

# 산술과 대수 영역의 문장제 문제해결 전략에 대한 초등 예비교사의 내용지식 연구

## The Study on Elementary Preservice Teachers' Content Knowledge in Arithmetic and Algebra Word Problems Solving Strategy

이종학

대구교육대학교 수학교육과

Jeong-Hak Lee(mathro@dnue.ac.kr)

### 요약

본 연구의 목적은 통계적 방법을 활용해 산술과 대수 영역에서 초등 예비교사들의 문장제 문제해결 능력과 그들이 선호하는 전략, 그리고 평가 능력을 알아보는 것이다.

연구의 결과, 첫째, 초등 예비교사들은 대수의 문장제 문제해결에서 뿐만 아니라 산술 문항에서도 논리적이고 절차적인 대수적 문제해결 행태를 보였지만, 산술문항에서 선호하는 문제해결 전략은 식세우기 전략과 표만들기 전략이었다. 둘째, 수학교육과 영어교육을 심화 전공하는 초등 예비교사들의 평가 점수는 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타났지만, 1학년과 4학년 초등 예비교사 집단의 평가 점수는 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타나지 않았다.

이 결과는 초등 예비교사들의 문장제 문제해결, 적합한 전략의 선택, 평가에서 단계별 향상을 위한 산술과 대수 영역의 정교하고 구조화된 예비교사교육이 필요함을 시사한다.

■ 중심어 : | 초등예비교사 | 산술 | 대수 | 문장제 문제해결 |

### Abstract

The purpose of this study is to analyze that The arithmetic and algebraic word problem solving skill, strategy preference, and assessment ability of elementary preservice teachers is investigated using a statistical methodology. The research findings are as follows.

First, elementary preservice teachers demonstrated logical and delicate problem solving behaviors in arithmetic and algebraic word problem solving. And elementary preservice teachers prefer to create a formula and table strategy in problem solving of the arithmetic question. Second, there was meaningful difference in the math and english elementary preservice teachers' appreciations with significant level of 0.05. And there was not meaningful difference in the 1 and 4 grade elementary preservice teachers' appreciations with significant level of  $\alpha = 0.05$ .

Results of the study suggest that teachers education course need to improve elementary preservice teachers' word problem solving skill, strategy preference, and assessment ability in the arithmetic and algebraic.

■ keyword : | Elementary Preservice Teacher | Arithmetic | Algebra | Word Problem Solving |

\* 본 연구는 대구교육대학교 교내 학술연구(RC2013020) 연구과제로 수행되었습니다.

접수일자 : 2014년 09월 03일

심사완료일 : 2014년 10월 06일

수정일자 : 2014년 10월 06일

교신저자 : 이종학, e-mail : mathro@dnue.ac.kr

## I. 서론

대수적인 방법을 기반으로 수학적 이론을 구성해 가는 수학의 대수화는 학문으로서의 현대 수학이 지닌 주요한 특징이다. 이에 학교 수학의 한 영역인 초등학교의 산술과 중등학교의 대수는 오랫동안 학교 수학교육에서 다루어야 할 중요한 과제 중 하나로 여겨져 왔으며, 이에 초등수학에서는 대부분의 수학이 수를 토대로 하고 있고, 중등수학에서는 대수와 관련된 영역이 수학과 교육과정의 40%에 이를 정도로 학교수학에서 큰 비중을 차지한다.

그렇지만 산술과 대수 영역의 교수·학습은 학교수학에서 문서화된 교육과정 상의 명확하게 구분된 내용 체계에 따라 이루어지면서 중등학교의 대수 학습에 많은 문제점을 야기하고 있으며, 초등수학에서 중등수학으로 이행하는 전환기 학생들에게 산술적 사고에서 대수적 사고로의 전환을 어렵게 하는 주요한 원인이 되기도 한다[1]. 더불어 대수는 초등수학에서 중등수학으로의 이행에서 가장 큰 장애 요인으로 여겨진다[2]. 이러한 상황에도 학교대수의 실제인 수업을 개선하는 바에서 개혁은 문서의 문제가 아니라 인적 자원의 문제이며, 따라서 학교수학의 산술·대수 교육에서 교육과정의 문제와 함께 실제적인 역할을 담당하는 교사 요인이 중요하다고 할 수 있다[3]. 즉, 수학과 교육과정에서 산술·대수 영역의 내용 체계의 연결성 탐색이나 학습자 인지 수준에 따른 내용 수준의 적정성 유지 및 구체성 증대 등의 측면을 살펴보는 것과 함께 학교수학의 산술·대수 교육에서 직접적인 역할을 담당하는 교사 요인에 대해 알아볼 필요가 있다. 이에 본 연구는 학교 현장에서 학생들의 산술에서 대수로의 이행 과정에 주요한 영향을 미치는 교사 요인을 분석하고, 수학 교사의 역할을 강조한 몇몇 연구에 기반하고 있다[4-7].

학교 현장에서 교사는 문서화된 교육과정을 실행하는 주체이며, 교실에서 교수 활동의 전문가로서의 역할을 수행한다. 다시 말해 교사는 교수·학습 과정에서 학생들이 무엇을 학습해야 하는가와 어떻게 가르치고 평가할 것인가를 결정하는 역할을 담당한다. 또한 이 과정에서 학생들의 이해 수준과 교사의 교과·교수학적 지

식에 대한 상관관계는 학생들이 지닌 다른 배경적인 특징 사이에 존재하는 관계보다 높다고 할 수 있다. 따라서 수학 교사는 수학교과에 대한 전문 지식을 가지고 있어야 하며, 적절한 수업 수행능력과 실행한 수업 내용에 대해 적절한 평가 능력을 지녀야 한다. 다시 말해 교사는 명료한 교과 내용지식을 기반으로 가르칠 내용을 조직하고 적절하게 수업에 적용하는 교수학적 내용지식(PCK)을 갖추고 있어야 한다.

초등수학 교사들의 지식은 초등학생들을 가르치기에 적합하게 조직되어 있기 때문에 초등수학 교사들이 수학 전문가들보다 초등 교과 지식에 대해 심도 있고 풍부한 체제와 조직을 구성하고 있다고 할 수 있다[8]. 이는 학교수학에서 수학 지식의 양은 학교수학 지도에 충분한 처방이 아니라는 것을 반증하면서, 학교수학 교육의 측면에서 학교급이나 학년간의 위계적인 학교수학 내용을 연결하여 적절하게 표현하고 또한 조직하여 지도하는 교사의 PCK가 중요한 수행 요인으로 요구됨을 보여주는 것이다. 이때, PCK는 학습자의 수학적 내용 이해를 향상시키고자 하는 의도에서 내용을 가르치는 방법에 대한 지식이며, 교사가 풍부한 교수 경험과 실천을 통해 지속적으로 개발해 나가는 것으로 교사의 전문성을 가장 잘 드러내는 영역이다. 일반적으로 PCK는 경험적이고 실천적인 지식으로 여겨지기 때문에 예비 교사들은 PCK를 거의 지니고 있지 못하다고 알려져 있다[9]. 그렇지만 수학과 PCK가 학생들이 학교수학의 내용을 이해하도록 어떻게 잘 가르칠 것인가에 관한 것이라면 앞으로 현장에서 학교수학 교육을 담당할 예비 교사들에게 적절한 예비교사 교육과 다양하고 실제적인 교수 경험을 통해 일정 수준의 PCK를 구성하도록 하는 것이 필요할 것이다.

학교수학의 산술지도에 대한 몇몇 연구들은 산술에서 대수로의 이행과정에서 학생들에게 나타나는 장애 요인에 대해서 밝히고 있다[10-12]. 또한 최근의 몇몇 연구들에서 학교수학의 산술과 대수 사이의 간격을 줄이는 방안에 대한 논의가 활발히 전개되고 있다[1]. 그리고 위와 같은 선행 연구들은 학생들이 산술·대수의 기호적인 조작을 어떻게 수행하는가와 이들이 범하는 오류의 진단과 처방 등을 포함하여 어떻게 학습자들이

대수적인 개념을 이해하고 사고하는가를 파악할 수 있는 심도 있는 근거들은 제공하고 있다[13].

그렇지만, 현재까지 수행된 대다수의 연구들은 대수 지도와 관련된 교사의 지식과 실제에 대하여 거의 관심을 두지 않고 있으며[13], 최근까지 대수 지도의 교사 지식과 관련해서는 대수 영역에서 중등 예비교사들이 지닌 교수법적 지식을 알아보는 연구가 이루어졌다. 이 연구에서 연구자는 중등 예비교사들은 대수 문제에서 85%의 정답률을 보였고, 오류가 있는 답안에 대해서 잘못된 이유를 찾아내 바르게 설명하며 이에 따른 적절한 지도방법을 수행할 수 있었다고 주장한다[14]. 그렇지만 위의 두 연구에서 알 수 있듯이 중등학교 대수 학습의 기반이 되는 초등학교 산술 영역에서 초등 예비교사들이 지닌 내용지식에 대한 분석은 아직까지 이루어지지 못하고 있는 실정이다.

이에 본 연구에서는 초등 예비교사들이 산술과 대수 영역의 문장제 문제를 해결하는 산술·대수적 방법에 대한 분석과 그 방법에 대한 초등 예비교사들의 평가점수를 통계적으로 처리하여 산술과 대수 영역에서 초등 예비교사들이 구성하고 있다고 여기는 내용지식을 정의적 측면에서 알아보고, 이를 통해 예비교사들의 산술·대수 영역 지도에 대한 시사점을 제시하고자 한다.

## II. 이론적 배경

### 1. 산술에서 대수로의 이행

초등학교와 중등학교에서 다루는 산술과 대수 영역은  $=, +, -, \times, \div$  등의 수학적 기호들을 공유하고 있다. 이에 초·중등학교급의 산술과 대수 영역 사이에는 공통적이면서 연속적인 측면이 존재함에도 서로 공유하는 수학적 표현들을 해석하는 방식이나 알고리즘의 절차적 적용 등의 수학적 전개 측면에서는 차이가 있으며, 따라서 학생들은 산술과 대수로의 이행 과정에서 불연속적인 발달을 보이는 것이 현실이다.

학생들은 초등학교에서 미지수를 사용하여 산술 문제를 푸는 방식을 학습하지만 중등수학에서 수치적인 관계를 나타내는 법칙을 증명하거나 절차적 해결을 위

해 일반적인 기호를 사용하는 대수 문제를 접할 때는 어려움에 직면한다[12]. 그렇지만 이러한 현실 상황에서도 학교수학에서 산술과 대수의 지도가 통합적으로 이루어져야 하는 이유는 다음과 같다.

산술이 정해진 대상에 대해 특수한 방법으로 문제를 다루는 반면, 대수는 결과를 가지고 정해지지 않은 대상에 대해 보편적인 방식으로 문제를 다룬다. 주어진 양으로부터 구하려 양을 체계적인 진행에 의해 풀어나가는 산술과는 대조적으로, 대수에서는 대부분이 구해진 양으로부터 주어진 양으로 퇴행한다. 그렇지만 산술은 대수에 매우 유용한 도구이므로 산술과 대수는 함께 구성되는 듯하다([13], 재인용).

위의 주장과 같이 산술·대수의 지식과 사고는 학생들에게 통합적으로 지도되고 또한 동시에 구성되어야 한다. 즉, 산술과 대수의 통합적 지도와 연결을 위해 필요한 교실 활동으로 첫째, 단순히 수적인 답 계산이 아닌 관계에 초점을 두는 것, 둘째, 실행과 역실행에 대한 아이디어에 초점을 두는 것, 셋째, 문제를 푸는 것이 아니라 문제를 풀고 표상하는 것에 초점을 두는 것, 넷째, 수에만 초점을 두는 게 아니라 수와 문자에 초점을 두는 것, 다섯째, 등호의 의미에 초점을 맞추는 것이 필요하다[13].

산술과 대수에 대한 현재까지의 연구들은 학생들이 대수적 문제 해결에 관련하여 상황을 해석하여 재진술하고 단순화하여 대수적 표현으로 기호화하는 과정을 통해 식을 구성하는 것을 어려워함을 밝히고 있다 [10][15][16]. 또한 관련하여 몇몇 연구들은 산술과 대수의 전이에서 학생들이 접하게 되는 여러 형태의 오개념들이 존재하고 선행된 산술적 이해가 대수적 이해에 장애를 가져올 수 있음을 밝히고 있다[10-12][17]. 따라서 산술에서 대수로의 전환에서 겪는 곤란을 해결하기 위해서는 수학적 개념이나 문제를 표현하고 탐구하기 위해 대수 기호화의 필요성을 인식하도록 하는 대수 환경으로 교실이 구성될 필요가 있다. 그리고 학생들이 산술에서 대수로의 이행을 좀 더 수월하게 수행할 수 있도록 선행적인 측면에서 초등학교에서의 산술 지도는 대수적인 형식화가 진행되지 않은 상황에서도 대수적

개념이나 문제를 충분히 해결할 수 있도록 지도가 이루어져야 한다.

양들 사이의 관계를 파악하고 변화를 강조하며, 수학적 관계를 형식적인 방법으로 표현하는 대수적 사고를 촉진하는 초등 수학교실에서의 산술·대수 수업은 중등학교에서 대수 학습의 원활한 이행을 위한 확고한 기초가 된다. 따라서 학교 수학의 초기 단계에서부터 대수가 지도되어야 하며, 대수 지도에서 교사의 수학적 지식을 강조하여[13], 학생뿐만 아니라 교사에게도 대수적 사고를 신장시킬 필요가 있다[18]. 그렇지만 대체로 초등 예비교사들은 대수적 사고를 수를 이용해 방정식을 풀고, 식을 조작하기 위해 규칙을 암기하고 학습하는 교과목, 즉 대수와 동일한 것으로 여기는 경향이 있다[13]. 더욱이 대수를 지도하는 교사들도 대수 학습의 핵심적인 내용 요소에 대해서 극히 제한된 개념 및 지식을 지니고 있다[12].

이와 같이 학교대수에 대한 많은 비판이 제시되지만, 초등학교급에서 대수 교육은 계속적으로 변화되고 있고[2], 이 변화는 대체로 초등 수학교사들이 구성된 교과내용·교수학적·교육과정 지식의 변화와 주요한 관련이 있다고 할 수 있다. 다시 말해 초등학교 수학교실에서 어떤 대수가 가르쳐지고, 무엇을 어떻게 배우고 있는가의 문제는 초등수학 교사가 구성된 PCK에 의해 결정되고, 이 PCK는 나아가 학교 대수교육의 본질적 변화를 주도할 수 있는 기반이 된다.

## 2. 초등 예비교사의 PCK

초·중등교사 양성 교육은 추후에 학교 수학교육의 발전과 질적 향상에 직접적인 영향을 미치기 때문에 예비교사 양성 교육과정의 수준과 내용은 수학교육학의 중요한 연구 분야이다[19]. 이에 몇몇 연구들은 교사양성 교육에 대한 일관된 제언들을 하고 있다[20-23]. 이 제언들과 같이 교사의 지식이 가르치는 방법, 수업의 내용과 과정, 학생의 학업 성취 등에 주요한 영향을 미치며, 수업을 계획하고 과제를 선택하여 학생을 평가하는데 중요한 역할을 한다면 수행된 연구들에서 제언한 바와 같이 교사 양성교육은 예비교사들이 교과내용·교수학적·교육과정의 지식을 적절하게 구성하도록 해야

할 책무성을 지닌다[23].

이에 몇몇 연구에서 주장한 바와 같이 대수를 지도하는 교사들에 대한 대표적인 비판 요인인 대수적 사고를 대수와 동일한 것으로 여기고, 대수의 일반화된 산술로서의 측면을 간과하여 대수와 산술이 연결되지 않는다는 인식의 변화를 이끌 수 있다면, 초등수학에서 학습하는 산술의 내용을 좀 더 풍부하게 하고 일반화를 추구하며, 학생들이 중등 수학의 이행기에서 겪는 대수에 대한 어려움을 완화할 수 있을 것이다[12][13][24].

전통적으로 수학과 교육과정은 대수와 산술을 엄격히 구분하여 학교 수학에서는 초등 수학에 우선적으로 초점을 둔 산술과 중등 수학에 초점을 둔 대수로 지도되고 있다. 그렇지만 이와 같은 구분은 학생들이 상급 학교에서 대수를 학습하는데 어려움을 준다는 것이 밝혀졌으며[25], 이에 초등 예비교사들은 대수와 산술의 연결성을 이해하고 앞으로의 교실 수업에 적용함으로써 학생들이 지닌 산술·대수에 대한 다양한 곤란들을 효과적으로 제거할 수 있어야 한다.

초등수학에서 산술은 양 사이의 관계를 분석, 구조의 파악, 모델링, 문제 해결, 정당화, 반성과 같은 수학적 사고를 개발해야 한다. 연장된 선상에서 대수 지도는 초등 수학의 산술 영역을 자연스럽게 연결하고 확장하는 방식이 추구되어야 할 것이고, 학생들은 산술과 대수가 수평적·수직적으로 연결되어 있음을 파악할 수 있어야 한다. 또한 초등수학에서 산술 지도는 대수적 사고를 개발하는 과정의 중간 단계가 아닌 대수적 사고와 연결되어 있으면서 또한 다른 형태의 수학적 사고를 필요로 함을 인식해야 한다. 따라서 초등 예비교사들은 산술·대수의 문제 해결에서 대수·산술적 해법을 적용할 수 있고 서로 연결하여 파악할 수 있으며, 풀이에 대해 초·중등학교급에 타당한 평가를 수행할 수 있어야 한다.

학교수학의 기초 단계인 초등학교 수학에서 대수를 어떻게 다룰 것인가에 대한 최근의 연구(들은 대수가 본질적으로 산술에 토대를 두고 있으며, 따라서 초등학교에서 산술과 대수를 통합하여 다루어야 함을 주장한다[26][27]. 또한, 초등학교생들에게 지도되어야 할 일반화된 산술로서의 초기 대수로 범자연수의 성질과 관계

탐색, 범자연수 연산이 성질 탐구, 양 사이의 관계에 대한 표현을 통해 동치 관계 탐구, 수의 대수적 처리, 미지의 값이 포함된 수식 해결하기를 제시한다[18]. 따라서 초등 예비교사들은 기본적으로 학교대수를 이해하고 있어야 할 뿐 아니라 실제 문제를 산술과 대수적인 두 가지 방법으로 해결하고 학생들을 지도할 수 있어야 한다. 그렇지만 대다수의 초·중등 예비 교사들이 문제 상황에서 산술과 대수적인 방법을 유연하고 자연스럽게 연결하여 문제를 해결하는 것을 어려워하는 경향이 있다[6]. 또한, 초·중등 예비 교사들이 복잡한 수학적 문제를 대수적으로 해결하면서 기본적인 규칙을 적용하는 데도 곤란을 겪으며, 다양한 문제해결 전략을 적용하여 문제를 해결하는데도 능숙하지 않다[6].

초등 예비교사들에게 산술·대수적 측면에 따라 산술과 대수 문제에 다양한 문제해결 전략을 적용하여 문제를 해결하고 해결한 방법을 평가하도록 하는 것은 그들이 학교 현장에서 산술과 대수 영역을 지도할 때, 학생들이 첫째, 산술과 대수 형태로 문제를 표현함으로써 양의 관계를 더욱 깊이 이해하도록 할 수 있고, 둘째, 산술적 접근과 대수적 접근 사이의 차이점과 공통점을 발견하도록 안내함으로써 산술에서 대수적 사고로 자연스럽게 전환을 할 수 있도록 하며, 셋째, 문제해결에 가장 적절한 접근을 하도록 사고의 방법뿐만 아니라 대수와 산술에서의 유연성을 개발하도록 할 수 있다[13]. 이에 본고는 일반화된 산술로 초기대수의 지도 내용인 양 사이의 관계에 대한 표현, 동치관계 탐구, 수의 대수적 처리, 미지수가 포함된 산술·대수 문제의 해결에서 초등 예비교사들이 구성한 지식에 대해서 분석하고자 하였다.

### III. 연구 방법

#### 1. 연구 대상

본 연구는 초등 예비교사들이 산술과 대수 영역의 문장제 문제를 해결하는 과정에서 산술과 대수 지도의 측면에서 문제해결 전략을 얼마나 효과적으로 적용하고 유연하게 연결하는지를 알아보고, 또한 자신의 풀이 전

략 및 방법을 어떻게 평가하는가를 분석하고자 하였다. 이를 위해 D광역시 소재 D교육대학에서 전공별 선호도가 높은 학과들 중에 포함되며, 문·이과적 특성을 가장 잘 반영한다고 여겨지는 수학 및 영어교육을 심화 전공하는 1·4학년 학생 각 25명으로 총 100명을 연구 대상으로 선정하였다. 그러나 산술·대수 영역의 문제해결 전략과 평가 능력을 조사하는 검사에서 불성실한 응답 자료를 제외함으로써 실제적으로 연구에 참여한 초등 예비교사는 [표 1]과 같이 모두 91명이었다.

표 1. 연구 대상

	학생수		
	수학교육	영어교육	합계
1학년	24	23	47
4학년	23	21	44
합계	47	44	91

또한 연구 대상에 대한 무선 표집을 시행하기 어려운 현실적인 여건으로 연구자와 실험이 가능한 집단으로 연구 집단을 편의 추출하였으며, 연구 집단은 D교육대학의 교사 교육과정의 처음과 마지막 해에 해당하는 1·4학년으로 구성하였다.

위의 [표 1]에서 4학년 초등 예비교사들은 수학 교과를 포함한 D교육대학의 모든 교사 교육과정을 이수한 학생들이고, 대다수의 예비 교사들이 임용 선발시험이라는 절차를 거쳐 이후 초등학교에서 수학을 지도하게 된다. D교육대학의 교사양성 교육과정은 교양과정, 교직과정, 전공과정으로 구성되며, 수학·영어 교육과 학생들은 수학 및 수학교육과 관련된 강좌로 전공과정에서 필수적으로 「수학교과 교재연구 및 지도법」 과 「초등수학교육론」 을, 교양과정에서 「수학의 이해」 를 이수한다. 순수수학의 기본적인 내용을 다루는 「수학의 이해」 는 1학년에서 모든 수학·영어 교육과 학생들이 이수하는 강좌이고, 「수학교과 교재연구 및 지도법」 과 「초등수학교육론」 은 2학년에 개설된 수학교육 강좌이다. 그리고 교육과정 편제상 3학년부터는 각 과에 해당하는 심화전공의 강좌를 중점적으로 수강하면서 교과지도와 평가를 포함하여 초등교사로서 갖추어야 할 내용지식을 구성한다.

기본적으로 수학교육과 학생들은 수학내용학 강좌로 「해석학과 함수교육」, 「정수와 연산」, 「현대대수 교육」, 「통계학과 통계교육」, 「초등기하학」을 수강하고, 수학교육학 강좌로 「수학교육의 이해와 실제」, 「수학사 및 수학기초론」, 「특수아 교육론 및 평가」, 「컴퓨터와 수학교육」을 이수한다. 반면에 영어교육과의 3학년 이후 교육과정에는 수학 및 수학교육과 관련된 강좌가 편성되어 있지 않다.

본 연구에서 연구 대상으로 1학년 예비교사들을 선정한 것은 4학년 초등수학 예비교사들과 비교하여 초등 예비교사들의 산술과 대수 영역에서 문장제 문제해결 능력을 알아보려 함이다. 이에 먼저 D교육대학 정시 전형 입학생들의 고등학교 과정에서 인문·자연계 학생의 비율을 살펴보면 다음 [표 2]와 같다.

표 2. 자연계열 학생의 비율

	2011	2012	2013	2014	합계
입학생수	428	306	304	292	1,330
자연계열	58	52	64	81	255
비율	13.6	16.9	21.1	27.7	19.2

위의 [표 2]와 같이 D교육대학의 입학생에서 자연계 학생의 비율은 19.2% 내외이다. 반면에 수학교육과 1·4학년 예비교사들의 자연계 학생의 비율은 각각 28.3%와 27.4%이고, 영어교육과는 6.2%와 13.8%로 수학교육과의 자연계열 학생 비율이 높았다. 그렇지만, 본 연구에서는 초등 예비교사들이 구성한 산술과 대수 영역의 문장제 문제해결 능력을 살펴보는 과정에서 연구 대상을 인문·자연계열로 구분하지 않고, 수학 및 영어교육으로 전공과 학년별로 집단을 구성하였다. 이는 문제해결 전략 및 평가의 측면에서 교육대학의 예비교사 교육 과정이 초등 예비교사들에게 미치는 영향이 어떠한가의 측면을 살펴보기 위함이었다. 또한, 담임교사가 초등 수학을 포함한 모든 교과를 지도하는 초등교육의 특성상 교육대학에서 영어교육을 전공하는 초등 예비교사들도 추후에 초등 수학을 지도해야 하는 현실적 측면을 반영한 것이다.

2. 문제해결 전략 및 평가 능력 검사 도구

본 연구에서 활용한 지필 검사지[부록 1]는 초·중등 예비교사를 대상으로 한 산술·대수 영역의 문제해결 전

표 3. 검사지의 문항별 속성[6]

의미론적 범주	문항	수학적 구조 (산술 또는 대수)
부등 분할	(산술 문항 1) A초등학교 재학생 345명은 스포츠의 날에 인라인 스케이트, 수영, 자전거 타기 중에서 하나를 선택한다. 자전거를 선택한 학생의 두 배가 인라인 스케이트를 선택했다. 또한, 수영을 선택한 학생은 인라인 스케이트를 선택한 학생보다 30명 더 적었다. 그리고 수영을 선택한 학생은 120명이었다. 인라인 스케이트와 자전거를 선택한 학생은 몇 명인가 구하시오	
	(대수 문항 1) A회사의 직원 372명 중에서 현장 직원은 판매원 수의 4배이다. 그리고 판매원은 매니저보다 18명 더 많다. A회사에서 현장직원, 판매원, 매니저의 수는 몇 명인가 구하시오	
변환	(산술 문항 2) 15년 후에 Jeroen의 나이는 Stijn 나이의 두 배가 된다. 현재 Jeroen이 37세라면 Stijn은 몇 살인가 구하시오.	
	(대수 문항 2) 작년에 A농부가 소유한 땅은 B농부보다 9ha 적었다. 올해에 B농부는 10ha의 땅을, A농부는 그 두 배의 땅을 샀다. 이에 따라 A농부의 땅은 B농부의 땅보다 7ha가 적어졌다. 작년에 두 농부가 가지고 있던 땅은 각각 얼마인가 구하시오	
양들의 관계	(산술 문항 3) A영화관은 어느 날 8220프랑의 매출을 올렸다. 그 날에 한 장의 값이 210프랑인 어른 표는 30장이 팔렸다. 어린이 표는 어른 표보다 50프랑이 싸다고 할 때, 그 날 팔린 어린이 표는 몇 장인가 구하시오	
	(대수 문항 3) A가공 공장은 2종류의 화물차를 이용해 최대 632개를 운반하려 한다. 크거나 작은 화물차는 각각 최대 26개와 20개를 운반할 수 있는데, 작은 화물차는 큰 화물차보다 4대가 더 많았다. 각 트럭의 개수를 구하시오.	

략 검사지로[6], 산술과 대수 문제의 의미론적 범주에 적합한 총 12개의 문장제 문항으로 이루어져 있다[16]. 본 연구에서는 산술과 대수 문제의 의미론적 범주인 부등 분할(Unequal partition), 변환(Transformation), 양들 사이의 관계(Relation between quantities)에 해당하는 문항이면서 산술적인 방법과 대수적인 방법으로 각각 해결이 가능한 6개의 문장제 문항으로 [표 3]과 같이 구성하였다[6].

위의 [표 3]과 같이 산술과 대수의 부등 분할, 변환, 양들의 관계에 대한 문제 해결을 위해서 예비교사들은 양 사이의 관계에 대한 표현을 통해 동치 관계 탐구, 수의 대수적 처리, 미지의 값이 포함된 수식 해결하기 등의 산술과 대수로의 이행에서 요구되는 교수학적 내용 지식을 갖추고 있어야 하며, 이는 추후에 초등 수학을 지도하는 예비교사에게 요구되는 PCK로 연결된다.

일반적으로 산술 문항도 대수적인 방법으로 해결이 가능하지만, 본 연구에서 활용한 문제해결 전략 및 평가 능력 검사지의 산술 문항들은 산술적인 방법을 적용할 때 효과적인 문제 해결이 가능한 문제들이다. 또한 본 연구에서 활용한 검사지의 대수 문제들은 최소한 한 개 이상의 식을 세워야 해결이 가능한 형태였고, 산술 문제들은 추측과 확인, 상황의 조작, 수 사이의 관계 전략 등으로 해결이 가능한 문제들이었다.

이 전략 중에서 추측과 확인 전략은 어렵값을 대입하면서 해가 존재하는 범위를 줄여 해를 찾는 전략이고, 상황의 조작은 산술적인 풀이가 가능하도록 문제를 변경하거나 재구조화하는 것이다[6]. 상황의 조작 전략은 대수 문제의 해결에도 효율적으로 활용할 수 있으며, 산술 문제에서는 몇 가지 조건의 조작을 통한 우회적인 형태의 문제 해결을 추구한다. 또한 수 사이의 관계 전략은 가정에 제시된 수들 사이의 관계를 파악함으로써 해를 찾는 전략으로 식을 사용하지 않거나 수들 사이의 관계를 나타내는 간단한 수식을 활용한다.

### 3. 자료 분석

초등 예비교사들을 대상으로 한 문제해결 전략 및 평가 능력 검사는 2013년 10월 7일부터 11일까지 이루어졌으며, 50분 동안 검사에 대한 안내와 함께 지필 형태

의 검사를 실시하여 총 91부의 검사지를 회수하였다. 수집한 검사지는 SPSS 10을 사용하여 통계적 분석을 수행하였다.

분석 방법은 먼저 검사지에서 초등 예비교사들은 자신의 풀이 방법이 옳거나 불완전하든 간에 본인이 타당하다고 여기는 주관적인 점수를 문제마다 각각 부여하였는데, 자신의 산술과 대수적인 해결 전략에 대해서 10점 리커트 척도로 ‘매우 타당하다’에 9~10점, ‘타당하다’에 7~8점, ‘보통이다’에 5~6점, ‘부족하다’에 3~4점, ‘매우 부족하다’에 1~2점, 무응답이거나 전략이 의미 없는 경우에 0점으로 코딩을 하였다.

코딩한 점수를 기반으로 한 통계적 처리는 연구 대상 각 집단에서 평가 점수의 차이를 알아보기 위하여 독립 표본 t-검정을 수행하였다. 그리고 본 실험에 참여한 초등 예비교사들의 평가 능력에서 수준별 차이점을 자세히 알아보기 위하여 군집 분석(Ward 계층분석)을 실시하여 집단 간의 차이를 분석하였다.

군집 내에서 연구 대상들은 가급적 유사하게, 그리고 구분된 군집들 간에는 유효한 차이가 있도록 연구대상들을 그룹화하는 군집 분석의 결과에 따라 본 연구에서는 초등 예비교사들의 문제해결 전략의 유형을 군집 분석의 일반적인 유형인 세 집단(상위, 중위, 하위 집단)에 대해서 분류하여 분석하였다.

## IV. 연구 결과 및 논의

### 1. 산술·대수 문제 평가에 대한 분석 결과

먼저 수학과 영어교육을 심화 전공하는 초등 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사 의 결과는 [표 4]와 같다.

표 4. 평가능력 검사 결과(수학, 영어교육 예비교사)

대상	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수학	47	42.0213	8.0985	4.354	0.000*
영어	44	33.5909	10.3053		

(\*p<.05)

위의 [표 4]에서 수학교육을 전공하는 초등 예비교사

들의 평균은 42.0213으로 영어를 심화 전공하는 초등 예비교사들의 평균 33.5909과 비교해서 8.4304점이 높았지만 흠어진 정도인 표준편차는 1.7932점이 낮았고, 두 집단 간에는 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 있었다. 즉 수학교육을 전공하는 초등 예비교사들은 영어교육을 전공하는 초등 예비교사들보다 자신의 풀이에 대해 더 높은 점수를 부여했으며, 이것은 비록 자신이 평가한 점수를 분석한 결과이지만 초등 예비교사들은 심화 전공에 따라 산술과 대수의 문장제 문제 평가 능력의 정의적 측면에 차이가 있음을 말해주는 것이다.

이에 먼저 1학년 예비교사들을 대상으로 문제해결 전략 및 평가능력에 대한 t-검증을 수행하였다. 수학, 영어교육 전공의 1학년 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과는 [표 5]와 같다.

표 5. 평가능력 검사의 결과(1학년 예비교사)

대상/학년	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수학 1	24	44.7917	8.43378	4.159	0.000*
영어 1	33	32.0000	12.36564		

(\*p(.05))

위의 [표 5]에서 수학교육을 전공하는 1학년 초등 예비교사들의 평균은 44.7917으로 영어를 심화 전공하는 1학년 초등 예비교사들의 평균 32.0000과 비교해서 12.7917점이 높았고 흠어진 정도인 표준편차는 4.93186점이 낮았으며, 전체와 같이 1학년 초등 예비교사들의 집단 간에도 유의미한 차이가 나타났다. 이것은 수학교육과의 1학년 초등 예비교사들이 영어교육과의 1학년 초등 예비교사들에 비해서 자연 계열의 학생 비율이 다소 높기 때문이라는 유추도 가능하지만, 검사지 문항의 수준이 초·중학교급에서 해결가능한 문제라는 면과 영어교육을 전공하는 초등 예비교사들도 추후에 초등수학을 지도한다는 측면에서 살펴볼 때 교육대학의 예비교사교육에 시사하는 바가 크다고 할 수 있다.

수학과 영어교육을 전공하는 4학년 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과는 [표 6]과 같다.

표 6. 평가능력 검사의 결과(4학년 예비교사)

대상/학년	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수학 4	23	39.1304	6.75752	1.785	0.081*
영어 4	21	35.3333	7.35074		

(\*p(.05))

위의 [표 6]에서 수학교육을 전공하는 4학년 초등 예비교사들의 평균은 39.1304으로 영어를 심화 전공하는 4학년 초등 예비교사들의 평균 35.3333과 비교해서 4.1304점이 높았는데 이 차이는 1학년 예비교사들의 평균 차이인 12.7917점과 비교해서 크지 않았고 흠어진 정도인 표준편차도 0.59522으로 낮았으며, 4학년 초등 예비교사들의 집단 간에는 유의미한 차이가 나타나지 않았다.

이와 같이 1학년 수학·영어 예비교사들 간에는 유의미한 차이가 있었던 반면에 4학년 예비교사 집단에서 유의미한 차이가 나지 않은 것은 이들이 이미 2학년에서 문제 해결과 관련된 강좌인 「초등수학교육론」을 수강한 결과일 수 있다. 그렇지만 「초등수학교육론」 강좌에서 단편적으로 이루어지는 일반적인 문제 해결 강의가 본 연구의 주제인 산술과 대수적인 형태의 문제 해결과 직접적으로 연관되어 있지 않다는 점에서, 1학년 예비교사들 간에 나타난 유의미한 차이가 4학년 예비교사 집단들 간에는 나타나지 않은 것은 교육대학의 예비교사 양성교육의 긍정적인 측면을 보여주는 것이라 말할 수 있다. 또한 자료의 흠어진 값인 표준편차에서도 1학년 초등 예비교사들에 비해 4학년 예비교사 집단 간의 차이가 작다는 것은 이들 집단이 상대적으로 더 동질적임을 보여주는 결과이다.

수학·영어 교과와 1·4학년 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과는 [표 7]과 같다.

표 7. 평가능력 검사의 결과(1·4학년 예비교사)

대상/학년	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수학영어1	47	38.5319	12.26669	0.579	0.564*
수학영어4	44	37.3182	7.22326		

(\*p(.05))



위의 [표 7]에서 1학년 초등 예비교사들은 4학년 초등 예비교사들과 비교해서 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 없었다. 이것은 1·4학년 예비교사들이 구성하고 있는 문제해결 전략 및 평가의 인지적 측면에서는 유효한 차이가 있을 수 있지만, 정의적 측면에서는 초등 예비교사들간에 큰 차이가 없다는 것을 의미한다.

이에 수학 및 영어교육과에서 1·4학년 예비교사들간에 문제해결 전략 및 평가 능력에 차이가 있는가를 살펴보기 위해서 전공별로 1학년과 4학년 예비교사들을 대상으로 한 문제해결 전략 및 평가능력에 대한 t-검증을 수행하였다.

먼저 수학교육을 전공하는 1학년과 4학년 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과는 [표 8]과 같다.

표 8. 평가능력 검사의 결과(수학 1·4학년 예비교사)

대상	N	평균	표준편차	t-값	p-값
수학1	23	44.5652	8.54840	2.660	0.011*
수학4	21	38.5238	6.20982		

(\*p<.05)

위의 [표 8]에서 수학교육을 전공하는 1학년 초등 예비교사들은 4학년 초등 예비교사들과 비교해서 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타났다.

영어교육을 전공하는 1·4학년 예비교사들을 대상으로 한 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과는 [표 9]와 같다.

표 9. 평가능력 검사의 결과(영어 1·4학년 예비교사)

대상	N	평균	표준편차	t-값	p-값
영어1	23	32.0000	12.36565	-1.074	0.289*
영어4	21	35.3333	7.35074		

(\*p<.05)

위의 [표 9]에서 영어교육을 전공하는 1학년 초등 예비교사들은 4학년 초등 예비교사들과 비교해서 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타나지 않았을 뿐 아니라, 1학년 초등 예비교사들의 평균이 4학년 초등 예비교사들에 비해서 5.01491 점이 높게 나타났다.

이는 수학 교과는 4학년 초등 예비교사들이 자신들의 풀이에 대해 다소 높은 점수를 부여한 반면, 영어 교과는 1학년 초등 예비교사들이 4학년 초등 예비교사들에 비해서 좋은 점수를 부여한 결과이다.

## 2. 산술과 대수 문제 평가에 대한 군집분석 결과

연구에 참여한 수학교육을 심화 전공하는 1, 4학년 초등 예비교사들을 대상으로 산술과 대수 문항의 평가 능력에 대해서 동질적인 집단으로 분류하는 군집분석 결과는 [표 10]과 같다.

표 10. 군집분석 결과(수학 1, 4학년 예비교사)

군집	N	평균	표준편차
1	10	51.8000	1.8737
2	17	45.4117	2.3199
3	20	34.2500	5.3299
전체	47	42.0213	8.0985

위의 [표 10]과 같이 군집분석 결과를 토대로 산술과 대수 문항의 평가능력에 대해서 수학을 전공하는 초등 예비교사들은 명수가 각각 10, 17, 20명인 3개의 집단으로 나뉘어졌는데, 각 군은 평균이 51.8000, 45.4117, 34.2500점이었으며, 표준편차는 3군이 가장 컸다. 영어 교육 심화 전공의 1, 4학년 초등 예비교사들을 대상으로 산술과 대수 문항의 평가능력에 대한 군집분석 결과는 [표 11]과 같다.

표 11. 군집분석 결과(영어 1, 4학년 예비교사)

군집	N	평균	표준편차
1	9	46.0000	5.2493
2	16	36.9333	3.4117
3	19	24.4210	6.9307
전체	44	33.5909	10.3053

위의 표와 같이 영어를 전공하는 초등 예비교사들은 명수가 각각 9, 16, 19명인 3개의 집단으로 나뉘어졌는데, 각 군은 평균이 46.0000, 36.9333, 24.4210점이었으며, 수학을 전공하는 초등 예비교사들과 비교해서 각 군의 표준편차가 다소 높았다.

이로부터 초등 예비교사들의 산술과 대수 문항의 평가능력은 수준이 다를 뿐 아니라, 전공과 학년에 따라 산술과 대수 문항의 평가능력의 여부도 다르게 나타나고 있음을 알 수 있다.

### 3. 예비교사들의 산술과 대수 문제 평가사례\*

각 집단별로 산술과 대수 문항의 평가에 대한 사례를 살펴보면 다음과 같다. 먼저 평균이 각각 51.8000점과 46.0000점으로 1군에 포함된 수학·영어 심화 전공 초등 예비교사들이 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략은 [부록 2]에 제시한 [그림 1]과 같다.

[부록 2]의 [그림 1]에서 1군에 속하는 초등 예비교사들은 산술 문제의 풀이에서 거꾸로 풀기, 예상과 확인, 식 세우기 등의 전략을 사용하였으며, 구체물인 수 막대를 활용해 실제로 해보기 전략을 활용하겠다는 예비교사도 있었다.

다음으로 평균이 각각 45.4117점과 36.9333점으로 2군에 포함된 초등 예비교사들이 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략은 [부록 2]의 [그림 2]로써, 1군과 비교하여 2군에서는 대수적 풀이에서 사용한 미지수  $x$ 를 □로 치환하여 해결한 경우가 많았고 정교성 면에서 부족한 경우가 대다수였지만, 1군의 초등 예비교사 집단과 유사하게 대체로 표 만들기, 거꾸로 풀기, 수사이의 관계 등의 문제해결 전략을 활용했다.

평균이 각각 34.2500점과 24.4210점으로 3군에 포함된 초등 예비교사들이 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략은 [부록 2]의 [그림 3]으로, 다른 군들과 비교해서 3군에서는 전략을 완성하지 못한 경우가 대다수였고 어떤 초등 예비교사들은 대수적 풀이에서 유도한 식을 구하는 과정을 그림이나 식으로 표현하는 것을 산술적 풀이로 여기는 경우도 있었다.

[부록 2]의 [그림 1-그림 3]은 수학과 영어 교과를 전공하는 초등 예비교사들이 모두 산술과 대수 문항의 해결 전략을 대상 학생의 수준에 적합하도록 구안하는데 어려움을 겪는다는 것을 보여주면서, 이 어려움이 심화

과목의 전공 여부에 따라 다르게 나타남을 알려준다. 즉, 초등 예비교사들의 산술과 대수 문항에 대한 문제 해결 능력, 선호하는 전략, 평가능력에서의 수준이 전공과 학년에 따라 차이가 난다는 것을 말해주는 것이다. 또한, 이 결과는 초등 예비교사들은 심화과목의 전공 여부와 관계없이 산술·대수 영역의 적절한 문제해결 전략의 구안 및 적용 능력을 향상시킬 필요가 있음을 시사한다.

## V. 결론

산술과 대수는 각각 학교수학에서 초등과 중등 수학을 대표하는 영역으로 여겨진다. 그렇지만 학교수학에서 산술·대수 교육은 산술과 대수의 연결성을 간과한 상태에서 이루어지고 있으며, 그 결과로 최근 들어 초기대수 교육의 필요성에 관심이 모아지면서 초등학교 때부터 대수적 사고를 배양할 수 있는 기회와 다양한 경험이 제공되어야 한다는 연구가 제기되고 있지만[28][29][30], 학교 현장에서 학생들은 산술과 대수의 관계를 통합적인 해석을 통해 이해하는 학습의 기회를 갖지 못하는 상황에 놓여 있다.

이와 같은 맥락에서 본 연구는 산술·대수 교육이 성공적으로 이루어지기 위한 토대로서 초기대수를 지도하는 초등 교사의 내용 지식에 대한 분석과 논의가 필요하다라는 인식에서, 초등 예비교사들이 산술과 대수 지도의 측면에서 문제해결 전략을 얼마나 효과적으로 적용하고 유연하게 연결하는지를 알아보고, 정의적 측면에서 풀이 전략 및 방법을 어떻게 평가하는가를 분석하고자 하였다. 본 연구의 분석 결과를 요약하여 결론을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 대다수의 초등 예비교사들은 대수·산술의 문제해결에서 논리적이며 정교하고 조직화된 풀이를 선호하였다. 그렇지만 초등 예비교사들은 다루는 내용의 수학적 연결성이나 교수 대상의 발달에 적합한 문제해결 전략을 적절하게 제시하는데 어려움을 지녔고, 문제해결 전략의 평가에서 학년이 높을수록 낮은 점수를 부여하는 경향이 있었다.

\* 연구문제와 관련하여 참여자의 특성을 심층적으로 파악할 수 있는 면담 등의 정성적인 연구 방법이 수행되었어야 하지만, 본 연구에서 통계적 방법만을 사용한 것은 연구의 제한점으로 작용할 수 있음.

둘째, 대다수의 초등 예비교사들은 수 사이의 관계, 예상과 확인, 거꾸로 풀기 등과 같은 산술적 문제해결 전략보다는 상황의 조작과 식 세우기를 통한 대수적 문제해결 전략을 주로 활용하는 경향이 있었고, 또한 산술적 문제해결 전략보다는 대수적 문제해결 전략에 좀 더 높은 평점을 부여하였다.

셋째, 산술과 대수 문항의 평가능력 검사의 결과에서 수학교육과 영어 교육을 전공하는 초등 예비교사들의 두 집단 간에는 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타났다. 그리고 수학교육과 영어 교육을 전공하는 1학년 초등 예비교사들의 두 집단 간에도 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 있었다. 그렇지만 4학년 초등 예비교사들에서는 유의미한 차이가 나타나지 않았다. 이는 산술·대수 문항의 평가에서 1학년 초등 예비교사들은 전공별로 유의한 차이를 보이나, 4학년 예비교사 집단은 전공별 차이가 크게 나타나지 않음을 보여주는 것이다.

넷째, 1학년과 4학년 초등 예비교사들은 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타나지 않았다. 또한 영어교육을 전공하는 1·4학년 초등 예비교사들의 두 집단 간에는 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 없었지만, 수학교육을 전공하는 1학년 초등 예비교사들은 4학년 초등 예비교사들과 비교해서 유의수준  $\alpha = 0.05$ 에서 유의미한 차이가 나타났다. 다섯째, 군집 분석을 시행한 결과, 수학을 전공하는 초등 예비교사들은 영어를 전공하는 초등 예비교사들에 비해서 각 군별로 평균은 높았지만, 표준편차는 작았다. 또한, 각 군별로 선호하는 전략이나 전략의 완성도에 차이가 있는 것으로 나타났다. 이 두 결과는 산술과 대수 문항에 대한 문제해결 능력, 선호하는 전략, 평가능력에서 초등 예비교사들의 수준이 전공과 학년에 따라 차이가 난다는 것을 말해주는 것이다.

마지막으로, 수학과 영어를 전공하는 초등 예비교사들은 산술과 대수 문항의 해결 전략을 대상 학생의 수준에 적합하도록 구안하는데 어려움을 가지며, 이 어려움은 초등 예비교사들의 심화 전공에 따라 다르게 나타남을 알 수 있었다. 이는 초등 예비교사들이 지닌 산술·대수 영역에서 적절한 문제해결 전략의 구안 및 적

용 능력을 향상시킬 필요가 있음을 시사한다.

교육대학에서 이루어지는 초등수학 예비교사교육의 중요한 역할 중의 하나는 초등 예비교사들이 수학 교과에 대한 내용학적·교수법적 지식을 구성하도록 교육하는 것이다. 본 연구는 초등 예비교사들이 산술과 대수 영역의 문장제 문제를 해결하는 산술·대수적 전략에 대해 살펴보고, 평가 점수를 통계적으로 처리하여 산술과 대수 영역에서 초등 예비교사들이 구성한 교수학적 내용 지식을 정의적 측면에서 알아보았다.

본 연구에서 제시한 연구 결과들은 초등수학 예비교사가 구성한 산술과 대수 영역의 문장제 문제해결 능력, 선호하는 전략, 평가 능력의 측면에서 초등 예비교사교육에 대한 시사점을 제시하고 있다는 점에서 그 의미를 가진다고 할 수 있다. 그렇지만 산술과 대수 교육에서 초등 예비교사 양성의 질적 제고를 위해서는 초등 예비교사의 인지적이고 정의적인 측면에서의 교과·교수법적 내용 지식에 대한 보다 장기적이며 추이적인 연구가 다양하게 이루어질 필요가 있다. 또한 초등학생을 대상으로 한 문제해결 전략은 구체적이고 직관적이어야 한다는 측면에서 볼 때, 초등 예비교사들의 문제해결 과정 및 문제해결을 위해 선택한 전략의 정당화 방안에 대한 연구가 필요한 시점이다.

### 참 고 문 헌

- [1] 김성준, *대수의 사고 요소 분석 및 학습 지도 방향 탐색*, 서울대학교대학원 박사학위논문, 2004.
- [2] 우정호, 김성준, “대수의 사고 요소 분석 및 학습 지도 방안의 탐색”, *수학교육학연구*, 제17권, 제4호, pp.453-475, 2007.
- [3] T. J. Cooney, “The Issue of reform: What have we learned from yesterday?,” *Mathematics Teacher*, Vol.81, pp.352-363, 1998.
- [4] R. G. Ehrenberg and D. J. Brewer, “Did teacher’s verbal ability and matter in the 1960’s,” *Coleman revisited Economics of Education Review*, Vol.14, No.1, pp.1-21, 1995.

- [5] R. F. Ferguson and H. F. Ladd,  *Holding and money matters, An Analysis of Alabama school*, DC: Brookings Institute, 1996.
- [6] W. Dooren, L. Verschaffel, and P. Onghena, "The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems," *JRME*, Vol.33, No.5, pp.319-351, 2002.
- [7] 박경희, 서혜애, "영재교육 교사 전문성의 구성요소 탐색 연구", *영재교육연구*, 제17권, 제1호, pp.77-98, 2007.
- [8] L. Ma, *Knowing and teaching elementary mathematics: Teacher's understanding of fundamental mathematics in China and the United States*, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.
- [9] 황혜정, 최승현, 조성민, 박지현, *예비교사와 현직 교사를 위한 수학 수업의 이론과 실제*, 서울: 문음사, 2013.
- [10] N. Herscovics and L. Chalouh, *Teaching algebraic expressions in a meaningful way*, VA: NCTM, 1988.
- [11] N. Herscovics and L. Linchevski, "A cognitive gap between arithmetic and algebra. Educational Studies in Mathematics," Vol.27, No.1, pp.59-78, 1994.
- [12] 김남희, "대수적 사고에 관한 고찰", *대한수학교육학회 논문집*, 제4권, 제2호, pp.189-204, 1994.
- [13] NCTM, *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2008.
- [14] 천태선, *한국과 홍콩의 고등학교 1학년 학생들의 대수와 기하영역에서 반례제시능력과 예비교사들의 처치능력 비교연구*, 한국교원대학교대학원 석사학위논문, 2010.
- [15] E. Filloy and T. Rojano, "the transition from arithmetic to algebra," *For the learning of mathematics*, Vol.9, No.2, pp.19-25, 1989.
- [16] N. Bednarz and B. Janvier, *Emergence and development of algebra as a problem solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic*, Dordrecht: The Kluwer, 1996.
- [17] C. Kieran, *Two different approaches among Algebra Learners*, Reston, VA: NCTM, 1988.
- [18] M. L. Blanton and J. J. Kaput, "Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning," *JRME*, Vol.36, No.5, pp.412-446, 2005.
- [19] 한인기, 신현용, "러시아의 수학교사 양성을 위한 국가 수준 교육과정 에 대한 연구", *수학교육*, 제42권, 제5호, pp.595-606, 2003.
- [20] 우정호, 강옥기, 류희찬, 이종희, "수학교사 양성 프로그램 개선 방안", *한국교사교육*, 제16권, 제1호, pp.64-79, 1999.
- [21] 김영국, "수학교사 양성을 위한 교육의 이상과 현실", *수학교육논문집*, 제14호, pp.453-468, 2002.
- [22] 방정숙, 김민경, "교원양성프로그램에서 ICT활용 교수·학습 과정안 개발 연구", *컴퓨터교육학회논문지*, 제8권, 제5호, pp.1-8, 2005.
- [23] 최승현, 황혜정, "수학과 내용 교수 지식(PCK)의 의미 및 분석틀 개발에 관한 연구", *한국학교수학회논문집*, 제11권, 제4호, pp.569-593, 2008.
- [24] C. Kieran, *The Learning and Teaching of School Algebra, In Handbook of Research on mathematics Teaching and learning*, NY: Macmillan Publishing, 1992.
- [25] C. Kieran, "Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?," *Mathematics Educator*, Vol.8. No.1, pp.139-151, 2004.
- [26] D. W. Carraher and A. D. chliemann, *Early algedra and algebraic reasoning*, VA: NCTM, 2007.
- [27] J. J. Kaput, *What is algebra? In J. Kaput, D. W. Carraher, & M. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades*, New York, NY: Lawrence Erlbaum. 2008.

- [28] 최지영, 방정숙, “초등학생들의 범자연수 연산의 성질에 대한 이해 분석”, 수학교육학연구, 제21권, 제3호, pp.239-259, 2011.
- [29] 김종훈, 변선희, “제주지역 초등정보영재 교육 운영에 대한 초등학교 교사의 인식 조사”, 한국콘텐츠학회논문지, 제6권, 제8호, pp.144-156, 2006.
- [30] 이종학, 윤마병, “건축을 활용한 수학 중심의 융합교육 수업자료 개발”, 한국콘텐츠학회논문지, 제14권, 제6호, pp.499-512, 2014.

### 저 자 소 개

이 종 학(Jong-Hak Lee)

정회원



- 2011년 2월 : 한국교원대학교수  
학교육과(교육학박사)
- 2012년 3월 ~ 현재 : 대구교육  
대학교 수학교육과 교수

<관심분야> : 수학교육, 초등영재교육

[부록 1] 검사지

### 산술과 대수 영역의 문장제 문제해결전략 및 평가능력 검사

이 검사지는 초등예비교사의 산술과 대수 영역의 문장제 해결전략 및 평가에 대해서 알아보기 위한 것입니다. 각 문제에 대해서 **대수적 풀이**(중고등학생에게 이 문제를 지도한다면)와 **산술적 풀이**(초등학생에게 이 문제를 지도한다면)를 제시하고, 본인의 풀이에 대한 점수를 부여해 주십시오.

이 검사의 결과는 연구 목적 이외에는 사용되지 않습니다.  
 (            ) 학과 학번 : (            )

1. A초등학교 재학생 345명은 스포츠의 날에 인라인 스케이트, 수영, 자전거 타기 중에서 하나를 선택한다. 자전거를 선택한 학생의 두 배가 인라인 스케이트를 선택했다. 또한, 수영을 선택한 학생은 인라인 스케이트를 선택한 학생보다 30명 더 적었다. 그리고 수영을 선택한 학생은 120명이었다. 인라인 스케이트와 자전거를 선택한 학생은 몇 명인가 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]
2. A회사의 직원 372명 중에서 현장 직원은 판매원 수의 4배이다. 그리고 판매원은 매니저보다 18명 더 많다. A회사에서 현장직원, 판매원, 매니저의 수는 몇 명인가 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]
3. 15년 후에 Jeroen의 나이는 Stijn 나이의 두 배가 된다. 현재 Jeroen이 37세라면 Stijn은 몇 살인가 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]
4. 작년에 A농부가 소유한 땅은 B농부보다 9ha 적었다. 올해에 B농부는 10ha의 땅을, A농부는 그 두 배의 땅을 샀다. 이에 따라 A농부의 땅은 B농부의 땅보다 7ha가 적어졌다. 작년에 두 농부가 가지고 있던 땅은 각각 얼마인가 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]
5. A영화관은 어느 날 8220프랑의 매출을 올렸다. 그 날에 한 장의 값이 210프랑인 어른 표는 30장이 팔렸다. 어린이 표는 어른 표보다 50프랑이 싸다고 할 때, 그 날 팔린 어린이 표는 몇 장인가 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]
6. A가구 공장은 2종류의 화물차를 이용해 침대 632개를 운반하려 한다. 크거나 작은 화물차는 각각 침대 26개와 20개를 운반할 수 있는데, 작은 화물차는 큰 화물차보다 4대가 더 많았다. 각 트럭의 개수를 구하십시오.	대수적 풀이[점수(10점 만점):      점]	산술적 풀이[점수(10점 만점):      점]

[부록 2] 그림 1, 2, 3

교과 및 학년	사례	
수학 1	<p>인라인 150    bicycle x2                      bicycle 75                      수영 인라인-30    120</p>	<p>각각쪽에                      수영 = 120                      인라인 = 150                      자전거 = 75</p> <p>수영 = 인라인 - 30                      인라인 / 2 = bicycle</p>
	<p>in-line    bicycle    swimming                      2x            x            2x-30                      -----                      120</p> <p>x = 75</p> <p>150            75            120</p>	<p>초등학생들에게는 미지수를 □로 두고 방정식을 도출하지 않고 □를 찾아가면 될 것 같다. 그렇게 지도!</p>
영어 1	<p>15년.                      J 37살                      (37+15) * 2 = 26                      26 - 15 = 11                      S = 11살</p>	<p>새세우기.                      □로 활용해서 ... (15년후의 J의 나이 = □)                      Jem은 =&gt; 37살                      37+15 = □ * 2                      52 = □ * 2                      □ = 26    26 - 15 = 11살</p>
	<p>A            B                      각각        a + 9 = b                      용해        2a + 7 = b + 10</p> <p> <math display="block">\begin{cases} a - b = -9 \\ 2a - b = 2 \end{cases} -</math> <math display="block">a = 12</math> </p> <p>∴ 12</p>	<p>□ + 9 = △                      2□ + 7 = △ + 10</p> <p>2□ + 7 = (□ + 9) + 10                      ∴ □ = 12</p>
수학 4	<p>(2x-30) + 2x + x = 345                      5x = 375                      x = 75</p> <p>인라인: 150명                      자전거: 75명</p>	<p>인라인 선택은 자전거 선택보다 2배 많다                      수영은 인라인 보다 30명 적다.                      총인원은 345명이다.                      예상과 마찬가지로 풀도록 보인다.</p>
영어 4	<p>345명            (a=75)</p> <p>인라인 - 30 = 수영                      150            120</p> <p>345 - 270 = 175</p> <p>175            하나의 구체적으로                      상황을 화용            동일시할                      (수박머)            비례모호</p>	

그림 1. 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략의 예(1군 초등 예비교사)

교과 및 학년	사례					
수학 1	$J = 2 \times S$ $\begin{array}{r} 77 \\ +15 \\ \hline 53 \end{array}$ $\begin{array}{r} 26 \\ -15 \\ \hline \end{array}$ <p style="text-align: right;">   사 2</p>	<p>등만 두기</p>				
영어 1	<table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center;">A</td> <td style="text-align: center;">B</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>(X-9)</math></td> <td style="text-align: center;">X</td> </tr> </table> $2(X-9)+7 = X+10$ $2X-18+7 = X+10$ $X = 28-7 = 21$	A	B	$(X-9)$	X	<p>□로 두면 문구에 맞게 시음세운다. 비행사이라는 미명만 달지 않았을 뿐 되는 방식은 같다</p>
A	B					
$(X-9)$	X					
수학 4	<p>스케이트 : 200, 슈츠 : 120, 자켓 : 75</p> <p><del>200</del></p> <p>스케이트 - 30 = 슈츠 자켓 + 2 = 스케이트</p> <p>슈츠 = 120, 자켓 = 75 스케이트 = 150</p>	<p>스케이트 : x, 슈츠 : y, 자켓 : z</p> $x-30 = y$ $2z = x$ <p>y = 120, ∴ x = 150, z = 75</p> <p>가격표 풀기</p>				
	$8220 - 210 \times 30 = 8220 - 6300$ $= 1920$ $1920 \div (210 - 50) = 1920 \div 160$ $= 12$ <p>∴ 12 tickets</p>	<p>이런 : 210, 슈츠 : 210 - 50 = 160</p> $8220 - 210 \times 30 = 8220 - 6300 = 1920$ $1920 \div 160 = 12$ <p>∴ 12 tickets</p>				
영어 4	<p>Jeroen = 37,</p> <p>15 years later, Jeroen = 52</p> <p><del>52</del> 52 = 24 + 28</p> <p>28 + 2 = 26</p> <p>→ now = 26 - 15 = 11 years old</p>	<p>37</p> <p>15년 후 ↓</p> <p>52 → 26</p> <p>2년 ↑</p> <p>11</p> <p>15년 후 ↑</p>				

그림 2. 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략의 예(2군 초등 예비교사)



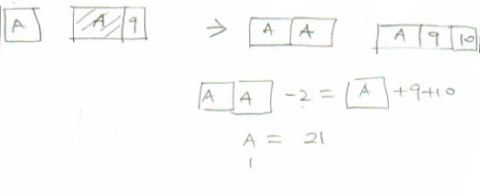

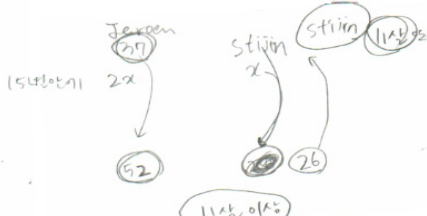
교과 및 학년	사례																							
수학 1	$A = B - 9 \quad \text{--- ①}$ $B + 10 = 2A$ $B + 10 - 11 = 2A - 11 \quad \text{--- ②}$ $\text{②} \rightarrow B + 3 = 2A$ $B + 3 = 2(B - 9)$ $B + 3 = 2B - 18$ $21 = B, A = 12$																							
수학 1	$\text{① small truck} \rightarrow \dots = x + 4$ $\text{② large truck} \rightarrow \dots = 26x$ $\text{③ small beds + large beds} = 832$ $\text{④ } 20(x + 4) \rightarrow S. / 26x \rightarrow L.$	$20(x + 4) + 26x = 632$ $46x + 80 = 632$ $46x = 552$ $x = 12$																						
영어 1	$A(x - 9) = 24$ $B = x + 10 = 31$ $2(x - 9) + 11 = x + 10$ $2x - 18 + 11 = x + 10$ $x = 21$																							
영어 1	<table border="0"> <tr> <td>Teroen</td> <td>stijn</td> </tr> <tr> <td><math>2x</math></td> <td><math>x = 26</math></td> </tr> <tr> <td>11</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>3 \times 11 + 5</math></td> <td><math>26 - 15 = 11</math></td> </tr> <tr> <td><math>x = 26</math></td> <td></td> </tr> </table>	Teroen	stijn	$2x$	$x = 26$	11		$3 \times 11 + 5$	$26 - 15 = 11$	$x = 26$		<table border="1"> <tr> <td></td> <td>5년</td> <td>10년</td> <td>15년</td> </tr> <tr> <td>J</td> <td><math>2x + 10</math></td> <td><math>2x - 5</math></td> <td><math>2x</math></td> </tr> <tr> <td>S</td> <td><math>x - 10</math></td> <td><math>x - 5</math></td> <td><math>x</math></td> </tr> </table>		5년	10년	15년	J	$2x + 10$	$2x - 5$	$2x$	S	$x - 10$	$x - 5$	$x$
Teroen	stijn																							
$2x$	$x = 26$																							
11																								
$3 \times 11 + 5$	$26 - 15 = 11$																							
$x = 26$																								
	5년	10년	15년																					
J	$2x + 10$	$2x - 5$	$2x$																					
S	$x - 10$	$x - 5$	$x$																					
수학 4	$\text{① } S = x, \text{ ② } S = x + 9$ $\text{This year } \text{①} = 2x, \text{ ②} = x + 9$ $x + 9 - 2x = 7 \quad \therefore x = 12$ $\text{① } S = 12 \text{ 이년 } \text{② } S = 21 \text{ 이년}$	$\square + 9$ $20, \quad \square + 9 + 10 = 0 + 19$ $\square + 19 - 20 = 7 \quad \therefore 0 = 12$																						
영어 4		<p>마지막은 <math>\square</math>로 되어 있는데 이 대응은? 한테 한테 국어 보면서 방법이 좀 더 나은 방법</p>																						

그림 3. 산술과 대수 문항의 해결에 활용한 전략의 예(3군 초등 예비교사)