

볼트 체결력 측정을 위해 제안한 커브피팅 알고리즘에 관한 연구

이기원*, 정회원

Study on The Suggested Curve Fitting Algorithm for Bolt Clamping Force Measurement

Ki-Won Lee*, Regular Members

요 약

정확한 토크 체결력을 제공하기 위하여 토크 측정기는 최소자승이 적용된 커브피팅 알고리즘을 사용한다. 본 논문에서 제안하는 보정 최소자승 커브피팅 알고리즘은 토크 정밀 측정을 사용하는 다양한 산업분야에서 볼트와 너트에 향상된 체결력을 제공할 수 있다. 먼저, 제안한 알고리즘에 대한 수학적 모델을 소개하고, 제안한 알고리즘을 시뮬레이션하여 기존 알고리즘과 그 결과를 비교하였다. 보정된 최소자승 알고리즘은 기존의 토크 측정에 사용되었던 알고리즘보다 낮은 표준 오차 값을 보임으로써 제안한 보정된 최소자승 알고리즘의 성능의 정확성을 증명한다. 따라서, 본 알고리즘을 토크 계측에 적용함으로써 정밀 산업기계 및 전자부품 그리고 기타 항공기, 우주선등 나사의 조임 체결력이 적용되는 산업분야에 적용함으로써 비용 및 안전성 향상에 기여될 것을 예상한다.

Key Words : torque measurement, clamping force, corrected least square, standard error, precision

ABSTRACT

In order to serve the exact torque clamping force, the torque measurement system use the curve fitting algorithm by the least square. The corrected least square curve fitting algorithm which suggested in this paper can surpport more exact clamping force for fastner in variable industry field using the torque. At first, This paper introduces mathematical modeling for curve fitting algorithm, and simulate it. As a result, the corrected least square algorithm have shown lower standard error value than that of the used algoritm with torque, and so this corrected least square algorithm prove high accuracy than nomal least square algorithm. The suggested algorithm will contribute to improvement of cost and safety on industry field with bolt clamping force for precision industry parts, electronics parts, aircraft, aerospace, etc

I. 서 론

볼트와 너트를 조이는 토크는 비틀림력 또는 우력이라고 하며, 각종 나사의 조임력이나 회전체의 동력을 나타내며, 토크에 의해서 볼트와 너트 사이에 체결이 이뤄지게 된다[1]. 지나친 토크가 발생하거나 적절한 토크가 발생하지 않았을 경우에는 볼트가 망가지거나 조임물은 쉽게 풀리게 되며, 또는 제조법을 해야 하는 상황이 발생하게 된다. 볼트의 나사산과 너트의 나사산 사이의 알맞은 힘을 가해주기 위해서 체결력을 가하는 토크 기술자에게 토크에 대한 정확한 정보를 알려 주어야만 한다. 기술자가 치과 임플란트나 혹은 자동차, 항공기 등의 중요 부품을 조임을 가 할 경우에는 정밀한 토크

크를 주어야하며, 조임물에 가하는 토크에 대한 정보를 확인할 수 있는 토크 정밀 측정기가 필요하다. 현재 기계와 IT전자 산업분야의 많은 기술융합에 대한 연구가 활발히 진행되어지고 있다. 제조분야에서 널리 사용되고 있는 토크, 압력등에 대한 측정은 기계분야에서 중요한 부분이며, 그에 대한 정확한 측정도는 점점 관심이 높아지고 있다.

자동차, 항공기, 선박등 다양한 제조분야에서 사용되는 볼트나 너트등의 조이는 힘의 양, 즉 토크에 의한 체결력은 제품의 성능 및 견고성에 영향을 주며, 이에 따라서 업무효율성과 제품 생산 안정성에도 그 효과를 나타낼 수 있다.

토크 측정기는 정밀한 토크 트랜스듀서를 통해서 전달되는 토크 데이터를 알고리즘에 의해서 디지털로 변환되어

*명지대학교 전자공학과 멀티미디어 연구실 (focus-73@hanmail.net)

접수일자 : 2012년 11월 22일, 수정완료일자 : 2012년 11월 27일, 최종게재확정일자 : 2012년 12월 3일

Nm 단위로 환산하여 측정하는 원리이다. 토크 트랜스듀서를 통해서 디지털 변환된 정보를 측정하기 위해서는 사용되는 알고리즘으로 보간법[2], 최소자승법 등의 다양한 알고리즘이 있으나 토크에 대한 아날로그 신호를 디지털로 보다 정확하게 표현하기 위해서 가장 적절한 알고리즘으로 적용되는 것은 최소자승법이다[3]. 최소자승 알고리즘은 아날로그 신호 혹은 주파수 신호에 적용되어 디지털로 변환되는 다양한 응용에 사용되어 왔다. 더 정밀한 토크 측정을 위해서는 적용되는 최소자승 알고리즘을 보정하여 계측기에 적용하는 보정된 최소자승 알고리즘을 제안한다.

II. 알고리즘 모델화

1. 일반 최소자승 알고리즘과 보정 최소알고리즘

일반적으로 토크에 대한 측정값을 산정하기 위해 사용되는 알고리즘은 오차의 값을 최소로 하기 위한 최소자승법을 사용한다. 토크 측정을 위해 사용하는 토크 트랜스듀서 특성이 비선형성을 갖기 때문에, 토크 수치해석에 적용할 수 있는 비선형 방정식의 알고리즘[4]은 보간 다항식 알고리즘의 Newton법, 네빌 보간법, 스플라인 보간법, Lagrange 방법 그리고 최소자승(Least Square) 알고리즘등을 적용할 수 있다. 본 논문에서 제안하는 알고리즘은 최소 오차를 이용하여 토크 측정의 특성을 고려하여, 정밀성과 정확성을 높일 수 있는 최소자승다항식[2,4] 알고리즘을 적용한다.

그림 1에서 보여주는 순서도는 제안한 보정 최소자승 알고리즘이 적용되는 절차이다. 그림 1에서 토크 입력으로 들어오는 토크에 대한 데이터는 제안한 커브피팅 알고리즘을 적용되기 위해서 FIR 캘리브레이션(Calibration)에 의해 데이터 왜곡을 확인하고 보정해준다. 왜곡된 데이터 또는 부족한 데이터에 대해서 보정하는 캘리브레이션 절차를 갖게 되면, 보정된 데이터를 커브피팅 알고리즘에 적용하게 된다. 커브피팅 알고리즘에서는 일반적으로 최소자승 알고리즘을 적용되어왔다. 그러나 그림 1에서 보여주는 것과 같이 최소자승 알고리즘(Least Square)를 적용하는 이전 단계에서 데이터에 대한 데이터가 밀집된 구간으로 평균값을 이동하여 보정하는 과정을 갖는 절차를 추가한다. 추가된 절차를 갖는 데이터를 이용하여 다시 일반 최소자승 알고리즘을 적용하게 된다. 이것은 일정한 시간에 일정구간으로 들어오는 토크 데이터에 대해서 고려한 오차의 정밀성과 정확성을 높이기 위해서 기존의 가중최소자승 알고리즘을 변형하여 토크 특성에 따라서 다시 분석하고, 분석한 데이터를 이용하여 토크의 특성에 맞도록 구현한 알고리즘이다. 제안한 알고리즘에서 토크를 측정하기 위해서 사용하는 토크 트랜스듀서의 외부 기계적인 캘리브레이션이 함께 적용되어야 한다.

제안한 알고리즘과 일반 최소자승 알고리즘에 대한 처리 순서와 알고리즘으로 오차를 계산하는 절차를 다음과 같이

비교하여 정리할 수 있다.

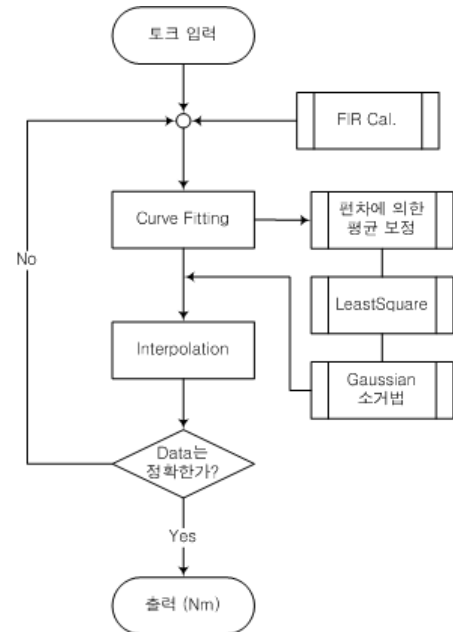


그림 1. 제안한 알고리즘을 사용한 토크 측정 순서도

1.1 보정된 최소자승 알고리즘과 오차 계산 절차

- (가) 측정 구간별 토크 분포도 산정
- (나) 0Nm부터 70Nm까지 5Nm 단위로 측정구간에 대한 토크의 분포도를 표준편차를 이용하여 계산한다.
- (다) 표준편차와 토크 분포도의 평균치의 차이만큼 평균치를 이동하여 보정한다.
- (라) 보정된 평균치를 가지고 일반 커브피팅 알고리즘을 적용한다.
- (마) 측정구간(Y축의 Nm)과 보정된 커브피팅 알고리즘의 차에 대한 제곱에 제곱근을 적용하여 오차를 구한다.

1.2 일반 최소자승 알고리즘과 오차계산 절차

- (가) 각 구간별 토크 분포에 대한 평균값을 적용한 일반 최소자승 알고리즘을 적용한다.
- (나) 각 단위 구간(Y축의 Nm)을 기준으로 적용된 최소자승 알고리즘의 차이에 대한 제곱에 제곱근을 적용하여 오차 값을 확인한다.

2. 제안한 알고리즘 수학 모델

그림 1에서 토크입력을 통해 디지털화 되어 입력되는 토크 데이터는 토크를 측정하는 토크 트랜스듀서 특성으로 비선형성의 곡선 형태[5,6,8]를 보이며, 데이터들의 나열된 특성은 극점과 변곡점의 형태를 갖는 것을 분석할 수 있다. 분석된 데이터들을 Nm 단위로 충분히 표현하기 위해서 다항식을 갖는 최소자승법을 적용하여 데이터를 접합시킬 수 있으며, 적용된 다항식 최소자승 알고리즘은 일정한 시간에 분

포된 데이터들에 대한 Nm 값으로 표현하기 위한 불확도를 최소화시키는 특성을 이용한다.

입력되는 토크 데이터들은 비선형함수에서 독립변수와 종속변수를 그래프에서 각 축에 해당하는 x, y 값으로 하고, 주어진 데이터가 n 개이면 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 와 같이 주어진 값에 대해 비선형 함수 $f(x)$ 는 다음 (식 1)과 같이 표현된다.

$$f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2, \dots, f(x_n) = y_n \quad (\text{식 1})$$

측정된 데이터 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 와 같이 주어진 값에 대해서 그래프에서 나타낼 수 있는 함수 $f(x)$ 가 비선형일 경우 $f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2$ 로 둘 수 있으며, 2차식으로 함수화된 $f(x)$ 를 만족하는 변수 a_0, a_1, a_2 를 구하여야 한다. 변수 a_0, a_1, a_2 를 구하기 위한 함수는 다음 (식 2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} y_1 &= a_0x_1^2 + a_1x_1 + a_2 \\ y_2 &= a_0x_2^2 + a_1x_2 + a_2 \\ &\vdots \\ y_n &= a_0x_n^2 + a_1x_n + a_2 \end{aligned} \quad (\text{식 2})$$

위의 (식 2)를 행렬식으로 표현하면 (식 3)와 같이 표현된다.

$$[Y] = [A][X] \quad (\text{식 3})$$

여기서,

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n & 1 \end{bmatrix}, [X] = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

실제 데이터와 선형 함수에 의한 데이터에는 오차가 발생하는데 이 오차는 그림 2와 같으며 (식 4)와 같이 표현할 수 있다. 그림 2는 최소자승 알고리즘을 적용한 방정식의 오차를 가장 잘 나타내 주고 있다.

$$e_i = |y_i - f(x_i)|, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (\text{식 4})$$

그러므로 (식 5)와 같이 모든 데이터들에 대해 각각의 오차를 합하여 그 오차가 가장 최소가 되는 함수를 구하면 된다.

$$\begin{aligned} E &= e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2 \\ &= \sum_{i=1}^n [y_i - a_0x_i^2 - a_1x - a_2]^2 \end{aligned} \quad (\text{식 5})$$

여기서, E 는 최소자승오차의 합이 된다. 따라서 최소자승 오차가 최소가 되는 변수 a_0, a_1, a_2 를 구하기 위해서는 (식 6)을 만족하는 a_0, a_1, a_2 의 해를 구하면 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial a_0} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_1} &= 0 \\ \frac{\partial E}{\partial a_2} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{식 6})$$

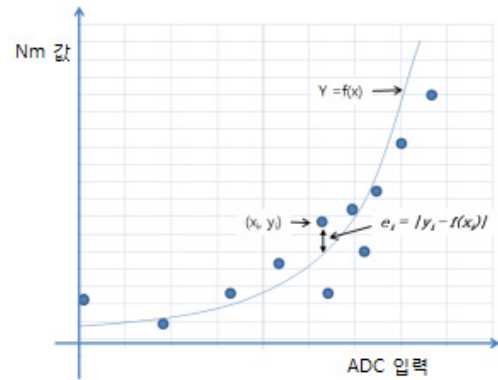


그림 2. 최소자승 알고리즘에 의한 오차

그러므로 두식을 풀이하면 (식 7)와 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} \alpha_{0,0} & \alpha_{1,0} & \alpha_{2,m} & \dots & \alpha_{m,0} \\ \alpha_{0,1} & \alpha_{1,1} & \alpha_{2,m} & \dots & \alpha_{m,1} \\ \alpha_{0,2} & \alpha_{1,2} & \alpha_{2,m} & \dots & \alpha_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{0,m} & \alpha_{1,m} & \alpha_{2,m} & \dots & \alpha_{m,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_m \end{pmatrix}$$

여기서,

$$\alpha_{i,j} = \sum_{t=1}^{i=n} x^t, \beta_{i,j} = \sum_{t=1}^{i=n} y^t \quad (\text{식 7})$$

로 표현된다. 위의 방정식의 푸는 방법은 가우스 소거법[8]에 의해 해를 구한다.

III. 제안한 커브피팅 알고리즘 평가 및 분석

제안한 알고리즘에 대한 성능평가를 위해서 5Nm 단위로 10초 동안 각 단위(Nm)를 기준으로 50개의 입력 토크에 대한 힘의 분포와 측정의 정확도를 실험하였다. 알고리즘 성능

평가 및 분석을 위해서 사용된 토크 트랜스듀서는 200Nm까지 측정이 가능한 표준 트랜스듀서를 사용하였다. 제안한 알고리즘과 일반 최소자승 알고리즘 비교를 위해서 Matlab을 사용하여 알고리즘 시뮬레이션[5]에 의해 그래프와 오차 계산값을 출력하였다. Matlab 그래프의 Y축은 보간데이터에 의한 Nm 변환 값이고, X축은 토크 트랜스듀서에 출력되는 나오는 실제 토크 값을 나타낸다.

그림 3에서는 일반 최소자승 알고리즘과 제안한 보정 최소자승 알고리즘을 Matlab을 이용하여 출력한 그래프를 보여주고 있다. 그림 3에서 보이고 있는 그래프는 최소자승 알고리즘에서 5차 다항식을 적용하였으며, 그래프 결과에 따른 표준 오차를 함께 도식하였다. 출력된 오차는 알고리즘의 오차에 제곱을 적용한 값에 제곱근으로 구한 표준오차 값이다 [7]. 오차 값은 일반 최소자승 알고리즘을 적용하였을 때 6.396 이었으며, 제안한 보정 최소자승 알고리즘을 적용하였을 때의 오차는 3.905의 값을 보임으로써, 두 배의 오차를 보였다.

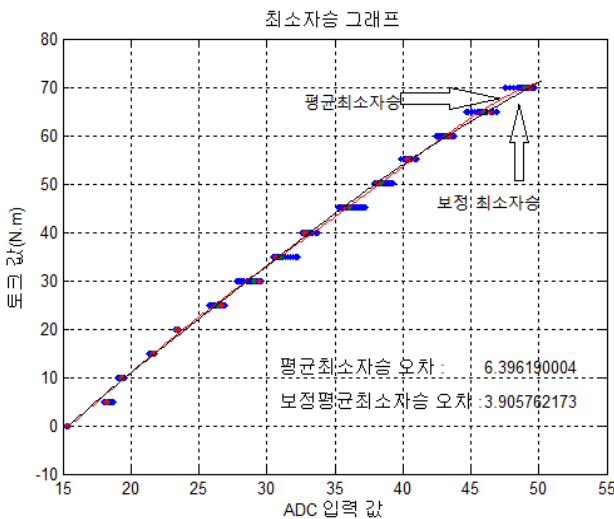


그림 3. 일반 최소자승과 제안한 알고리즘 그래프 결과

실험한 오차 데이터는 방정식의 차수가 높아짐에 따라 보정된 최소자승오차의 값은 더욱 줄어드는 결과를 그림 4에서 보여주고 있다. 그림 4는 일반 평균 최소자승 알고리즘을 적용하였을 때, 토크 측정 구간(Nm)별 표준오차와 제안한 보정 최소자승 알고리즘을 적용하였을 때, 토크 측정 구간별 표준오차에 대한 결과를 각 다항식 차수별로 나열하였다.

그림 4는 평균 최소자승 알고리즘에서 1차 다항식에서 6차 다항식까지 그림 3과 같은 시뮬레이션을 적용하여 얻은 오차에 대한 결과를 분포도로 정리하여 그래프로 도식하였다. 그림 4에서 일반 최소자승 알고리즘에 의한 토크 표준오차 값의 변화는 다항식 차수가 높아질수록 줄어드는 변화가 제안한 알고리즘의 오차보다 변화의 크기가 커짐을 볼 수 있다.

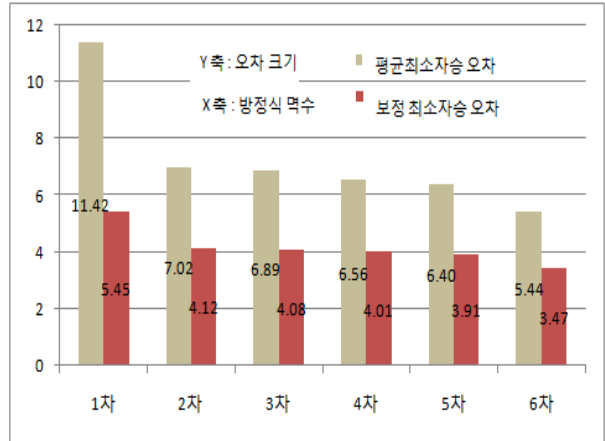


그림 4. 최소자승알고리즘을 적용한 1~6차 다항식 오차 비교도

제안한 알고리즘에서 오차는 일반 최소자승 알고리즘의 오차 값보다 작고, 오차 변화의 크기가 이웃한 차수와 1.0의 범위를 넘지 않는다. 결과적으로, 표준 편차에 의해 평균 이동을 적용한 제안한 보정 최소자승 알고리즘은 커브피팅으로 인한 굴곡점과 변화가 일반 최소자승 알고리즘보다 작다는 것을 그림 4의 오차 결과값으로 확인할 수 있다.

그림 5의 그래프에서 오차에 대한 특성을 보면 1차 방정식에서부터 10차 방정식을 적용하였을 때까지 오차가 각 차수에 따라 줄어드는 것을 볼 수 있다. 11차 방정식에서부터 14차 방정식까지 오차의 범위가 급격하게 늘어난 현상을 볼 수 있다. 최소자승 알고리즘 특성에 따라 커브피팅이 11차 방정식에서 곡선이 심하게 일어나는 현상을 그래프 시뮬레이션 결과로 발견할 수 있기 때문이다. 10차 다항식 알고리즘에서 오차는 1.682 에서 11차 다항식 커브피팅 알고리즘을 적용한 오차는 25.925 이다. 오차의 차이는 이웃한 다항식 10차와 11차 다항식 알고리즘 사이에 약 24.3 오차 값 이상이 발생하게 된다.

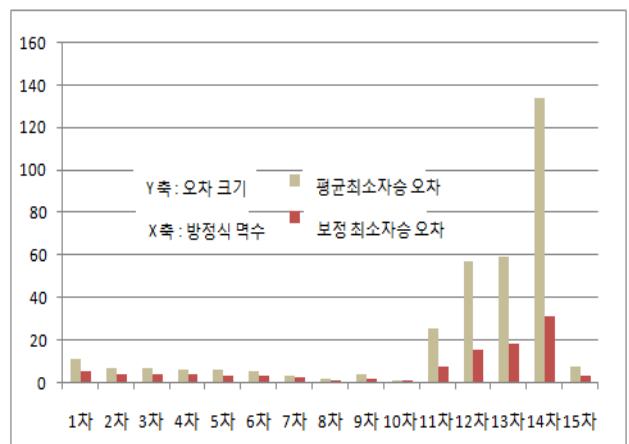


그림 5. 커브피팅 알고리즘을 적용한 다항식 차수별 오차 분포도

IV. 결 론

본 논문에서 제안하는 보정된 최소자승 알고리즘은 실제 사용 시스템에서 적용할 수 있는 알고리즘을 matlab에서 시뮬레이션하였으며, 사용한 토크 트랜스듀서는 독일 Shartz사의 CE 인증된 제품이다. 실험을 통한 측정 토크 값을 확인하고 분석하기 위해서, 최소자승 알고리즘에 대한 수학적 모델에 대해서 먼저 이해하고 분석하였다. 알고리즘에 대한 수학적 모델을 통해서 제안한 알고리즘의 다항식 구성과 멱수에 대한 이해를 선행하였고, 제안한 알고리즘을 통한 측정 실험결과 및 과정을 이해 할 수 있도록 하였다. 실험을 통해서 낮은 차수의 다항식에서 측정된 오차 값과 고차 방정식을 적용하였을 때 도출된 오차값에 대한 차이를 확인하였고, 고차 다항식으로 갈수록 더 낮은 오차값을 확인 할 수 있었다. 그러나 더 많은 다항식 알고리즘 분석을 통해서 고차 다항식 중 일정한 차수 이상일 경우에는 커브피팅 알고리즘 특성으로 나타나는 많은 굴곡점의 특성으로 인해 오차 값이 급격히 상승하는 현상도 확인하였다. 이러한 분석을 통해서 적용가능한 차수와 안정적인 차수와 불안정한 차수의 분포를 확인하였다. 본 논문에서는 5차 다항식 커브피팅 알고리즘을 기준으로 실험한 결과를 토대로 확인할 수 있는 표준 오차값은 제안한 알고리즘에 대한 성능과 정확성에 대한 향상을 입증하였다.

제안한 알고리즘은 볼트와 너트에 적용하는 토크 정밀 측정시에 조임물 체결력 오차를 줄이는데 도움이 될 수 있으며, 또한 체결 공구의 정확성을 확인하여 공구의 공차를 줄이고 확인할 수 있으며, 정밀 토크 측정으로 조임물 체결력 향상에 보다 정확한 토크를 제공할 수 있다.

제안한 보정 알고리즘을 사용하여 측정되는 토크에 의한 체결력은 전자 및 기계 그리고 의료 및 항공, 선박의 제조산업 등의 다양한 체결 분야에 기여가 될 것으로 예상된다. 따라서, 향후에 토크 측정의 오차를 줄이는 시스템적인 분석과 방법에 대한 추가적인 연구가 필요하며, 제안한 알고리즘이 적용 될 수 있는 다양한 응용분야등에 지속적인 연구가 필요하다고 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] 박연규, 김민석, 김중호, 강대임, “토크 표준 및 평가 연구 동향 - 특집, 힘 측정 및 응용”, 한국정밀공학회지, 제21권, 제9호, pp26-31, Sep. 2004.
- [2] 김군찬, 김경찬, 2007. 6, MATLAB 활용 수치해석, 경문사, pp. 259.
- [3] Jon Wilson and others, “TEST AND MEASUREMENT know it all”, Elsevier Inc., New York, 2009, pp472-476
- [4] Diran Basmadjian, “Mathematical Modelling of Physical Systems”, Oxford University Press, Inc., pp.323.
- [5] Bahram Shahian, Michael Hassul, “Control System Design

using MATLAB”, Prentice Hall, Inc., 1993, pp. 171-176.

- [6] Shoichiro Nakamura, Applied Numerical Methods In C, Prentice Hall, Inc., 1995, pp. 307-317.
- [7] 박성현, 김종욱, 현대실험계획법. 개정판, 민영사, 2011. 01, pp. 29-53.
- [8] Douglas Faires, Richard L. Burden, “Numerical Methods”, 3rd Editon, Cengage Learning, 2003., pp. 27,pp81-95

저자

이 기 원(Ki-Won Lee)

정회원



- 2000년 2월 : 명지대학교 전자공학과 학사졸업
- 2003년 2월 : 명지대학교 전자공학과 석사졸업
- 2010년 2월 : 명지대학교 전자공학과 박사수료

<관심분야> : 임베디드시스템, ad hoc network, Torque measurement system, Clamping Force.