향의 수직 방향으로 주 균열이 전파하고 균열진행방향을 x축으로 잡았을 때 y



(a)  $\beta=30^\circ$ ,  $\sigma_0=7.78\text{MPa}$  (b)  $\beta=60^\circ$ ,  $\sigma_0=27.06\text{MPa}$

Fig. 8 Contour plots of  $\sigma_x/\sigma_0$ ,  $\sigma_y/\sigma_0$ ,  $\tau_{xy}/\sigma_0$  obtained from the photoelastic hybrid method ( $2a/W=0.6$ )

축방향으로 가지 균열도 발생함을 볼 수 있다. 이때, 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열 길이비가 0.3인 경우는  $42.6^\circ$ 이고, 균열길이의 비가 0.6인 경우는  $41.0^\circ$ 이고, 균열전파초기각도는 균열 길이비가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 균열 경사각도가  $60^\circ$ 이고 폭에 대한 균열길이비( $2a/W$ )가 각각 0.3과 0.6인 경우(Fig. 6에서 하중증가)의 파단 된 시편을 나타낸 것이다. 균열 경사각도가  $45^\circ$ 인 경우와 마찬가지로 하중방향의 수직방향으로 주 균열이 발생하고 균열진행방향을 x축으로 잡았을 때 y축방향으로 가지 균열도 발생함을 볼 수 있다. 이때, 실제 실험을 통해 측정된 균열전파 초기각도는 균열 길이비가 0.3인 경우는  $44.8^\circ$ 이고, 균열 길이비가 0.6인 경우는  $43.3^\circ$ 이며 균열전파 초기 각도는 균열 길이비가 증가할수록 작아진다는 것을 알 수 있다.

Figs. 9~11에서 볼 수 있듯이 균열 경사각도가 증가할 수록, 균열전파 초기각도는 증가한다는 것도 알 수 있다. 또한, 균열길이의 비와 관계없이 균열 경사각도가  $45^\circ$  이상일 때에는 하중의 수직 방향으로 주 균열이 발생하고 균열진행방향으로부터  $+90^\circ$  근방으로 가지 균열도 동시에 발생함을 볼 수 있다. 또한 균열이 어느 정도 진전한 후에는

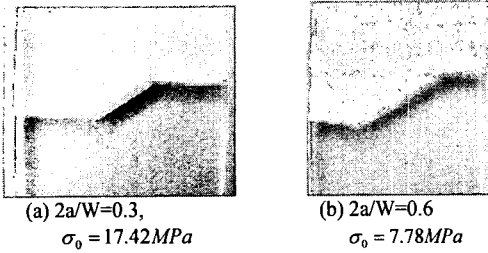


Fig. 9 Fractured specimens ( $\beta = 30^\circ$ )

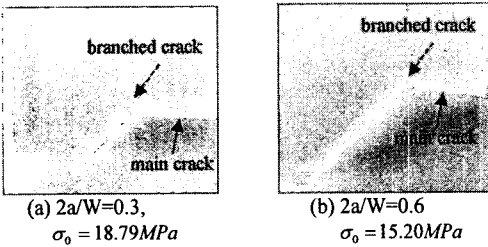


Fig. 10 Fractured specimens ( $\beta = 45^\circ$ )

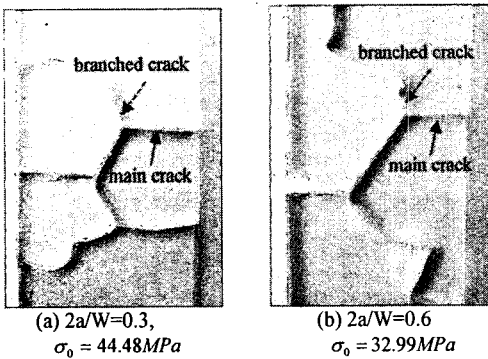


Fig. 11 Fractured specimens ( $\beta = 60^\circ$ )

주 균열의 진행방향은 하중방향에 대해 수직함을 알 수 있다.

Table 2는 Figs. 9~11의 각 경우에 대한 기하학적 조건 및 응력확대계수를 나타낸 것이다. Table 2에서 보듯이 응력확대계수는 균열 길이비가 증가할수록  $K_I$ ,  $K_{II}$  값도 모두 조금씩 증가한다. 그러나 균열경사각도가 증가할수록  $K_I$  값은 감소하며,  $K_{II}$  값은 증가하다가 감소함을 알 수 있다.

Table 3과 4는 각각 폭에 대한 균열길이 비 ( $2a/W$ )가 0.3과 0.6인 경우, 균열 기울기( $\beta$ )가 각각  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ 와  $60^\circ$ 인 경우의 균열선단에서 떨어진 거리 ( $r$ )에 대한 파손시편의 실제 초기진전각도와 균열이 전파되기 전의 등색선 무늬에 광탄성 실험 Hybrid법으로 구한 응력성분들을 이용하여 구한 최대접선응력이론(MTSC)과 최소변형에너지밀도 이론(MSEDC), 즉 정적 광탄성 실험 하이브리드

Table 2 Stress intensity factors of isotropic materials

$\beta$ [ $^\circ$ ]	$\frac{2a}{W}$	$K_I / K_0$		$K_{II} / K_0$	
		Exp. Value	Theo. Value <sup>(12)</sup>	Exp. Value	Theo. Value
30	0.316	0.895	0.803	0.475	0.442
	0.590	0.931	0.984	0.495	0.480
45	0.315	0.562	0.541	0.563	0.516
	0.596	0.623	0.661	0.599	0.568
60	0.304	0.294	0.273	0.493	0.452
	0.604	0.345	0.333	0.530	0.502

Note: The values of theory are in cases of  $2a/W=0.3, 0.6$  &  $H/W=2$ .

법에 의한 등방성체 균열전파기준에서 예측한 균열전파 초기각도, 응력확대계수를 이용한 모드 혼합도(Mode mixity)<sup>(13)</sup>인  $\phi(= \tan^{-1}[K_{II} / K_I])$ 에서 구한 값들을 나타낸 것이다.

Table 3에서 보듯이 실제 균열전파각도는  $r=0.01mm$ 일 때, 투과형 광탄성실험 Hybrid법으로 구한 응력성분을 이용한 최대접선응력이론(MTSC)과 최소변형에너지밀도 이론(MSEDC)에서 얻은 균열전파 초기각도와 매우 잘 일치한다. 균열 기울기( $\beta$ )가  $30^\circ$ 와  $45^\circ$ 일 때 MTSC와 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 균열선단에서 떨어진 임의의 거리에 관계없이 서로 거의 같고, 실제 균열전파 초기각도와도 거의 같다. 그러나 균열 경사각도가  $30^\circ$ 일 때, 모드 혼합도(Mode mixity)에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와는 차이가 많고 실제 균열전파 초기각도보다 적은 값이나, 균열 경사각도가  $45^\circ$ 일 때는 모드 혼합도에서 구한 균열전파 초기각도와 실제 균열전파 초기각도와는 거의 약간의 차이만 있다. 또한 균열 경사각도가  $60^\circ$ 일 때 실제 균열전파 초기각도와 MTSC에서 구한 균열전파 초기각도는 거의 같고, MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와는 약간의 차이를 갖는다. 그리고 균열선단에서 떨어진 거리( $r$ )에 대하여도 어느 정도의 차이가 발생한다. 균열 경사각도가  $60^\circ$ 일 때, 모드 혼합도에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와는 차이가 있고, 균열 경사각도가  $30^\circ$ 인 경우와 달리 실제 균열전파 초기각도보다 큰 값을 가진다.

Table 4는 시편 폭에 대한 균열길이 비가 0.6인 경우, 균열 경사각도가  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ 와  $60^\circ$ 인 경우의 균열선단에서 떨어진 거리( $r$ )에 대한 각 균열전파 초기각도를 나타낸 것이다.  $2a/W=0.6$ 의 균열전파 초기각도는  $2a/W=0.3$ 의 균열전파 초기각도와 같은 결과와 같은 경향을 나타낸다. 그러나 MTSC, MSEDC 그리고 모드 혼합도 등에서 구한 균열전파 초기각도와 실제 균열전파 초기각도와와의 차이는 Table 3의 결과보다는 크다. 그리고,  $r=0.01mm$ 일 때 MTSC나 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와 거의 같다.

Table 3과 4에서 보듯이 보편적으로,  $r=0.01mm$ 일 때는 균열의 길이와 균열의 경사각도에 관계없

**Table 3** Initial angle of crack propagation in the isotropic material(2a/W=0.3)

Slanted angle of crack $\beta$ [°]	Mode Mixity $\varphi$ [°]	Calculated initial branched angle, $\theta_0$ [°]										Actual initial angle
		$r=0.0001\text{mm}$		$r=0.005\text{mm}$		$r=0.01\text{mm}$		$r=0.05\text{mm}$		$r=0.1\text{mm}$		
		MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	
30	27.96	18.41	18.41	38.45	38.45	<b>41.25</b>	<b>41.25</b>	42.67	42.67	42.25	42.25	<b>40.8</b>
45	<b>45.05</b>	20.41	20.41	41.55	41.55	<b>43.91</b>	<b>43.91</b>	43.91	43.91	43.98	43.98	<b>42.6</b>
60	59.19	21.88	21.88	39.91	39.91	<b>45</b>	<b>44.75</b>	46.7	43.31	47.75	42.06	<b>44.8</b>

Note : MTSC = Maximum Tangential Stress Criterion  
MSEDC=Minimum Strain Energy Density Criterion

**Table 4** Initial angle of crack propagation in the isotropic material(2a/W=0.6)

Slanted angle of crack $\beta$ [°]	Mode Mixity $\varphi$ [°]	Calculated initial branched angle, $\theta_0$ [°]										Actual initial angle
		$r=0.0001\text{mm}$		$r=0.005\text{mm}$		$r=0.01\text{mm}$		$r=0.05\text{mm}$		$r=0.1\text{mm}$		
		MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	MTSC	MSEDC	
30	27.99	18.32	18.32	38.35	38.35	<b>40.85</b>	<b>40.85</b>	42.30	42.30	41.71	41.71	<b>39.3</b>
45	<b>43.87</b>	20.33	20.33	39.09	39.09	<b>41.73</b>	<b>41.73</b>	44.35	44.35	44.63	44.63	<b>41.0</b>
60	56.94	22.09	22.09	39.48	39.48	<b>42.13</b>	<b>42.13</b>	45.22	44.79	45.85	44.16	<b>43.3</b>

이 MTSC나 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 균열전파 초기각도와 아주 유사하다. 그러나 모우드 혼합도에서 구한 균열전파 초기각도는 균열 기울기( $\beta$ )가 45°인 경우를 제외하고는 실제 균열전파 초기각도와 차이가 많다. 본 연구에서 제안한 MTSC나 MSEDC에서 구한 균열전파 초기각도는 투과형 광탄성 실험 Hybrid법으로 구한 고차항 응력 성분들을 이용한 것이다. 그러나 기존의 이론식은 일차항만을 고려함 ( $K_I$  과  $K_{II}$  와 관련)으로써 균열선단에서의  $\sigma_{ox}$  항 (이차항과 관련) 등의 영향이 무시되었다. 또한 모우드 혼합도에서는 고차항까지 고려된 응력성분 중에서 하나의 항인 즉,  $n=1$ 인 경우의 응력확대계수  $K_I$  과  $K_{II}$  의 관계를 이용한 것이다. 그러므로 등방성체의 균열전파 초기각도 예측의 연구에서는 반드시 응력성분의 고차항까지 고려하여야 한다고 생각할 수 있다.

4. 결론

본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.  
(1) 본 연구에서는 정적 광탄성 실험 하이브리드 법에 의한 등방성체 균열전파기준이 제시되었다. 그리고 정적 하중을 받는 내부 균열을 가진 등방성체 파괴진로와 균열전파 초기각도 등을 정확하게 평가하기 위해서는 각각의 균열 근방에 발생하는 응력성분들의 고차항을 고려 하여야 한다. 그러므로 투과형 광탄성 실험 하이브리드 법으로 구한 고차항이 포함된 응력성분들은 균열전파 초기각도를 구하는데 유효하게 이용될 수 있다.  
(2) 투과형 광탄성 실험 Hybrid 법을 이용하여 구한 고차항을 고려한 응력성분을 이용한 최대 접

선응력이론, 최소변형에너지밀도이론 등을 등방성체(에폭시 수지)의 균열 전파 초기각도를 구할 때는 균열선단에서 떨어진 최적의 거리( $r$ )는 0.01mm 이다.

(3) 등방성체가 정적 하중을 받을 때 초기 균열 전파는 하중, 균열 경사각도( $\beta$ ), 시편의 기하학적 형상의 영향을 받는다. 그러나 균열이 어느 정도 성장한 후의 균열 진행방향은 하중방향에 수직방향이다. 그리고 균열 경사각도( $\beta$ )가 45° 이상일 때는 균열전파 진행방향은 외력에 수직방향으로 주 균열이 발생하고, 균열첨단을 원점으로 하고 균열방향이 x 방향인 좌표계에서 y 방향으로 가지 균열도 발생한다.

(4) 등방성체의 실제 균열전파 초기각도와 최대 접선응력이론, 최소변형 에너지밀도이론에서 구한 균열전파 초기각도는 거의 일치하였다. 그러나 모우드 혼합도에서 구한 균열전파 초기각도는 실제 전파각도와 차이가 많았다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지역대학 우수과학자 지원연구(과제번호: R05-2001-000-01135-0)의 일부 로써 수행된 것으로 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

(1) Hawong, J. S., Lin, C. H., Lin, S. T., Rhee, J. and Rowlands, R. E., 1995, "A Hybrid Method to Determine Individual Stresses in Orthotropic Composites Using Only Measured Isochromatic Data," *Journal of Composite Material*, Vol. 29, No. 18, pp. 2366~2387.

- (2) Shin, D. C., Hawong, J. S., Lee, H. J., Nam, J. H. and Kwon, O. S., 1998, "Application of Transparent Photoelastic Experiment Hybrid Method to the Fracture Mechanics of Isotropic Material," *Tans. of KSME (A)*, Vol. 22, No. 5, pp. 834~842.
- (3) Shin, D. C., Hawong, J. S., Nam, J. H., Lee, H. J. and Kwon, O. S., 1998, "Application of Transparent Photoelastic Experimental Hybrid Method for the Fracture Mechanics of Orthotropic Material," *Tans. of KSME (A)*, Vol. 22, No. 6, pp. 1036~1044.
- (4) Hawong, J. S., Shin, D. C. and Lee, H. J., 2001, "Photoelastic Experimental Hybrid Method for Fracture Mechanics of Anisotropic Materials," *Experimental Mechanics*, Vol. 41, No. 1, pp. 92~99.
- (5) Griffith, A. A., 1921, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," *Phi. Trans. Royal Soc. London A*, Vol. 221, pp. 163~198.
- (6) Hussain, M. A., Pu, S. L. and Underwood, J., 1974, "Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II," *Fract. Anai. ASTM STP*, Vol. 560, pp. 2~28.
- (7) Erdogan, F. and Sih, G. C., 1963, "On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear," *Tran. ASME*, pp. 519~528.
- (8) Sih, G. C., 1972, "Mechanics of Fracture," Noordhoff, Leyden.
- (9) Sih, G. C., 1974, "Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Crack Problems," *Int. J. Frac.*
- (10) Muskhelishvili, N. I., 1963, "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity," 4th Edition, P. Noordhoff Ltd., Groningen, Netherlands.
- (11) Sih, G. C., Liebowitz, H., 1968, "Mathematical Theories of Brittle Fracture," *Fracture an Advanced Treatise*, Academic Press, New York, Vol. II, pp. 67~190.
- (12) Kitagawa, H. and Yuuki, R., 1977, "Analysis of Arbitrarily Shaped Crack in a Finite Plate Using Conformal Mapping, 1st Report-Construction of Analysis Procedure and its Applicability," *Trans. Japan Soc. Mech. Engrs.*, Vol. 43, No. 376, pp. 4354~4362.
- (13) Williams, J. G. and Ewing, P. D., 1972, "Fracture under Complex Stress the Angled Crack Problem," *Int. J. Frac. Mech.*, Vol. 8, No. 4, pp. 441~445.