

## ◎ 논문

## Hybrid RANS/LES 방법을 이용한 아음속 공동 유동의 수치적 모사

장 경 식<sup>\*1</sup>, 박 승 오<sup>\*2</sup>, 최 석 기<sup>\*3</sup>

### Hybrid RANS/LES Simulation of Subsonic Cavity Flow

K. S. Chang , S. O. Park and S. K. Choi

A numerical simulation of an incompressible cavity flow is conducted using the hybrid turbulence model. The model adopted is a modified type of DES using  $k-\epsilon$  two-equation model. Cavity geometry and flow condition are based on Cattafesta's experiment. Computational results are compared with the results of Cattafesta's experiment. The simulation successfully predicts the oscillatory features and the Strouhal number of the oscillation compares very favorably with that of the dominant mode of experimental data. Vorticity contours obtained from the simulation data are consistent with the smoke visualization of the Cattafesta's experiment. The coherent structures of cavity flow are also investigated using Q criterion.

**Key Words:** 혼합 RANS/LES(Hybrid RANS/LES), 공동 유동(Cavity flow), 수치해석(Simulation), DES(DES)

#### 1. 서 론

많은 유체 역학적 시스템에서 공동(cavity)의 현상이 나타나게 된다. 예를 들면 항공기의 폭탄 투하 장치(bomb bay), 이착륙 장치와 자동차의 선루프(sun roof) 그리고 레이저 발생 장치 등에서 나타난다. 이때 공동의 형상과 유동 조건에 따라 공동 위를 지나는 유동의 압력과 속도 값이 시간에 따라 변하게 되는데, 이 변화는 구조물에 피로(fatigue)를 증가시키고 수명을 단축하게 된다. 그리고 공동의 앞전과 뒷전의 형상은 압력과 속도 변화에 따른 소

음 발생의 원인이 된다.

공동 유동을 수치적으로 모사하기 위한 방법으로 난류모델링, DNS, LES 방법들이 적용되었다. 기존의 난류 모델링 방법은 시간 평균값들은 비교적 잘 예측하지만, 시간에 따른 물성치의 변화 주기나 변화량은 잘 예측하지 못한다. 이는 Sinha et al.[1]의 공동 유동에 대한 수치적 모사 결과에서 유동이 정상 상태(steady state)로 수렴되는 결과에서도 알 수 있다. 이는 난류 모델링 방법이 모서리 근처나 변형률(strain rate)이 높은 영역에서 과도한 난류 에너지 값과 에디 점성향(eddy viscosity) 값을 예측하기 때문이다. 이를 해결하기 위한 방법으로 Kato and Launder[2]는 변형률과 와류강도로 정의 되는 새로운 생성(production)항을 제안하였으며 Durbin[3]은 time scale bound를 이용하여 이를 해결하였다.

\* 2004년 2월 17일 접수

\*1 학생회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

\*2 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과

\*3 정회원, 한국원자력연구소

LES를 이용한 수치적 모사는 RANS 방법 보다 비정상 난류 유동을 더 정확히 예측할 수 있어 현재 많이 적용되는 방법이다. 하지만 벽이 존재하거나 높은 레이놀즈 수의 유동인 경우, 큰 에디를 모사하기 위해서는 많은 비용과 컴퓨팅 메모리가 필요하므로 실제 유동의 적용에는 한계가 있다.

이러한 RANS와 LES의 단점을 극복하기 위해서 Spalart et al.[4]는 DES(Detached Eddy Simulation)라 불리는 방법을 제안하였는데, 기존의 Spalart-Allmaras 난류 모델 식에 RANS와 LES에서의 길이 척도(length scale)를 혼합하여 사용하는 방법이다. 이 방법은 비정상 박리 유동에 대해, RANS 방법보다 더 나은 결과를 예측하며 LES에 비해 적은 계산 비용을 필요로 한다. Strelet[5]는 2 방정식을 이용한 DES 방법을 제안하였으며 이 외에도 VLES, Hybrid RANS/LES 라는 이름으로 비슷한 개념의 방법들이 많은 연구자들에 의해 제안되고 있다. 최근 들어 Bush and Mani[6]는 RANS와 LES에서의 길이 척도를 결정하는데 있어 유동장의 국부적인 물성치(local property) 또한 고려하는 항을 첨가한 Hybrid RANS/LES 방법을 제안하였다.

많은 연구자들이 공동 유동에 대해 DES 또는 Hybrid RANS/LES 방법을 이용한 수치적 모사를 수행하였다. Arunajatesan and Sinha[7]는 자유류 마하수 1.5의 초음속 영역에서 weapon bay를 Hybrid RANS/LES 방법으로 해석하였으며 이를 실험 치와 비교하여 잘 일치함을 확인하였다. Nichols and Nelson[8]은 Menter's SST 모델에 기초한 Hybrid RANS/LES 방법을 이용하여 L/D 값이 4.5인 천음속 공동에 대해 해석하였다. 그들의 결과를 통해 Hybrid RANS/LES 방법이 RANS 방법에 비해 높은 비정상 에너지 level을 예측하였으며 더 작은 크기의 난류 에너지를 분해할(resolve) 수 있었다.

이번 연구에서는 L/D의 값이 0.5와 2.0인 두 형상의 공동에 대해 Bush and Mani[6]가 제안한 Hybrid RANS/LES을 적용하여 3차원 비압축성 수치 해석을 수행하였다. 유동 조건은 Cattafesta [9]가 실험을 수행하였던 조건과 같으며, 수치해석 결과를 Cattafesta[9]의 실험 결과와 비교하였다.

## 2. 수치해석방법

### 2.1 난류 모델

이번 연구에서는 Bush and Mani가 제안한, two equation 난류 모델 방정식을 바탕으로 한 Hybrid RANS/LES 방법을 이용하여 수치해석을 수행하였다.

기존의 RANS 방법에서는, 난류 점성항(turbulent viscosity)은 다음 식과 같이 정의된다.

$$\nu_T = C_\mu l_\epsilon \sqrt{k} \quad (\text{RANS}) \quad (1)$$

$C_\mu$ 는 상수이며  $l_\epsilon$ 은 turbulent length scale이다.  $k-\epsilon$  모델 식에서는  $l_\epsilon$ 은 식 (2)와 같이 정의된다.

$$l_\epsilon = \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \quad (2)$$

LES에서의 Smagorinsky 모델에서는 난류 점성항을 다음 식으로 정의할 수 있다.

$$\nu_T = C_s^2 \Delta \Delta \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (\text{LES}) \quad (3)$$

마찬가지로,  $C_s$ 는 상수이며  $\Delta$ 는 격자 여과 간격(grid filter width)이다.

Bush and Mani 방법에서는 식 (4)와 같은 가정이 들어가게 된다.

$$\sqrt{k} \approx \Delta \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (4)$$

위의 가정을 통해 새로운 길이 척도(length scale)와 난류 점성항이 정의된다.

$$l_B = \min(l_\epsilon, C_B \Delta) \quad (5)$$

$$\nu_T = C_\mu l_B \sqrt{k} \quad (6)$$

소산 항에 제한자(limiter)를 적용하였으며 여과간격을 결정하는데 있어서, 격자 간격뿐만 아니라 유동의 국부적인 물성치를 식 (7)과 같이 이용한다.

$$\epsilon_B = \max\left(\epsilon, \frac{k^{3/2}}{C_B \Delta}\right) \quad (7)$$

$$\Delta = \max(dx, dy, dz, u^* dt, \sqrt{k^2 dt}) \quad (8)$$

$u^*$  와  $\sqrt{k^2}$  는 각각 convection 속도와 난류 kinetic 에너지를 나타내며  $dt$  는 시간간격이다.

Bush and Mani[6]는 모델 상수  $C_B$ 의 값을 0.1과 1.0으로 바꿔가며 유동 해석 결과를 테스트 해본 결과 0.1의 경우 더 나은 결과를 얻을 수 있었기 때문에, 본 연구에서는  $C_B$  값을 0.1로 사용하였다.

### 2.2 수치해석방법

3차원 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 유한체 적 적분 방법을 이용하여 엇갈림 격자에 대해 적분 하였다. QUICK scheme을 이용하여 공간 차분을 수행하였으며 2차 정확도를 가지고 시간에 대해 완전 내재적(fully implicit) 방법으로 적분을 수행하였다.

### 2.3 유동 조건

Cattafesta[9]는 공동의 깊이를 30cm 로 고정하고 공동의 길이를 바꿔가면서, 길이 대 깊이 비를 0.5에서 2.0까지 변화가며 몇 가지 형상의 공동에 대해 실험을 수행하였다. 실험을 통해 진동하는 물성치의 무차원 진동수(Strouhal number)를 구하였으며 공동 윗부분의 와류구조(vortical structure)를 살펴 보았다. 속도 범위는 25m/s에서 53m/s까지이다.

이번 연구에서는 길이 대 깊이비가 0.5인 deep cavity의 경우와 2.0인 open cavity 에 대해 수치적 해석을 수행하였으며, 이때 속도는 Cattafesta 실험에서의 조건과 같이 각각 40m/s 와 45m/s 로 정하였다. 구체적인 공동 형상과 유동 조건은 다음과 같다. 엄밀한 의미에서 대칭조건은 무리가 있으나 Shieh와 Morris[10]의 3차원 계산결과에서 제시된 순간필도곡석(Ref.10의 Fig.12) 및 공동 바닥면의 표면 유선(Ref.10의 Fig.21)을 보면 대칭조건이 좋은 근사적 조건일 수 있음을 보여주고 있다.

(deep cavity)

$$U_{\infty} = 40m/s , Re_{\theta} = 4750$$

$$L/D = 0.5 , L/W = 0.5$$

(open cavity)

$$U_{\infty} = 45m/s , Re_{\theta} = 5210$$

$$L/D = 2.0 , L/W = 2.0$$

이번 연구에서는 계산 격자의 메모리 한계 문제 때문에 spanwise 방향의 공동 중간 평면에 대해서 대칭 조건을 주어 계산하였다.

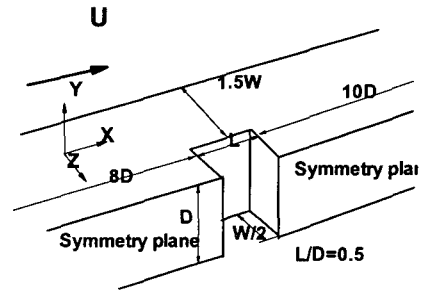


Fig 1. 계산 영역 (L/D=0.5)

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 격자 테스트

길이 대 깊이비가 0.5인 경우에, 세 개의 다른 격자(coarse, midium, fine)에 대하여 격자 테스트를 수행하였다. 각각의 경우에 대한 격자수는 표 1에 나타나 있다.  $X/L=0.5$  ,  $Y/D=-0.02$  ,  $Z/W=0.5$  인 지점에서의 시간에 따른 속도를 이용하여 무차원 진동수와 스펙트럼을 구하여 격자의 수렴 정도를 판단하였다.

그림 3과 표 1을 통해서 medium 격자와 fine 격자의 경우 거의 비슷한 결과를 얻을 수 있었음을 알 수 있으며 coarse 격자에 대해서는 나머지 두 격자와 비교해서 차이가 있음을 알 수 있다. Coarse 격자의 경우 그림 3에 나타난 스펙트럼을 보면, first peak와 second peak 의 스펙트럼 값 차이가 다른 두 격자에 비해 크지 않다.

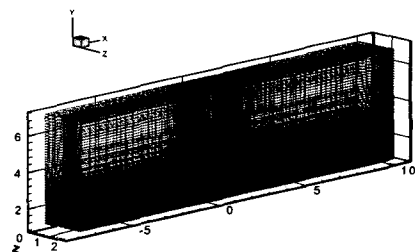
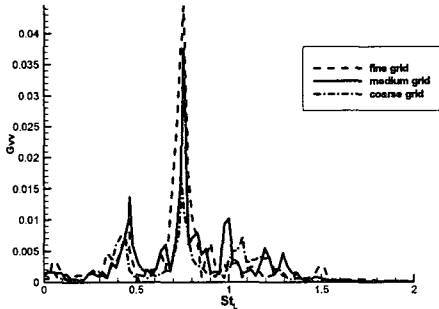


Fig 2. 전체 격자 (X,Y,Z)=(162,122,52)  
공동내부 (X,Y,Z)=(40,42,31)

|             | Coarse<br>122*92*40 | Medium<br>162*122*52 | Fine<br>202*152*64 |
|-------------|---------------------|----------------------|--------------------|
| First peak  | 0.75                | 0.76                 | 0.76               |
| Second peak | 0.45                | 0.46                 | 0.46               |

Table 1. 격자테스트

Fig 3. 세 개의 다른 격자에 따른 무차원 진동수( $St_L$ )

본 연구에서는 격자 테스트의 결과를 바탕으로 medium 격자가 수치 해석에 타당하다고 보고 이 격자를 이용하여 연구를 수행하였다. Medium 격자의 경우, 벽으로부터 첫 번째 격자의 수직 거리가  $\Delta y^+ = 1.8$  을 만족하였으며, 이 값은 공동 입구 직전에서 구한 값이다.

### 3.2 Frequencies of oscillation

Cattafesta[9]의 실험에서 길이 대 깊이비가 0.5 인 경우, 유동의 가장 주요한(dominant) 무차원 진동수( $St_L = fL/U_\infty$ ) 값은 0.87의 값을 나타내었다. 아래의 East[11] 가 제안한 deep cavity의 유동 진동수 식에 위의 유동 조건을 적용하여 보면 무차원 진동수는 0.78의 값을 가지게 되는데, 실험값과 비슷한 결과를 얻고 있다.

$$St_L = \frac{1}{M_\infty} \frac{L}{D} \frac{0.25}{1 + 0.65 \times (L/D)^{0.75}} \quad (9)$$

이전 연구[12]에서 표준(standard) 형태의 RANS 를 적용했을 때 정상 상태의 해만을 얻을 수 있었던 것에 반해, Hybrid RANS/LES 수치해석을 통해서 비정상 상태의 진동하는 해를 얻을 수 있었으며 0.76의 무차원 진동수 값을 얻을 수 있었다. 실험 결과와 비교적 잘 일치하였다.

|               | Strouhal No. ( $St_L$ ) |
|---------------|-------------------------|
| Present       | 0.76                    |
| Cattafesta[9] | 0.87                    |
| EAST[10]      | 0.78                    |

Table 2. 무차원 진동수( $L/D=0.5$ )

길이 대 깊이비가 2.0이며 유동의 자유류 속도 값이 45m/s인 경우, Cattafesta[9]의 실험에서는 무차원 진동수( $St_L = fL/U_\infty$ ) 값이 2.38을 가졌으며 이번 연구에서의 수치 모사를 통해서 2.25의 값을 얻을 수 있었다.

열린 공동(open cavity) 유동의 무차원 진동수를 실험식으로 표현한 아래의 Rossiter[13]식과 비교해보면,  $L/D=2.0$ 일 경우 아래 식에 의해 4번째 모드의 경우 1.98의 값을 5번째 모드의 경우 2.52 값을 가지게 된다. 이 값들은 Cattafesta[9]와 이번 연구에서의 결과와 차이가 있음을 알 수 있다.

$$St_L = \frac{m - \alpha}{M_\infty + 1/\kappa} \quad (10)$$

여기서  $m$  은 유동의 모드이다.  $\alpha$  는 위상차,  $\kappa$  는 vortices의 자유류 속도에 대한 평균 전달(average convective) 속도 비로써, 이 값들을 실험 결과를 바탕으로 0.25, 0.57로 제안되었다.[13]

Tam and Block[14]은 공동 유동의 무차원 진동수에 대한 연구를 통해, Rossiter 실험식은 마하 수가 0.4 이상의 범위에서 잘 맞으며 그 이하의 마하수를 가지는 영역에서는 실험결과와 잘 맞지 않음을 보여주고 있다. 이는 Rossiter 식에서의  $\alpha$  와  $\kappa$  상수 값이 정해진 범위가 0.4 이상의 마하수를 가지는 공동 유동에서 결정되었기 때문인데, 낮은 마하수 영역에서는 이 값이 적용되지 않는다고 한다. Tam and Block[14]이 수행한 연구에서의 유동 조건과 공동 형상은 이번 연구에서와의 것들과 일치하지 않지만 가장 가까운 경우에 대해 비교해보면,

|   | Strouhal No. ( $St_L$ ) |
|---|-------------------------|
| Present                                       | 2.25                    |
| Cattafesta[9]                                 | 2.38                    |
| Rossiter[12]                                  | 1.98                    |
| Tam and Block[13]<br>$L/D=2.36, L/\theta=180$ | 2.20                    |

Table 3. 무차원 진동수( $L/D=2.0$ )

$L/D = 2.36$ ,  $L/\theta = 180$  일 때 2.2의 무차원 진동수를 가지는데 Cattafesta[9]의 2.38과 이번 연구에서의 2.25 값과 비슷하였다.

### 3.3 Vortical structures

Cattafesta[9]는 smoke 가시화(visualization)를 통해 공동 위를 지나는 전단층의 와류 구조(vortical structure)를 살펴보았으며 식 (11)을 이용하여 와류 구조 수와 모드 사이의 관계를 분석하였다. 식 (11)은 공동 유동의 형태를 피드백 메커니즘으로 보고 간단히 표현한 것이다.

$$St_L = \frac{m}{M_\infty + 1/\kappa} \quad (11)$$

$m$  은 유동의 모드이며  $\kappa$  는 vortices의 자유류 속도에 대한 평균 전달 속도 비이다.

$L/D=0.5$  인 경우 그림 4에서 알 수 있듯이, 2개의 큰 와류 구조를 볼 수 있는데 이는 식(11)에서의 2 번째 모드( $m=2$ )에서의 값과 거의 일치한다. 마찬가지로  $L/D=2$  인 경우 4번째 모드에 해당하는 dominant peak이 나타나는데, 이는 그림 6에서처럼 4개의 와류 구조들을 나타내고 있는 결과와 잘 일치한다.

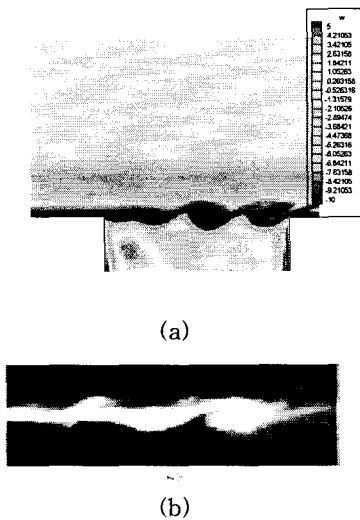


Fig 4.  $L/D=0.5$  일 경우 vortical structure, (a) vorticity contour of the present work, (b) smoke visualization of Cattafesta

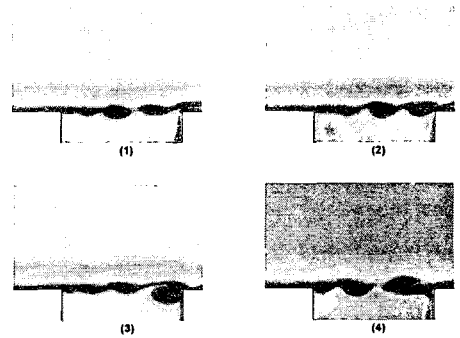


Fig 5.  $L/D=0.5$  일 경우 한 주기 동안의 vorticity contour history (1)=0.25T,(2)=0.5T,(3)=0.75T,(4)=1.0T

이번 연구에서는 수치 모사 결과를 이용하여 순간 (instantaneous) 등와류강도선도(vorticity contour)를 구하여 실험 결과와 비교하여 보았다. 수치 해석 결과  $L/D=0.5$  인 경우 2개의 뚜렷한 와류 구조를 볼 수 있어 실험 치와 잘 일치하였다. 그림 5는 한주기 동안의 등와류강도선도 변화를 나타낸 것으로 앞전에서 와류(vortex)가 떨어져 나와 뒷전에서 부딪히며 깨지는 현상을 볼 수 있다. 길이 대 깊이비가 2.0인 경우에는, 뒷전 근처에서의 와류 구조는 뚜렷하지는 않지만 실험 치와 비슷한 구조를 얻을 수 있었다.

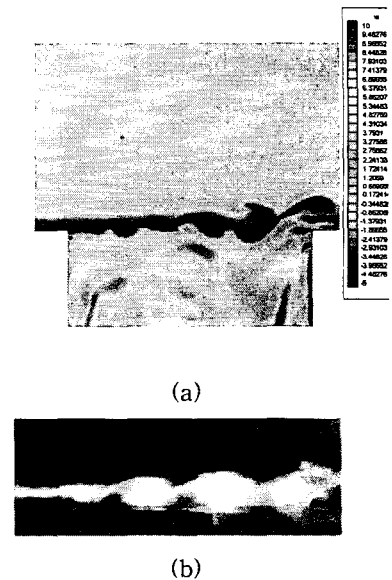


Fig 6.  $L/D=2.0$  일 경우 vortical structure, (a) vorticity contour of the present work, (b) smoke visualization of Cattafesta

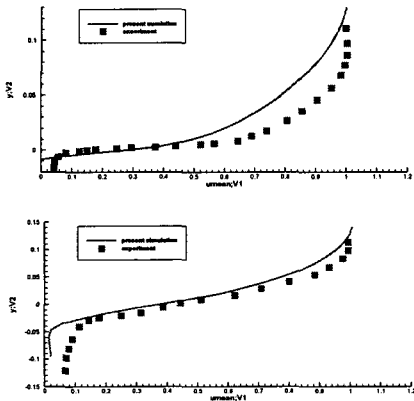


Fig 7. L/D=0.5일 경우 두 지점(x/L=0.2, 0.78)에 대한 mean velocity profile

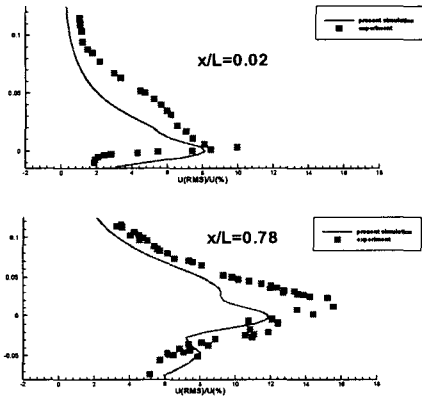


Fig 8. L/D=0.5일 경우 두 지점(x/L=0.2, 0.78)에 대한 mean velocity fluctuation profile

3.4 Velocity profile

Cattafesta의 실험에서는 길이 대 깊이비가 0.5인 경우에 대해 x/L이 0.2와 0.78이 되는 두 지점에 대해 속도 값을 hot-wire 실험을 통해 구하였다. 이렇게 구한 data를 이용하여 두 지점의 평균 속도 형상(mean velocity profile)과 속도 변동 형상(velocity fluctuation profile)을 구하였다. 그림 7과 그림 8은 Hybrid RANS/LES 계산을 통해 유동특성의 평균치가 어느 정도 정확히 예측되는지를 보기위해 실험 결과와 비교한 것이다. 평균 속도 형상은 비교적 잘 일치하는 것을 확인 할 수 있다. 실험 결과에 비해 전단층의 두께가 조금 더 두껍게 예측되었으며 전단층 아래 부분에서는 실험 치와 차이가 있음을 확인 할 수 있다. 속도 변동 형상을 살펴보면, 실험 치에 비해 예측값이 더 작음을 볼 수 있다. 하지만 앞전

에서 뒷전 방향으로 갈수록 변동(fluctuation) 크기가 증가하는 경향은 실험 치와 잘 일치하고 있다.

3.5 Q criterion

공동 유동에서의 와류 구조를 정확히 파악하기 위하여, Hunt et al.[15]이 제안한 Q criterion을 이용하여 살펴보았다. Q-criterion 방법은 무질서해보이는 난류 유동에서 일정한 recognizable form의 coherent structure를 볼 수 있는 대표적인 방법으로 아래 식과 같이 와류강도의 값과 변형률의 차이로 정의되며 이 값이 양의 값을 가질 경우 vortex tube로 나타내어진다.

$$Q = \frac{1}{2} (\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}) > 0 \tag{12}$$

여기서  $S_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ ,  $\Omega_{ij} = (u_{i,j} - u_{j,i})/2$

그림 9는 L/D=0.5인 경우  $Q/(U_\infty/L)^2 = 5$  값에 해당하는 공동 위의 coherent structure를 나타낸 것이다. 앞전에서 와류(vortex)가 떨어져 공동 위를 흘러가며 그 크기가 점점 증가하다가 뒷전을 만나면서 깨지게 되며, 공동의 옆 벽면에 의해 와류가 심하게 변형되고 있다. Dubief 와 Delcayre[16]는 난류 경계층에 대해서 Q criterion을 이용하여 경계층의 와류 구조를 살펴보았다. 그들의 연구에서 볼 수 있었던 것과 비슷한 구조로, 뒷전 뒤의 경계층에서 와류가 lifted upward 되는 것을 확인 할 수 있었다.

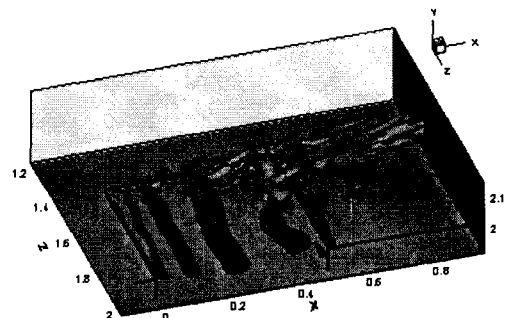


Fig 9. Instantaneous plot of coherent structure educed using Q criterion iso-surface of  $Q/(U_\infty/L)^2 = 5$

#### 4. 결 론

본 논문에서는 Bush and Mani[6] 가 제안한 Hybrid RANS/LES 방법을 이용하여 길이 대 깊이 비가 0.5 그리고 2.0인 공동에 대해 수치해석을 수행하였다. 유동 조건과 공동의 형상은 Cattafesta [9]의 실험 조건과 동일하며 수치해석 결과를 실험 결과와 비교 분석하였다. 두 경우 모두 비정상 진동 상태의 유동 결과를 얻을 수 있었으며, 무차원 진동수 또한 실험 치와 가까운 값을 예측하였다. 한편, 예측 결과를 East와 Rossiter가 제안한 공동 유동의 무차원 진동수 예측 식과 비교하였다. 등와류강도선도를 통해 공동 위를 지나는 유동의 와류 구조를 살펴보았는데, smoke 가시화를 이용한 실험 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다. 공동 위를 지나는 와류 구조의 개수와 피드백 메커니즘의 모드 수가 서로 관계가 있음을 확인하였다. 또한 두 지점의 평균 속도 형상과 속도 변동 형상을 실험 치와 비교하였다. 이번 연구를 통해 Bush and Mani가 제안한 Hybrid RANS/LES 방법이 실험 치와의 비교를 통해 공동 유동 현상을 비교적 잘 예측하고 있음을 확인할 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(1999-2-304-009-5)의 지원으로 이루어졌음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- [1] Sinha, N., Dash, S. M., and Chidambaram, N., "A perspective on the simulation of cavity aeroacoustics," AIAA paper, 98-0286
- [2] Kato, M., and Launder, B. E., "Modeling flow induced oscillation in turbulent flow around a square cylinder," ASME FED. Vol. 159, pp. 189-199
- [3] Medic, G, and Durbin, P. A., "Toward improved prediction of heat transfer on turbine blades," Journal of Turbomachinery, Vol. 124, pp. 187-192, 2002
- [4] Spalart, P. R., Jou, W. H., Strelets, M., and Allmaras, S. R., "Comment on the feasibility of LES for wings, and a hybrid rans/les," 1st AFOSR, 1997
- [5] Strelets, M., "Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows," AIAA paper, 2001-0879
- [6] Bush, R. H., and Mani, M., "A two-equation large eddy stress model for high sub-grid shear," AIAA paper, 2001-2561
- [7] Arunajatesan, S., and Sinha, N., "Unified unsteady RANS-LES simulation of cavity flowfields," AIAA paper, 2001-0516
- [8] Nichols, R. H., and Nelson, C. C., "Application of Hybrid RANS/LES Turbulence models," AIAA paper, 2003-0083
- [9] Cattafesta, L. N., "Active control of flow induced cavity resonance," AIAA paper, 97-1804
- [10] Chingwei M. Shieh and Philip J. Morris., "Comparison of two and three dimensional turbulent cavity flows," AIAA paper, 2001-0511
- [11] East, L. F., "Aerodynamically induced resonance in rectangular cavities," Journal of Sound Vibration, Vol. 3., pp. 277-287, 1966
- [12] Jnag, K. S., and Park, S. O., "Simulation of flow-induced cavity resonance with turbulence models," 5th ACFD, 2003
- [13] Rossiter, J. E., "Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds," Royal aircraft establishment, Aeronautical research council, R&M 3438, 1966
- [14] Tam, C. K. W., and Block, P. J. W., "On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangular cavities," J. Fluid Mech., Vol. 89, part 2, pp. 373-399, 1978
- [15] Hunt, J. C. R., Wray, A. A., and Moin, P., "Eddies stream and convergence zones in turbulent flows," in Proceedings of the 1988 Summer Program(CTR, Stanford, CA, 1988), pp. 193-208
- [16] Dudief, Y., and Delcayre, F., "On coherent vortex identification in turbulence," Journal of Turbulence, Vol. 1, 11, 2000