

라그랑지 방법을 이용한 철봉 몸굽혀 휘돌기 동작의 시뮬레이션

Simulation of Scooped Swing in High Bar Using Lagrange's Method : A Case Study

하중규

한국체육대학교 체육학과

Chong-Ku Hah(kuya-hah@hanmail.net)

요약

이 연구는 철봉 몸굽혀 휘돌기 동작의 최적 모델을 구축하는 것이다. 연구 대상자는 국가대표 남자체조 선수(나이 18세, 신장 153cm, 질량 48kg) 1명을 선정하였고, K대학교 체조장에 기 설치된 Spieth사의 철봉을 이용하여 실험하였다. 먼저 대상자에게 연구의 목적과 주의 사항을 주지시키고 사전 서면동의를 받은 후 실험을 실시하였다. 인체를 2분절로 모형화한 몸 굽혀 휘돌기 동작의 영상분석을 위하여 Qualisys사의 카메라(MCU-240) 6대와 소프트웨어인 QTM(Qualisys Track Manager)을 사용하였다. 이 동작을 이중진자(HAT/total leg)로 모형화하고 라그랑지 운동방정식의 파라미터에 실험에서 획득한 수치를 입력하여 시뮬레이션하였다. 데이터 처리와 모델(미분 연립 방정식)의 해는 Mathematica5.0으로 프로그래밍하여 구하였다. 분석변인에 대한 모델치와 실험치의 비교 결과는 첫째, 철봉의 최대변위는 모델치(약 0.18 m)가 실험치(약 0.16 m)보다 약 0.02m 더 크게 나타났다. 둘째, 분절1(HAT)의 각변위 패턴은 모두 증가곡선을 보였으나 변곡점의 차이가 나타났다. 셋째, 분절2(total leg)의 각변위 패턴은 전반적으로 유사하게 나타났으나 최대 각은 약 4° 차이를 보였다. 결론적으로 실험치와 일치하는 최적모델을 도출하지는 못하였지만 라그랑지 모델을 통한 시뮬레이션의 가능성을 제시하였다. 향후 제한된 2분절 모형을 3, 4분절 모델로 확장하고 생체물성(근골격계)을 정확하게 표현하는 물리적 도구를 개발하는 연구와 인체시스템을 근골격계와 근신경계를 통합한 모델구축이 이루어져야 하겠다.

■ 중심어 : | 시뮬레이션 | 라그랑지 방법 | 철봉 몸굽혀 휘돌기 |

Abstract

The purpose of this paper was to architecture optimal model of the scooped swing in high bar. The scooped swing was modeled to the double pendulum and was simulated with the Lagrange's equation of motion. Lagrange's method based on a energy approaching method was implemented as a equation of motion. The subject was a national man-gymnast(age 18yrs, height 153 cm, mass 48 kg) and the high bar of SPIETH company was used to measure the scooped swing. Qualisys system(six MCU-240 cameras, QTM software)was used to capture data for imaging analysis. The solution of a model and data processing were solved in Mathematica5.0. The results were as follows: First, model value of maximum bar displacement was longer than experimental value, that is, 0.02 m. Second, both angular pattern of segment1(HAT) had a increasing curve but curve patterns had a different concave and convex curve. Third, the experimental value of maximum angular angle of segment2(total leg) had larger than model value, that is, 4°. Conclusively, model parameters were quasi-optimized to obtain a quasi-match between simulated and actual performances. It hopes to simulate a human model by means of integrating musculoskeletal and neuromuscular system in the future study.

■ keyword : | Simulation | Lagrange's Method | Scooped Swing |

I. 서론

철봉에 관한 대부분의 연구는 몸펴 휘돌기 동작 (traditional giant swing)의 역학적인 면, 철봉 잡는 기술(release-regrasp skill), 전환기술(transitional techniques) 및 내리기(dismount takeoff) 동작이 주류를 이루었다[5]. 그러나 시간이 지남에 따라 고득점을 얻기 위해서 새로운 기술의 개발은 필연적이라고 할 수 있다. 현재는 휘돌기 동작 시 대부분의 선수들은 몸펴 휘돌기 동작 대신 타이밍과 일관성을 효율적으로 유지할 수 있는 몸 굽혀 휘돌기(scooped giant swing)동작을 수행한다.

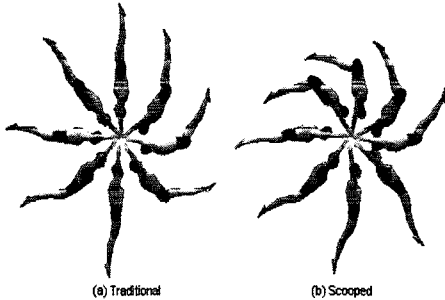


그림 1. (a) 몸펴 휘돌기(traditional), (b) 몸 굽혀 휘돌기(scooped). (Hiley와 Yeadon, 2003)

인간의 공중동작을 시뮬레이션 하였으며[2], 철봉 종목의 시뮬레이션은 Hiley와 Yeadon이 주도하여 왔다. 최근 Hiley와 Yeadon은 인체를 4분절로 모형화하고 뉴턴 운동방정식을 이용하여 몸굽혀 휘돌기 동작 (scooped swing) 시 신체회전각(whole body rotation angle)과 바의 변위(bar displacement) 및 릴리스 속도를 시뮬레이션하여 실험치와 모델치간의 차이를 각각 1.2°, 0.014m와 2% 수준까지 의사 최적화하였다 [3]. 또한, 지금까지 시도된 바가 없는 3회전 몸펴 공중 돌기 내리기 동작(triple straight somersault dismount)에 관한 가능성을 시뮬레이션하여 이론적으로 가능함을 제시하였다[4]. 그리고 하종규는 라그랑지 방법으로 스포츠 종목 중 단·이중진자운동으로 기술할 수 있는 동작을 모델링하여 시뮬레이션의 가능성을 제시하였다[1].

Kerwin은 가속화된 휘돌기 동작 시 고관절 각과 견관절 각의 섬세한 각 변화의 적절한 조화가 내리기 국면에 지대한 영향을 미치며, 성공적인 내리기는 전(前)국면인 힘 생성국면 즉, 스윙동작에 좌우된다고 하였다[6]. 그러므로 몸굽혀 휘돌기 동작의 스윙 국면을 복합 이중진자운동에 적용시켜 벡터 접근방식인 뉴턴 방법보다 복잡도가 낮은 에너지(스칼라) 접근방식인 라그랑지 방정식을 이용하는 것이 편리하다. 이에 내리기 국면에 중요한 영향을 미치는 y축에 대한 분절1의 각, 분절2의 각 그리고 바의 탄성 변위를 도출하는 모델을 개발하여 개인의 특성에 따른 입력치만으로 실험 절차 없이 결과변인을 예측하는 시뮬레이션의 시도가 필요하다. 그러므로 이 연구의 목적은 실험치와 모델치를 비교하여 예측의 가능성을 제고하고 향후 시뮬레이터 개발에 대한 제반 정보를 얻는 것이다.

II. 연구방법

1. 모델 설계(model design)

1.1 가정

- (1) 각 분절(segment)은 강체로써 항상 일정한 질량을 가지고, 질량중심에 위치한 점질량으로 간주한다.
- (2) 각 분절의 무게중심 위치는 운동 중 변하지 않는다.
- (3) 각 분절의 질량중심점(근/원 위단)에 대한 관성모멘트는 운동 중 변하지 않는다.
- (4) 각 분절의 길이는 운동 중에도 변하지 않는다.
- (5) 관절의 형태는 경첩관절 또는 구상관절로 간주하며 관절(joint)의 마찰력은 무시한다.
- (6) 각 분절의 공기 저항력은 무시한다.
- (7) 좌우대칭 모형으로 간주한다.
- (8) 인체모형은 2분절 강체시스템으로 간주한다.

1.2 연구의 제한점

- (1) 복합 이중진자 모형을 이용하기 위하여 인체모

형을 2분절 강체시스템으로 제한하였다.

- (2) 대상자의 생리적, 심리적 요인은 통제하지 못하였다.
- (3) 일반화가 아닌 사례연구를 통한 시뮬레이션이다.

1.3 인체 모형화

인체를 HAT(head+arms+torso)와 하지(total leg), 2분절 강체 시스템(linked rigid body system)으로 정의하였다. [그림 2]는 몸굽혀 휘돌기 동작을 복합 이중진자 모형으로 철봉과 손목의 탄성과 점성을 표현하는 켈빈보이트(Kelvin-Voight)를 이용한 시뮬레이션 모형이다.

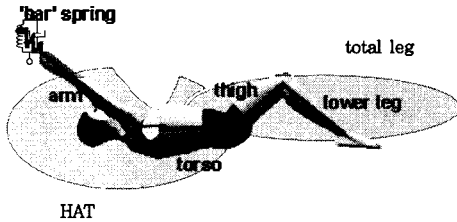


그림 2. 2분절 시뮬레이션 모형

[그림 3]은 자유도3인 모형시스템의 자유물체도이다. 철봉의 변위(q_1), 분절1과 y축이 이루는 절대각(q_2)와 분절2와 관절B의 y축과 이루는 절대각(q_3)을 일반화 좌표로 하는 직교 좌표계를 사용하였다.

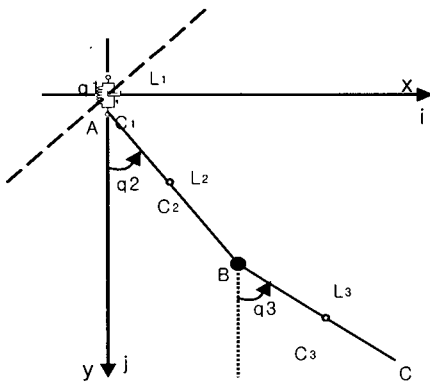


그림 3. 몸굽혀 휘돌기의 자유물체도

1.4 모델의 알고리즘

분절의 무게중심과 관성 모멘트는 Plagenhoef (1983)의 인체분절지수(BSP)를 이용하였다. 일반적으로 뉴턴 운동방정식보다 복잡도가 낮고 에너지를 이용하는 라그랑지 운동방정식을 적용한 알고리즘을 유도하였다. 이때 연립미분방정식의 해는 메스메티카5.0으로 프로그래밍하여 산출하였다.

1.4.1 변위 분석

$$\begin{aligned} r_A &= \{q_1(t) \sin[q_2(t)], q_1(t) [\cos q_2(t)], 0\}, \\ r_B &= r_A + \{L_1 [\sin q_2(t)], L_1 [\cos q_1(t)], 0\}, \\ r_C &= r_B + \{L_2 [\sin q_3(t)], L_2 [\cos q_3(t)], 0\}. \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)은 철봉의 위치(r_A), 분절1의 위치(r_B)와 분절2의 위치(r_C)벡터를 성분 표시한 것이다.

$$\begin{aligned} r_{C1} &= \{q_1(t) \sin[q_2(t)]/2, q_1(t) \cos[q_2(t)]/2, 0\}, \\ r_{C2} &= r_A + \{0.374 L_1 \sin[q_2(t)], 0.374 L_1 \cos[q_2(t)], 0\}, \\ r_{C3} &= r_B + \{0.447 L_2 \sin[q_3(t)], 0.447 L_2 \cos[q_3(t)], 0\}. \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)는 식(1)은 철봉의 무게중심의 위치(r_{C1}), 분절1의 무게중심의 위치(r_{C2})와 분절2의 무게중심의 위치(r_{C3})벡터를 성분 표시한 것이다.

1.4.2 속도와 관성모멘트 분석

$$\begin{aligned} v_A &= D[r_A, t] = \frac{dr_A}{dt}, \\ v_B &= D[r_B, t] = \frac{dr_B}{dt}, \\ v_C &= D[r_C, t] = \frac{dr_C}{dt}. \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)은 식(1)을 시간으로 미분하여 구한 철봉의 속도(v_A), 분절1의 속도(v_B)와 분절2의 속도(v_C)벡터를 표시한 것이다.

$$\begin{aligned} v_{C_1} &= D[r_{C_1}, t] = \frac{dr_{C_1}}{dt}, \\ v_{C_2} &= D[r_{C_2}, t] = \frac{dr_{C_2}}{dt}, \\ v_{C_3} &= D[r_{C_3}, t] = \frac{dr_{C_3}}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)는 식(2)을 시간으로 미분하여 구한 철봉의 무게중심의 속도(v_{C_1}), 분절1의 무게 중심의 속도(v_{C_2})와 분절2의 무게중심의 속도(v_{C_3}) 벡터를 표시한 것이다.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \{0, 0, 0\}, \\ \omega_2 &= \{0, 0, -\dot{q}_2[t]\}, \\ \omega_3 &= \{0, 0, -\dot{q}_3[t]\}. \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)는 철봉, 분절1과 분절2의 각속도를 성분 표시한 것이다.

$$\begin{aligned} I_{C_1} &= m_1 \dot{L}_1^2/3, \\ I_{C_2} &= m_2 (0.496 L_2)^2, \\ I_{C_3} &= m_3 (0.496 L_3)^2. \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)은 철봉의 무게중심 위치에서의 관성모멘트(I_{C_1}), 분절1의 무게중심의 위치에서의 관성모멘트(I_{C_2})와 분절2의 무게중심의 위치에서의 관성모멘트(I_{C_3})를 나타낸 것이다.

1.4.3 운동 에너지

$$\begin{aligned} T_1 &= -kq_1[t]/2 - b\dot{q}_1[t]/2, \\ T_2 &= (m_2 v_{C_2}^2 / 2) + (I_{C_2}^2 \omega_2^2 / 2), \\ T_3 &= (m_3 v_{C_3}^2 / 2) + (I_{C_3}^2 \omega_3^2 / 2). \end{aligned} \quad (7)$$

식(7)은 철봉의 탄성 에너지(T_1), 분절1의 병진과 회전 에너지(T_2), 분절2의 병진과 회전에너지를(T_3)을 표시한 것이다.

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (8)$$

식(8)은 에너지의 총합을 나타낸다.

1.4.4 중력과 일반힘(external/generalized force)

$$\begin{aligned} F_{C_1} &= \{0, m_1 g, 0\}, \\ F_{C_2} &= \{0, m_2 g, 0\}, \\ F_{C_3} &= \{0, m_3 g, 0\}. \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)는 철봉 무게중심의 위치에서의 중력(F_{C_1}), 분절1의 무게중심의 위치에서의 중력(F_{C_2})와 분절2의 무게중심의 위치에서의 중력(F_{C_3}) 벡터를 성분 표시한 것이다.

$$\begin{aligned} Q_1 &= F_{C_1} \cdot D[r_{C_1}, q_1(t)] + F_{C_2} \cdot D[r_{C_2}, q_1(t) + F_{C_3} \cdot D[r_{C_3}, q_1(t)], \\ Q_2 &= F_{C_1} \cdot D[r_{C_1}, q_2(t)] + F_{C_2} \cdot D[r_{C_2}, q_2(t) + F_{C_3} \cdot D[r_{C_3}, q_2(t)], \\ Q_3 &= F_{C_1} \cdot D[r_{C_1}, q_3(t)] + F_{C_2} \cdot D[r_{C_2}, q_3(t) + F_{C_3} \cdot D[r_{C_3}, q_3(t)], \end{aligned}$$

(단, $D[r_{C_i}, q_i(t)] = \frac{\partial r_{C_i}}{\partial q_i}$.) (10)

식(10)은 분절의 무게중심에서의 일반화 좌표에 대한 일반화된 힘, $Q_i = \sum (F_{C_i} \cdot \frac{\partial r_{C_i}}{\partial q_i})$ 을 나타낸다.

1.4.5 라그랑지 운동방정식(Lagrange's equations)

$$\begin{aligned} D[D[T, \dot{q}_1(t), t]] - D[T, q_1(t)] - Q_1 &= 0, \\ D[D[T, \dot{q}_2(t), t]] - D[T, q_2(t)] - Q_2 &= 0, \\ D[D[T, \dot{q}_3(t), t]] - D[T, q_3(t)] - Q_3 &= 0, \end{aligned}$$

(단, $D[D[T, \dot{q}_i(t), t]] = \frac{d}{dt} (\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i})$,

$$D[T, q_i(t)] = \frac{\partial T}{\partial q_i} \quad (11)$$

식(11)은 세 개의 라그랑지 운동방정식을 연립 미분 방정식으로 나타낸 것이다.

1.4.6 초기치 및 종료 조건 결정

연립 미분방정식의 해(solution)를 구하는데 필요한 입력수치는 인체측정과 실험치에서 구하였다. 인체측 정으로부터 $m_1 = 11.600kg$, $m_2 = 32.544kg$,

$m_3 = 15.456kg$, $L_1 = 2.400m$, $L_2 = 0.947m$, $L_3 = 0.791m$ 그리고 중력 가속도는 $g = 9.800m/s^2$ 로 하였다. 실험치로부터 초기변위($q_1 = 0.060m$, $q_2 = -1.103rad.$, $q_3 = -0.369rad.$) 와 초기속도 $q_1' = 0.152rad/s$, $q_2' = 3.844rad/s$, $q_3' = -8.527rad/s$ 을 도출하였다. 탄성계수와 점성 계수는 Hiley와 Yeadon(2002)이 제시한 탄성계수 ($k=26129 N/m$), 점성계수($b=174 Nm/s$)로 하였으며 수행시간은 $t = 0$ 에서 $t = 0.46$ 하였다.

2. 실험 자료 획득

실험치를 얻기 위한 연구 대상자는 국가대표 체조 선수(나이 18세, 신장 153cm, 질량 48kg) 1명을 선정 하였고, K대학교 체조장에 기 설치된 Spieth사의 철봉 을 이용하여 실험하였다. 먼저 대상자에게 연구의 목 적과 취지를 설명하고 서면동의를 받았다. 그리고 분 석국면과 동작내용을 충분히 숙지시킨 후 준비운동을 시켰으며, 동작이 성공할 때까지 실시하였다.

[그림 4]는 실험의 분석국면과 분석변인을 나타낸다. 분석국면은 스타트부터 3회전 후, 이벤트1(3회전 후 스타트 지점)부터 이벤트2(고관절의 Y위치가 최저 지 점)를 지나 이벤트3(릴리스 : 철봉에서 손이 이탈되는 지점)까지를 선정하였다.

분석변인은 철봉의 변위(q_1), 분절1(손목관절 -HA T무게중심)이 Y축과 이루는 각(q_2), 분절2(고관절 - Total leg의 무게중심)가 고관절에서 Y축과 평행축이

이루는 각(q_3)이다. 그리고 반시계방향의 각을 양(+)의 각으로 정의하였으며 초기 각속도는 3회전 스윙 후 이벤트2에서 측정하여 운동방정식의 입력치로 이용하 였다.

분석동작의 촬영을 위하여 동적 윈드 켈리브레이션 방법(dynamic wand calibration method)으로 측정 범위와 시스템을 켈리브레이션하여 기준 좌표계를 설 정하였다. 동작 촬영을 위해 관절점에 40 mm 구형 수 동반사마커를 부착하였으며 Qualisys사의 적외선 카 메라(ProReflex-MCU240) 6대를 사용하였다. 이때 샘플링 율을 240Hz로 고정하였다. 데이터는 Qualisys 사의 소프트웨어, QTM(Qualisys Track Manager) 의 계산 전 이동평균(Moving Average)방법을 이용 하여 평활화하였다. 이 데이터를 Mathematica 5.0로 가져와 분석변인의 실험치를 프로그래밍하여 산출하 였다.

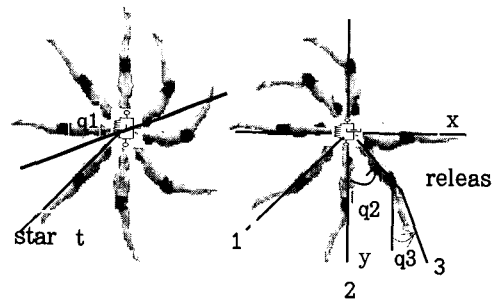


그림 4. 분석국면과 변인

III. 결과 및 논의

1. 모델치와 실험치 패턴비교

[그림 5]는 철봉의 변위를 나타내는 그래프이다. Hiley와 Yeadon(2002)이 제시한 탄성계수($k=26129 N/m$)와 점성계수($b=174 Nm/s$)로 하였으며 점성은 실험치, 가는 실선은 탄성계수($k=26,129$)로 시뮬레이 션한 것이다. 실험치의 철봉의 최대변위는 약 0.16 m 로 나타났고 모델치(약 0.18m)로 0.02m의 차이를 보 였다.

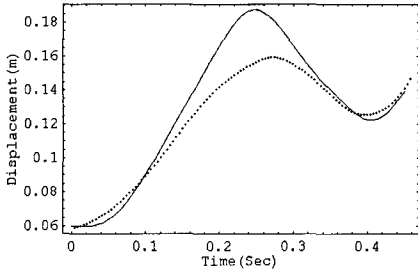


그림 5. 철봉의 변위

[그림 6]은 분절1이 Y축과 이루는 각변위를 나타내며 점선은 실험치이며 가는 실선은 모델치이다. 두 곡선은 모두 증가곡선이나 약 0.25sec 전·후에서 서로 상반된 변곡이 생기고 있다. 이 분절1의 각변위는 Y축에서 이벤트1까지 약 -52° (반 시계 방향), 릴리스 시까지는 약 $+80^\circ$ (시계 방향)를 나타냈다.

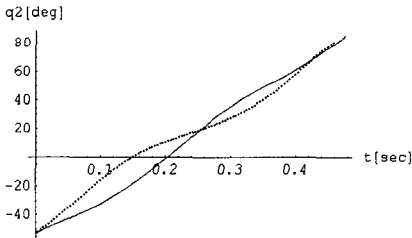


그림 6. 분절1의 각변위

[그림 7]은 분절2가 y축과 이루는 각변위를 나타내며 점선은 실험치이고, 가는 실선은 모델치이다. 곡선의 패턴은 전반적으로 거의 유사하게 나타났다. 그러나 실험치가 진자운동을 나타내는 대칭적인 패턴을 보이는 반면 모델치는 원 부분에서 차이를 보이고 있다. 이 차이는 모델치와 실험치 간의 릴리스의 유무에 있다고 사료된다. 분절2의 최대각은 약 30° 로 나타났다.

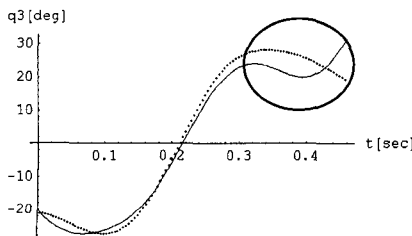


그림 7. 분절2의 각변위

관심변인들의 결과는 첫째, 철봉의 최대변위는 모델치(약 0.18 m)가 실험치(약 0.16 m)보다 약 0.02 m 더 크게 나타났다. 둘째, 분절1(HAT)의 각변위 패턴은 모두 증가곡선을 보였으나 변곡점의 차이가 나타났다. 셋째, 분절2(total leg)의 각변위 패턴은 전반적으로 유사하게 나타났으며 최대 각변위는 모델치(약 24°)가 실험치(약 28°)로 약 4° 차이를 보였다. 이 차이는 인체 모형을 2분절 강제모형으로 단순화한 요인과 생체물성을 단지 강체, 탄성, 점성 등 한정된 물리적 수단으로 표현하여 야기된 것이라 추론할 수 있다. 그러므로 2분절 모형을 3, 4분절 모형으로 확장하고 근골격계의 움직임을 물리적으로 잘 표현할 수 있는 도구를 개발 적용한다면 향상된 모델을 구현할 수 있으리라 기대된다.

궁극적으로 최적의 모델을 구현하여 시뮬레이터를 개발함으로써 스포츠 현장에서 실시간(real time)으로 결과를 피드-백하여 동작의 진단과 교정에 일조할 수 있으리라 사료된다.

IV. 결론 및 제언

철봉 몸굽혀 휘둘기 동작에 라그랑지 방정식을 적용하여 시뮬레이션의 가능성을 제고한바 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 첫째, 실험치와 일치하는 최적 모델을 유도하지 못하였으나 근사한 패턴으로 접근 할 수 있었다.
- 둘째, 실험치와 모델치 패턴의 상이점을 알 수 있었다.
- 셋째, 몸굽혀 휘둘기 동작의 2분절 모델링은 과도하게 단순화한 축소 모델임을 알 수 있었다.

향후 인체시스템을 전체 메커니즘을 구현하기 위해 근골격계와 신경계를 통합한 모델 구축이 이루어져야 하겠다.

참고문헌

- [1] 하종규, "라그랑지 방법을 이용한 진자모형의 알 고리즘", 한국체육학회지, 제45권, 제1호, pp. 781-787, 2006.
- [2] J. Dapena, "Simulation of modified human airborne movements," J. of Biomechanics, Vol.14, pp.81-89, 1991.
- [3] M. J. Hiley and M. R. Yeadon, "The margin for error when releasing the high bar for dismounts," J of Biomechanics, Vol.36, pp.313-319, 2003.
- [4] M. J. Hiley and M. R. Yeadon, "Maximal dismounts from high bar," J of Biomechanics, Vol.38, pp.2221-2227, 2005.
- [5] <http://cis.squirring.net/category/gymnastics/66/>
- [6] <http://cis.squirring.net/category/gymnastics/66/>

저자소개

하종규(Chong-Ku Hah)

정회원



- 1988년 2월 : 한양대학교 산업공학과(공학사)
- 1990년 2월 : 한양대학교 산업공학과 (공학석사)
- 2006년 8월 : 한국체육대학교 체육학과 (이학박사)

<관심분야> : 운동역학, 경기력 향상, 시뮬레이션