DOI : 10.5392/JKCA.2011.11.1.404

테일러-갤러킨 유한요소법에 의한 하도추적 모형의 적용
-홍수시 하천 유량 모의-

Application of Channel Routing Model by Taylor-Galerkin Finite Element Method
-Modeling of Flow in Flood-

이해균
단국대학교 천안캠퍼스 토목환경공학과

Haegyun Lee(haegyun@dankook.ac.kr)

요약

1차원 개수로 부정류의 수치 해석을 위하여 Taylor-Galerkin 기법의 유한요소법을 St. Venant 방정식의 차분에 적용하였다. 단일 수로에서 수문의 닫힘에 의한 배수문제와 3개 이상 하도가 만나는 합류점을 포함하는 수지상(dendritic) 하천 네트워크에 적용하고 그 결과를 기존에 제시된 유한차분법, 유한요소법 등의 수치기법과 비교하였으며 매우 잘 일치함을 확인하였다. 본 연구에서 적용한 기법은 연속방정식과 운동량방정식을 순차적으로 해석해 나가기 때문에 적용이 간편하며, 최종적으로 삼대각 행렬과 합류점의 적합조건을 위한 최소한의 요소를 포함하기 때문에 삼대각 행렬의 연산 방법을 적용할 수 있어 계산 측면에서 빠르고 안정적이다. 또한, 행렬의 저장을 위한 메모리 측면에서 경제적이다.

■ 중심어 : | 유한요소법 | 테일러-갤러킨 기법 | 하도추적 |

Abstract

For the simulation of one-dimensional unsteady flow, the Taylor-Galerkin finite element method was adopted to the discretization of the Saint Venant equation. The model was applied to the backwater problem in a single channel and the flood routing in dendritic channel networks. The numerical solutions were compared with previously published results of finite difference and finite element methods and good agreement was observed. The model solves the continuity and the momentum equations in a sequential manner and this leads to easy implementation. Since the final system of matrix is tri-diagonal with a few additional entry due to channel junctions, the tri-diagonal matrix solution algorithm can be used with minor modification. So it is fast and economical in terms of memory for storing matrices.

■ keyword : | Finite Element Method | Tyalor-Galerkin Method | Channel Routing |

I. 서 론

하도추적은 상류의 유입수문곡선으로부터 하류 수로의 특정지점에서 유량과 수위를 구하는 것으로 정의할 수 있으며, 이러한 목적으로 1차원 천수방정식이 많이 사용되어 왔다. 본 연구에서는 Taylor -Galerkin 기법

* 본 연구는 단국대학교 교내연구비의 지원을 받아 수행되어 이에 사의를 표합니다.
접수번호 : #101103-001
접수일자 : 2010년 11월 03일
심사완료일 : 2010년 12월 22일
교신저자 : 이해균, e-mail : haegyun@dankook.ac.kr

을 이용하여 1차원 하천에 대한 흐름 추적모형을 적용하였다.

전산유체역학(CFD)이나 계산수리학 분야의 연구에는 유한차분법과 유한체적법이 주로 사용되어 왔으나 최근 유한요소법의 적용도 늘어나고 있다. 표준적인 Galerkin 기법(Standard Gaerkin method)이 가진 비감쇠 특성으로 인하여 천수방정식에 대한 유한요소법의 적용은 쉽지 않은 것으로 알려져 왔지만, Katopodes(1984)가 Petrov-Galerkin 기법을 적용한 이래로 Hicks 와 Steffler(1992)가 SU/PG (Streamline Upwind/Petrov-Galerkin) 기법을 적용한 예가 있다. Donea(1984)가 이송방정식에 대하여 처음 제안한 Taylor - Galerkin 기법은 Peraire 등(1986), Katopodes 와 Wu(1986) 등의 연구자에 의하여 천수방정식에 적용된 사례가 있으며, 국내에서도 한건연 등(2004a,b)이 수치안정성 측면에서 비교 연구를 수행한 바 있다.

일반적으로 수로는 다른 수로와 합류 절점에서 연결되어 하천 수로 네트워크를 형성하게 된다. 본 연구에서는 Taylor-Galerkin 유한요소법 기반의 모델을 수로 네트워크에 적용하였으며, 합류점이 있는 하도 네트워크에서, 보다 단순한 알고리즘과 적은 메모리 사용량으로 기존 수치기법과 같은 정확도의 해를 얻을 수 있었으며, 이를 통하여 제시한 알고리즘의 효용성을 확인하였다.

II. 모델의 적용 및 분석

1. 지배방정식과 차분법

1.1 지배 방정식과 경계조건

개수로의 1차원 점변 부정류의 모의를 위한 방정식으로는 다음과 같이 질량과 운동량 보존방정식인 St. Venant 방정식이 널리 사용되고 있다 (Cunge 등, 1980).

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}=\mathbf{B} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{Q}$, $\mathbf{G}$와 $\mathbf{B}$는 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{Q}=\begin{Bmatrix} A \\ Q \end{Bmatrix} \quad \mathbf{G}=\begin{Bmatrix} Q \\ \beta Q^2/A \end{Bmatrix} \quad \mathbf{B}=\begin{Bmatrix} q_L \\ -gA\partial h/\partial x+gA(S_0-S_f) \end{Bmatrix} \tag{2}$$

A는 흐름의 단면적(m^2), Q는 유량 (m^3/s), β는 운동량 보정계수, h는 수심, q_L은 측면 유입(유출)유량(m^2/s)이다. S_0 와 S_f 는 각각 하천 저면의 경사와 일반적으로 Manning 공식에 의하여 정의되는 에너지 경사로서 다음과 같다.

$$S_f=(n^2|Q|Q)/(A^2R^{4/3}) \tag{3}$$

지배방정식의 공간차분에는 유한차분법의 Lax -Wendroff 기법에 해당하는 2차 (second-order) Taylor -Galerkin 유한요소법 (Donea, 1984)을 사용하였다. t^n 시간에 대하여 식 (1)을 다음 식 (4)와 같이 정리한다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}=\mathbf{B}-\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} \tag{4}$$

식 (4)를 다시 t 에 대하여 미분하면, 다음 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\mathbf{Q}}{\partial t^2} &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}-\frac{\partial^2\mathbf{G}}{\partial t\partial x} \\ &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\left(\mathbf{B}-\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}\right) \\ &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\left(\mathbf{B}-\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\left(\mathbf{B}-\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)\right] \\ &= \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\left(\mathbf{B}-\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\mathbf{B}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)\end{aligned} \tag{5}$$

여기서 $\partial\mathbf{G}/\partial\mathbf{Q}$와 $\partial\mathbf{B}/\partial\mathbf{Q}$는 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -Q^2/A^2 & 2Q/A \end{bmatrix} \tag{6}$$
$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g\partial h/\partial x+g(S_0-S_f) & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 $\mathbf{Q}^{n+1}$을 t^n시간에 대하여 Taylor series 전개하면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}^{n+1} &= \mathbf{Q}^n+\Delta t\frac{\partial \mathbf{Q}^n}{\partial t}+(\Delta t)^2\frac{\partial^2\mathbf{Q}^n}{\partial t^2}+O(\Delta t)^3 \\ &= \mathbf{Q}^n-\Delta t\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathbf{G}+\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\mathbf{B}\right)^n \\ &\quad -\frac{(\Delta t)^2}{2}\left[\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{Q}}\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x}\right)\right]^n \\ &\quad +\Delta t\left(\mathbf{B}+\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{Q}}\mathbf{B}\right)^n+O(\Delta t)^3\end{aligned} \tag{7}$$

식 (7)을 단면적(A)과 유량(Q)에 대한 차분 방정식으로 나누어 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}A^{n+1} &= A^n-\Delta t\frac{\partial Q^n}{\partial x} \\ &\quad -\frac{(\Delta t)^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left[-gA\frac{\partial h}{\partial x}+gA(S_0-S_f)\right]^n \\ &\quad +\frac{(\Delta t)^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)\right]^n+\Delta t q_L^n\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}Q^{n+1} &= Q^n-\Delta t\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)^n \\ &\quad -\frac{(\Delta t)^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left[-\frac{q_L Q^2}{A^2}-2gQ\left\{\frac{\partial h}{\partial x}-(S_0-S_f)\right\}\right]^n \\ &\quad -\frac{(\Delta t)^2}{2}\left\{-g\frac{\partial h}{\partial x}+g(S_0-S_f)\right\}^n\frac{\partial Q^n}{\partial x} \\ &\quad +\frac{(\Delta t)^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left\{-\frac{Q^2}{A^2}\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{2Q}{A}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)\right\}^n \\ &\quad +\Delta t A\left\{-g\frac{\partial h}{\partial x}+g(S_0-S_f)\right\}^n \\ &\quad +\frac{(\Delta t)^2}{2}q_L^n\left\{-g\frac{\partial h}{\partial x}+g(S_0-S\right.\end{aligned} \tag{9}$$

본 연구에서는 위의 식 (8)과 (9)의 공간차분에 1차원 선형 유한요소(유한요소법에 대해서는 관련 교과서를 참조, 예를 들면, Hughes (2000))를 사용하였으며, 양해법 (explicit scheme)을 이용하였다. 이와 같은 양해법은 수로 합류점 조건에 의한 경우를 제외하면 등호 왼쪽의 강성 행렬 (stiffness matrix)이 변하지 않는 장점이 있다.

1.2 합류점 조건

지배방정식인 St. Venant 방정식은 개별 수로 내에서만 적용이 가능하며, 수로의 합류 절점에는 유량과 수위에 대한 적합조건(compatibility condition)이 필요하다[5]. 일반적으로 합류절점의 저류효과는 무시할 수 있으며, 따라서 다음의 유량에 대한 합류점 연속방정식을 얻게 된다.

$$\sum Q_i=\sum Q_o \tag{10}$$

여기서 Q_i와 Q_o는 각각 합류점으로의 유입, 유출 유량을 의미한다. 두번째 조건으로 각각의 수로에 대하여 합류점에서 수위가 일치하도록, 다음의 운동학적 (kinematic) 조건을 적용하였다.

$$z_i+h_i=z_o+h_o \tag{11}$$

여기서 z는 하상고, h는 수심이다.

1.3 행렬의 구성

가장 단순한 하천 네트워크로 다음 [그림 1]과 같은 직사각형 단면 하천으로 구성된 합류 수로 네트워크를 생각할 수 있다. 운동량방정식과 연속방정식의 행렬구성은 [그림 2]와 같다. [그림 1]에서 Q, A의 아래첨자 중에서 첫 번째 첨자는 수로의 번호를, 두 번째 첨자는 수로내의 절점 번호이며, 연속방정식 행렬의 b는 하천의 폭을 나타낸다. 경계조건으로서 수로 1,2 에 대해서는 유입수문곡선($Q_{1,1}$, $Q_{2,1}$)을 수로 3에 대해서는 하류의 수위($A_{3,3}$)를 경계조건으로 가정하였다. 운동량방정식과 연속방정식의 해를 순차적으로 구해 나간다면, 삼대각 행렬 (tridiagonal matrix)의 주대각선과 위/아래 대각선을 제외한 행렬의 0이 아닌 나머지 요소는 모

두 합류점 조건에 의한 것이라는 것을 확인할 수 있다. 따라서, 삼대각 행렬을 위한 행렬 솔버(matrix solver)를 최소한으로 수정함으로써 쉽게 해를 구할 수 있다.

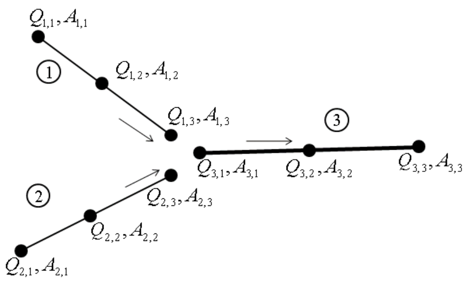
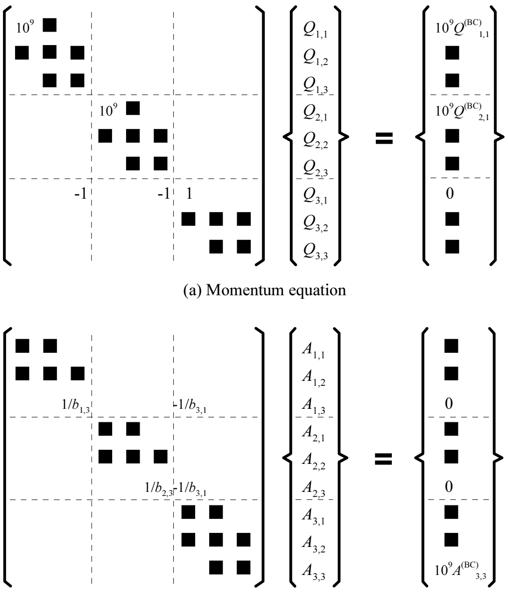


그림 1. 하도 합류부 형상과 유량, 단면적 변수의 정의

적용한 알고리즘에서는 각 수로의 계산이 독립적으로 수행될 수 있으며, 반드시 합류점을 통해서만 유량과 수위의 정보가 교환되기 때문에 필요한 경우 여러 컴퓨터를 이용하는 병렬처리(parallel processing) 환경에도 적합하다. 또한, 유한요소법이 가지고 있는 기하학적 유연성으로 인하여 최근 사용이 증가하고 있는 2차원 천수방정식 모형과의 결합성면에서도 유리하다고 할 수 있다.



(a) Momentum equation

(b) Continuity equation

그림 2. 합류부를 가진 그림 1 수로의 행렬 구성

2. 수치모델의 적용

2.1 계산 격자

첫번째 적용사례로서 Chaudhry (2007)의 배수(backwater)문제를 모의하였다. 상류는 일정한 수위를 유지하는 저수지에 연결되어 있으며, 하류는 수문(sluice gate)으로 이루어진 길이 5,000 m의 단일 하천에서 하류의 수문이 갑자기 닫히는 경우의 배수 곡선을 본 연구의 유한요소모형과 유한차분법인 음해적 프라이스만 기법 (implicit Preissmann scheme)으로 모의하고 비교하였다.

Chaudhry (2007)의 예와 같이 하천 단면은 사다리꼴로서 저면의 폭은 6.1 m이고 측면 경사는 1.5H:1.0V, 하천경사(S)는 0.00008, Manning의 조도계수(n)은 0.013이다. 초기조건으로 유량은 126 m^3/s, 수심은 5.79 m 로 가정하였다. 두가지 방법 모두에서 하천을 50개의 같은 크기 격자로 나누어졌으며 (Δx = 100 m), 시간간격은 CFL 조건에 부합하도록 조정되었다. t = 0 sec 에 하류단의 수문을 닫는 것으로 가정하였다. 수문을 닫음으로 인하여 배수(backwater)가 발생하는 것을 추정할 수 있으며, [그림 3]은 t = 500 sec 와 t = 1,000 sec일 때의 수면형(water surface profile)을 보인 것이다. 시간이 지남에 따라 수문 하단부의 수위가 증가하고 있으며 유량은 음의 값을 갖게 된다. Chaudhry (2007)가 지적한 바와 같이 프라이스만 기법의 유한차분법에 의한 수면형이 선단부에서 작은 진동을 보였지만 전체적으로 두 기법이 매우 유사한 결과를 보임을 확인할 수 있다.

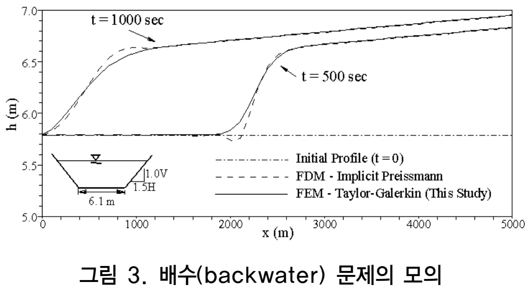


그림 3. 배수(backwater) 문제의 모의

2.2 합류점 문제에 적용

두번째 적용사례로서 Zhang (2005)의 합류점 문제를 모의하였다. [그림 4]에 보인 바와 같이 가상적인 합류

점을 갖고 있는 세 수로로 구성되어 있다. 세 수로는 모두 직사각형 단면에 길이가 5,000 m 이다. 수로의 폭은 두 상류 수로 (수로 1, 2)가 50 m이며, 합류점 이후의 하류 수로(수로 3)가 100 m 이다. 수로의 경사(S)는 모든 수로가 0.0002 이며, Manning의 조도계수(n)는 모두 0.025 이다. 상류에 위치한 두 수로의 경계조건으로서 [그림 4]의 선형 수문곡선(hydrograph)에서 가정한 바와 같이, 모두 유량은 50 m^3/s로 시작하여 2,000 sec 동안에 선형으로 150 m^3/s 로 증가하고 다시 모의 시작 시점과 같은 50 m^3/s으로 되돌아와 t = 4,000 sec 이후에는 50 m^3/s를 유지한다. 합류가 되는 수로 3의 하류 경계조건은 일정한 수심, h = 1.43 m 로 고정되어 있다. 초기조건으로 수로 1, 2에 대해서는 수심, h = 1.43 m, 유량, Q = 50 m^3/s 의 등류 흐름을 가정하였다. 수로 3의 경우 초기조건으로 동일한 수심에 100 m^3/s 의 유량을 가정하였다. [그림 5]는 수로 3의 합류점으로부터 4,000 m 거리 지점([그림 4])의 시간 경과에 따른 유량과 수심을 보인 것으로서, Zhang (2005)의 유한요소법 및 프라이스만 유한차분법에 의한 결과와 같이 비교한 것이다. [그림 5]에서 보인 바와 같이 유한차분법과 Zhang (2005)의 유한요소법에 의한 결과보다 수위의 경우 다소 작은 첨두 값을 보이고 있으며, 유량의 경우 첨두 도달시간이 다소 이른 것으로 보이나, 대체로 유량과 수심 모두 기존의 두 연구와 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다.

2.3 하천 네트워크에 적용

보다 복잡한 많은 수로를 갖고 있는 하천 네트워크인, Choi 와 Molinas (1993)의 수로 ([그림 6])에 본 연구의 모델을 적용하였다. 전체 네트워크는 모두 8개의 직사각형 단면을 갖는 수로로 구성되며, 각 하천의 경사, 폭, Manning 계수, 초기 유량, 길이 등 수리학적 특성은 [표 1]에 정리한 바와 같다. 지류인 수로 1, 2, 4, 5, 7의 유입 유량은 14.165 m^3/s에서 시작하여 5시간 후에 최고치인 65.158 m^3/s에 이르고 다시 선형적으로 감소하여 10시간 후에는 14.165 m^3/s를 계속 유지하는 것으로 가정하였으며, 이를 경계조건으로 적용하였다. 그림 7은 수로 8의 하단에서 유량을 계산한 결과를 Zhang (2005)의 유한차분법 및 유한요소법에 의한 결과와 비교한 것이다. 유한차분법에 의한 결과가 첨두값을 다소 크게 산정한 데 비하여 두 유한요소법에 의한 결과는 매우 유사한 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

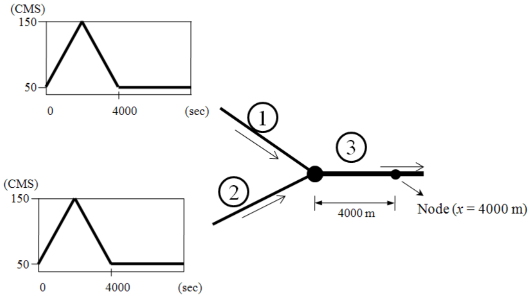
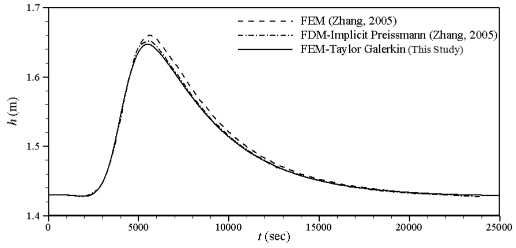
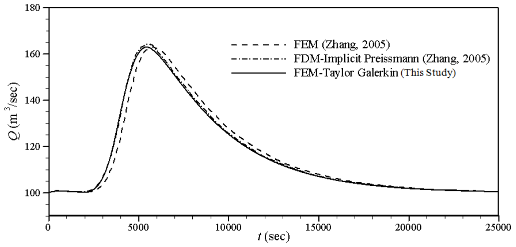


그림 4. 합류점을 가진 세 하도와 합류 이후 하도의 관찰점 (x = 4,000 m)

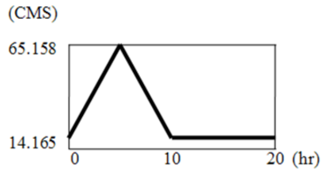


(a) 하도 관측점에서의 수위 (m)

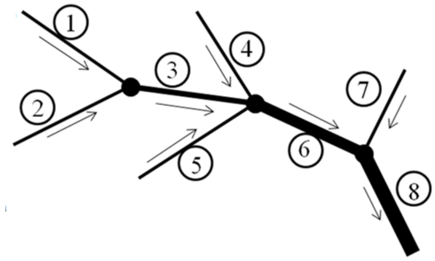


(b) 하도 관측점에서의 유량 (m^3/s)

그림 5. 합류점을 가진 하도(그림 4)의 관측점 수위와 유량



(a) 하도 1,2,4,5,7 유입부의 입력 수문곡선



(b) 수지상(dendritic) 하도 네트워크

그림 6. 하도 네트워크와 입력 수문곡선(Choi 와 Molinas, 1993)

표 1. 하도 네트워크 문제에서 각 하도의 제원(Choi 와 Molinas, 1993)

Channel Number	1,2,4, 5,7	3	6	8
Slope, S0	0.002	0.002	0.002	0.002
Bottom Width (m)	30.5	61.0	122.0	152.0
Manning’s n	0.04	0.04	0.04	0.04
Initial Discharge (m^3/s)	14.165	28.330	56.660	70.825
Length (m)	9,654	9,654	9,654	9,654

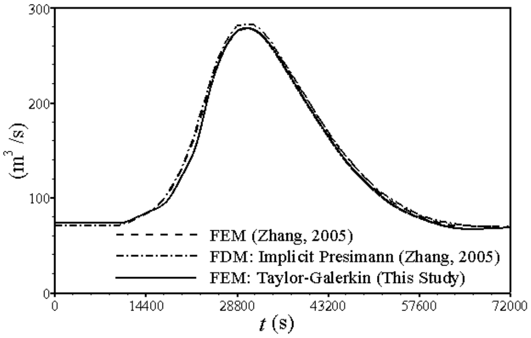


그림 7. 하도 8의 중간점에서의 유량의 비교

III. 결 론

테일러-갤러킨 유한요소법을 St. Venant 방정식의차분에 적용하여, 단일 하도의 배수문제, 합류점을 포함한 하천 네트워크의 홍수 추적을 모의하였다. 적용결과에서 보는 바와 같이, 기존의 수치해와 비교하여 매우 잘 일치함을 확인하였다. 다만, 본 연구에서는 직사각형, 사다리꼴 하천에만 적용하였기 때문에, 일반적인 자연하천에 적용할 때에는 합류점에서 보다 더 정교한 기법이 필요할 것이다.

본 연구의 모델은 운동량방정식과 연속방정식을 순차적으로 해석해 나가기 때문에 적용이 용이하며, 삼대각 행렬의 요소에 더하여, 합류점으로 인한 몇 개의 추가 요소만을 연산에 사용하기 때문에 삼대각 행렬 계산을 위한 알고리즘을 최소한으로 수정하여 적용할 수 있으므로, 계산 시간 측면과 행렬저장을 위한 전산 메모리 측면에서 매우 유리할 것으로 추정된다. 향후 이에 대하여 본 연구의 모델을 포함하여 여러 모델들을 정량적인 방법으로 비교, 분석할 필요가 있다.

향후 2차원 유한요소 모형과의 연계 등에서도 같은 유한요소법을 사용한다는 측면에서 유리할 것으로 예상할 수 있다. 현재 네트워크를 포함한 보다 복잡한 루프(loop) 등에 대해서도 본 연구의 모델을 적용할 예정이며, 이 경우에 삼대각 행렬이 아닌 복잡한 행렬 알고리즘을 필요로 하여, 이를 위한 연구가 진행 중이다.

참 고 문 헌

[1] 한건연, 백창현, 박경옥, "SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소 해석 - Ⅰ. 이론 및 수치안정성 해석". 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제24권, 제ⅢB호, pp.183-192, 2004a.

[2] 한건연, 박경옥, 백창현. "SU/PG 기법에 의한 하천흐름의 유한요소 해석 - Ⅱ. 적용". 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제24권, 제ⅢB호, pp.193-199, 2004b.

[3] Chaudhry, M.H. *Open-Channel Flow*, Springer, 2007.

[4] G. W. Choi and A. Molinas, "Simultaneous solution algorithm for channel network modeling." Water Resource Research, Vol.29,

pp.321-328, 1993.

[5] J. A. Cunge, F. M. Holly, Jr. and A. Verwey, *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Pitman Press, 1980.

[6] J. Donea, "A Taylor-Galerkin method for convective transport problems," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.20. pp.101-120, 1984.

[7] F. E. Hicks and P. M. Steffler, "A Characteristic-Dissipative-Galerkin scheme for open channel flow" Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.118, No.2, pp.337-352, 1992.

[8] T. J. R. Hughes, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Dover Publications, 2000.

[9] N. Katopodes, "Two-dimensional surges and shocks in open channels". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.6, pp.794-812, 1984.

[10] N. Katopodes and C. T. Wu, "Explicit computation of discontinuous channel flow," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.112, No.6, pp.456-475, 1986.

[11] J. Peraire, O. C. Zienkiewicz, and K. Morgan, "Shallow water problems: a general explicit formulation," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.22, pp.547 - 574, 1986.

[12] Y. Zhang, "Simulation of open channel network flows using finite element approach," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol.10, pp.467-478, 2005.

저 자 소 개

이 해 균(Haegyun Lee) 정회원

- 1995년 2월 : 서울대학교 토목공학과(공학사)
- 1997년 2월 : 서울대학교 토목공학과(공학석사)
- 2007년 7월 : 미국 아이오와 대학교 토목공학과(공학박사)
- 2009년 3월 ~ 현재 : 단국대학교 천안캠퍼스 토목환경공학과 전임강사

<관심분야> : 수리학, 전산유체역학, 수자원공학