https://doi.org/10.5392/JKCA.2017.17.10.472

수학과 중등임용 이산수학 기출 문항 분석

An Analysis on the Past Items of Discrete Mathematics in Secondary School Mathematics Teacher Certification Examination

김창일*, 전영주**
단국대학교 수학교육과*, 전북대학교 수학교육과**

Changil Kim(kci206@dankook.ac.kr)*, Youngju Jeon(jyj@jbnu.ac.kr)**

요약

본 연구에서는 최근 7개년(2011~2017학년도)의 수학교과내용학 기출문항 가운데 이산수학 문항을 분석 대상 문항으로 분류하고, 수학과 임용시험 문항 분석틀을 기반으로 분류된 문항을 분석하였다. 그 결과 첫째, 한국교육과정평가원이 제시한 이산수학 평가 영역 및 평가 내용 요소가 고르게 출제될 필요가 있다. 둘째, 인지적 방법의 활용에 대한 전략적 지식인 메타인지적 지식(Metacognitive Knowledge)을 측정하는 문항도 출제되어야 한다. 셋째, 이산수학의 출제 비중은 문항 수로는 비율이 3.8%~6.8%이고, 배점에 따른 비율은 이 보다 낮은 2.2%~6.3% 사이로 출제되었다. 넷째, 모든 문항이 평가 목표에 적합하고 교육과정을 성실하게 이행한 예비 수학교사라면 해결 할 수 있도록 적정한 난도가 유지된 것으로 분석된다. 다섯째, 임용시험 문항과 각 사범대학 수학교육과에 개설된 이산수학 교육과정의 세는 방법, 점화관계와 생성함수, 그래프 등의 내용요소가 일치하고 있어 예비 교사의 학습 동기 부여에 기여하고 있다는 결론과 시사점을 얻었다.

■ 중심어 : | 수학과 중등임용 | 이산수학 |

Abstract

In this study, discrete mathematical items were classified into analytical items and mathematical items were analyzed on the basis of analytic framework items of mathematics and the past items of mathematics subject contents of the period 2011-2017 school year. First, the discrete mathematics evaluation areas and evaluation contents proposed by the Korea Institute for Curriculum and Evaluation should be evenly distributed. Second, the items of measuring metacognitive knowledge as a strategic knowledge on the use of cognitive methods should be given. Third, the ratio of the number of items in discrete mathematics to the number of that was 3.8%~6.8%, and the ratio according to the item weighting was 2.2%~6.3%. Fourth, it is analyzed that all the items are suitable for the evaluation goal and the pre-service math teachers who have faithfully implemented the curriculum have maintained the appropriate level of difficulty to solve. Finally, the content items such as the method of counting the discrete mathematics curriculum, the Recurrence Relation, the generation function, and the graph are matched with the teacher certification examination and the mathematics education curriculum of each teachers college. By these reasons, we conclude that the contribution of pre-service teachers to the motivation of learning is obtained and implications.

■ keyword : | Secondary School Mmathematics Teacher Certification Examination | Discrete Mathematics |

접수일자 : 2017년 08월 21일
수정일자 : 2017년 09월 06일
심사완료일 : 2017년 09월 06일
교신저자 : 전영주, e-mail : jyj@jbnu.ac.kr

I. 서 론

교사는 학교교육 전체에 절대적인 영향을 끼친다. 그러하기에 좋은 교사는 학교교육의 필수 전제조건이라 할 수 있다. 1990년부터 실시되어 오고 있는 공립학교 중등 임용후보자 선정경쟁시험(이하 임용시험)은 이러한 취지를 반영하여 교사지망생들에게 공직 진출의 동등한 기회를 제공하고 있다. 임용시험은 세 차례 체제 개편을 통해 2014학년도부터 교육학(논술)과 전공(서답형) 시험, 수업실연과 심층면접 등 2단계 평가로 전형 단계를 간소화하여 실시되고 있다[1]. 수학과는 추상화된 내용을 가르치는 관계로 교사가 가지는 수학교육철학, 수학교육 방법론적 기술, 수학적 지식에 대한 관점, 수학적 지식의 양, 수학적 태도, 수학적 사고 방법 등이 타 과목에 비해 훨씬 학생들의 성취도에 영향을 미칠 수 있기에[2] 수학교사 선발은 매우 신중한 접근이 필요하다[1].

하지만 임용시험이 대학수준의 학습 결과를 중등학교 교육에 어떻게 적용할 것인가에 대한 평가가 제대로 이루어지지 못하고 있다는 비판과 임용시험의 내용과 형식에 있어 적절성과 타당성이 지속적으로 문제 제기되고 있다. 수학과의 경우에도 이와 같은 임용시험의 문제점에 관한 바람직한 개선 방안이 구체적으로 모색되고 있다. 이러한 연장선상에서 기존 임용시험 기출 문항을 분석하여 예비 수학교사에게 요구되는 교수역량과 필요 지식·능력이 무엇이었는지를 분석해보고, 이 과정에서 드러난 여러 사항을 점검하여 향후 임용시험 출제 방향에 도움이 되고자 한다.

수학과 중등 임용시험 기출 문항을 분석한 최근의 대표적 연구로는 「중등교사 임용시험 수학교과교육학 기출 문항 분석」[1]과 「중등교사 임용시험 수학교과 내용학 문항의 출제 경향 분석」[3]이 있다. 그리고 석사학위 논문으로 조민정[4]의 「최근 6년간 중등교원임용시험 수학내용학 출제 문항 분석:위상수학, 미분기하학을 중심으로」 등이 있다. 전영주[1]의 연구는 2010학년도부터 2014학년도까지 5년간 출제된 수학교과교육학 기입형·서술형·논술형 19문항을 새로운 분석틀에 따라 분석한 후 예비 수학교사에게 요구되는 지식과 역량을 알아보았다. 변지수·최병옥의 연구[3]는 2009학년도부터 2012학년도까지 4년간 출제된 교과내용학 105문항을 평가 영역 및 평가 내용 요소에 따른 출제 비율을 분석하였다. 조민정의 연구[4]는 2009학년도부터 2014학년도까지의 위상수학 23문항과 미분기하학 16문항 총 39문항을 분석하였다. 그렇지만 선행연구에서 살펴볼 수 있듯이 교과내용학 연구[3][4]는 평가 영역별 내용요소의 출제 빈도수로만 분석하여 예비 수학교사가 갖추어야 할 세부 능력 측정을 간과하였고, 2014학년도 이후의 최근 문항 분석 연구는 전혀 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다.

지금 우리는 오늘이 내일로 통하는 디지털 시대에 살고 있다. 미래 산업은 디지털 문화·서비스로 빠르게 옮겨가고 있다. 이로 인해 개인의 디지털 역량이 그만큼 중요하게 되었으며, 이것은 학교교육에서도 관련 교육이 그만큼 절실하다는 것을 의미한다. 바로, 과학기술사회에서 요구되는 이산적인 수학 구조를 연구하는 학문인 이산수학(Discrete Mathematics)의 중요성과 필요성이 부각되고 있다. 광범위한 과학의 한 언어로서 연속되지 않는 공간을 다루는 이산 수학은 발전하는 4차 산업혁명 사회에서 필요한 응용 능력과 문제 해결능력을 길러주며 수학의 중요성을 깨닫게 해준다. 또한 새롭고 복잡한 분석적·기술적 수단이 요구되는 직업을 준비하도록 교육받고 있는 학생들의 목표 달성을 위한 흥미롭고 적절한 수단이 될 수 있다. 이러한 맥락에서 임용시험의 이산수학 출제 문항을 통해 지식기반 사회에서의 교수(teaching) 활동을 준비하기 위해 예비 수학교사에게 필요한 교과 내용 지식과 교수 방법 지식이 무엇인지를 점검해 보는 것이 필요하다는 것을 알 수 있다.

이에, 본 연구에서는 최근 7개년(2011~2017학년도)의 수학교과내용학 기출문항 가운데 이산수학 문항을 분석 대상 문항으로 분류하고, 수학과 임용시험 문항 분석틀에 근거하여 분류된 문항을 분석하고자 한다. 그리고 문항 분류 과정과 분석틀에 의한 분석 결과를 토대로 현행 임용시험에서의 이산수학 출제와 관련한 시사점을 도출하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 이산수학

광범위한 과학의 한 언어로서 연속되지 않는 공간을 다루는 이산수학(Discrete mathematics)은 발전하는 과학기술 사회에서 필요로 하는 응용 능력과 문제 해결능력을 길러주며 수학의 중요성을 깨닫게 해준다. 이러한 이산수학이 학교수학에 도입된 것은 이산수학 초기 연구자들이 연속의 개념을 주로 다루는 학교수학에 이산적인 주제(discrete topics)의 중요성을 언급하며 교육과정에 그 내용을 포함시키자는 운동을 전개하면서이다[5].

그리고 국내 교육과정에 이산수학이 포함된 것은 제7차 교육과정의 심화선택 5과목 중 하나의 과목으로 개설하면서 시작되었다. 당시 교육부[6]는 이산 수학은 실생활과 관련된 여러 가지 이산적인 문제를 해결하기 위한 기본적인 수학 개념과 원리의 학습을 목적으로 하는 과목으로 소개하며, 교과 내용체계를 [표 1]과 같이 구성하였다.

표 1. 이산수학 내용체계

영역	내용	
선택과 배열	순열과 조합	◦순열 ◦조합
	세기의 방법	◦배열의 존재성 ◦포함배제의 원리 ◦집합의 분할 ◦수의 분할 ◦여러 가지 분배의 수
그래프	그래프	◦그래프의 뜻 ◦여러 가지 그래프
	수형도	◦여러 가지 수형도 ◦생성수형도
	여러 가지 회로	◦오일러회로 ◦해밀턴회로
	그래프의 활용	◦행렬의 뜻 ◦그래프와 행렬 ◦색칠 문제
알고리즘	수와 알고리즘	◦수와 규칙성 ◦수와 알고리즘
	점화 관계	◦두 항 사이의 관계식 ◦세 항 사이의 관계식
의사 결정과 최적화	의사 결정 과정	◦2×2 게임 ◦선거와 정당성
	최적화와 알고리즘	◦계획세우기 ◦그래프와 최적화

한편, 최근 개정된 2015 교육과정[7]에서는 독립교과목이 아닌 진로 선택 과목 [심화수학Ⅱ], [고급수학Ⅰ], [고급수학Ⅱ]에서 이산수학 주제를 다루고 있다[표 2].

표 2. 2015 수학과 교육과정의 이산수학 주제

심화수학II / 고급수학 I	고급수학II
◦순열과 조합 ◦집합의 분할 ◦자연수의 분할 ◦이항정리	◦수학적 모델링 ◦채색수와 채색다항식 ◦여러 가지 색칠문제 ◦오일러그래프 ◦해밀턴그래프
◦그래프와 행렬 ◦평면그래프와 수형도	

제7차 교육과정의 이산수학 내용체계[표 1]와 2015 개정 수학과 교육과정의 이산수학 주제[표 2]를 2015개정 수학과 교육과정을 중심으로 살펴보면, 제7차 교육과정의 내용 중 ‘알고리즘’과 ‘의사결정과 최적화’ 내용이 삭제되고, 이항정리, 수학적 모델링과 채색다항식은 추가된 것을 알 수 있다. 이것은 2015 개정 수학과 교육과정의 학습 부담 경감 실현 방향에 따른 선택과 집중의 영향으로 보인다.

미국의 경우에도, 좋은 수학적 경험을 할 수 있도록 AP 미적분학 과정을 이수한 고등학교 2학년 학생들, 그리고 미적분학 이외의 심화 수학 과정 이수를 원하는 학생들에게 그들의 수학적 성숙도 제고를 위해 이산수학이 도입되었다[8]. Bailey[8]가 조사한 고등학교에서의 일반적인 이산 수학 주제는 아래 [표 3]과 같다.

표 3. 이산수학 주제

◦Combinatorics ◦Probability ◦Logic ◦Set Theory ◦Trees ◦Functions & Relations ◦Recurrence Equations ◦Abstract Algebra ◦Computer Application	◦Graph Theory ◦Matrices ◦Number Theory ◦Computability and Formal Languages ◦Finite State Machines ◦Algorithm Analysis ◦Boolean Algebra

위 [표 3]에서 언급된 주제를 다음과 같이 5가지 내용으로 분류해 볼 수 있다. ①체계적 목록 만들기(systematic listing), 세기(counting), 추론(reasoning), ②그래프(또는 network)와 수형도(trees)를 사용한 이산수학 모델, ③패턴과 시행(processes), ④정보 조사

분석과 조직, ⑤알고리즘 응용과 컴퓨터 활용을 통한 실생활 관련 문제해법 발견이다. Rosenstein[11]은 이러한 5개 분야의 실제 문제를 예를 들어 설명하였다. 이를테면 세기 기술을 사용하여 복권 문제를 분석하고, 그래프 색깔 칠하기(graph coloring)로 교차로 신호등을 제어하고, 그래프의 경로를 이용하여 순찰차의 순찰경로를 설계하며, 반복 과정(iterative processes)으로 연못 속에 있는 물고기 수와 약의 혈중 농도를 예측하고, 암호 코드(codes)를 이용하여 바코드 스캐너가 어떻게 에러(error)를 탐색하고 찾아내는지 이해하며 최적화로 2000년 묵은 배당 문제를 이해하고 복잡한 프로젝트의 구성 요소를 통제하는 효과적인 방법을 발견하는 것 등이다.

2. 이산수학 평가 영역 및 내용 요소

한국교육과정평가원[2]이 『2009학년도 개편 중등교사 임용후보자선정경쟁시험 표시과목 「수학」의 교사 자격 기준 개발과 평가 영역 상세화 및 수업 능력 평가 연구』에서 제시한 이산수학의 평가 영역별 평가 내용 요소는 [표 4]와 같다. 이 평가 내용 요소는 전국 각 사범대학 수학교육과에 설문 조사를 의뢰하고 설문에서 모아진 교과 내용인 논리학, 집합론, 수론, 조합론, 그래프이론, 알고리즘, 정보이론, 계산가능성이론, 계산복잡도 이론, 확률론, 선행대수학과 우리나라 학교 교육과정, NCTM(National Council of Teachers of Mathematics), COMAP(Consortium for Mathematics and its Applications)에서 제안하는 이산수학의 내용을 기초로 하여 그 내용의 범주를 정하였다[2].

이산수학은 크게 세기, 점화관계와 알고리즘, 그래프로 나눌 수 있으며, 이와 관련된 내용을 중심으로 대부분의 학교에서 2-3학점으로 강의가 개설되어 운영되고 있다.

표 4. 이산수학 평가 영역 및 내용요소

평가영역	평가 내용 요소
헤아림의 기본원리	합의 법칙, 곱의 법칙, 포함배제의 원리, 비둘기집의 원리 등
순열과 조합	여러 가지 순열, 여러 가지 조합, 이항정리, 다항정리 등
분할	자연수의 분할, 집합의 분할 등
점화 관계식	여러 가지 점화관계식, 등차선형점화관계식, 특성다항식
생성함수	생성함수, 지수생성함수 등
알고리즘	알고리즘, 복잡도, 탐색알고리즘, 분류알고리즘 등
게임이론	영합 게임, 비영합 게임, 결정적 게임, 비결정적 게임, 게임의 값, 최적 전략 등
공평한 분배	여러 가지 공평한 분배, 유산상속문제 등
그래프의 기본	여러 가지 그래프와 활용, 그래프의 행렬 표현 등
경로 문제	오일러그래프, 해밀턴그래프. 최단경로, 최장경로 등
평면 그래프	수형도, 최소생성수형도, 배낭꾸리기 문제, 평면그래프, 오일러공식, 쌍대그래프
그래프의 색칠	꼭짓점의 색칠, 채색수, 채색다항식, 제거-축약 정리, 지도, 사색정리, 색칠 문제의 활용 등

3. 선행연구 고찰

수학교과내용학 출제 문항 분석틀을 마련하기 위하여 기존 연구의 문항 분석 방법을 먼저 고찰해 보고자 한다. 변지수·최병옥의 연구[3]는 한국교육과정평가원[2]의 현대대수학, 선형대수학, 정수론, 해석학, 복소해석학, 위상수학, 미분기하학, 확률과 통계학, 이산수학 등 9개 기본 이수과목 및 분야에 따른 54개의 평가 영역 및 평가 내용 요소에 따라 출제 비율을 분석하였다. 조민정[4]의 연구에서도 위상수학과 미분기하학의 출제 문항을 한국교육과정평가원[2]의 「표시과목별 교사 자격 기준과 평가 영역 및 평가 내용 요소」를 기준으로 분석하였다. 이수진의 연구 [9]에서는 1·2차 출제 문항을 나누어 분석하였는데, 1차는 과목별, 평가영역별, 유형별로 분류하고, 2차의 경우는 과목별, 연도별 출제 영역별, 분야별로 분류하여 분석하였다. 여기서도 한국교육과정평가원[2] 연구를 참고하였다. 이처럼 선행 연구 대부분이 한국교육과정평가원[2]이 제시한 평가 영역 및 평가 내용 요소에 기반을 두고 문항 분석이 이루어졌음을 알 수 있다.

Ⅲ. 연구방법

1. 분석 대상

본 연구에서는 최근 7개년(2011～2017학년도)의 공립 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험 수학교과내

용학 기출문항 가운데 이산수학 11개 문항을 분석 대상으로 한다[표 5]. 2014학년도를 기점으로 하여 평가 체제의 개편으로 전공시험에서 객관식 문항이 폐지되고 서답형 문항으로 출제되면서 [표 5]에서 볼 수 있듯이 이산수학의 문항 수가 줄어들었다. 분석 대상 자료는 한국교육과정평가원의 중등교사 임용시험 기출문제 자료실에서 수집하였다.

표 5. 분석대상 문항 수

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
문항수	2	2	3	1	1	1	1

2. 도구 및 방법

본 연구를 위한 연구 도구 및 방법은 다음과 같다.

첫째, 한국교육과정평가원[2]의 중등학교교사 표시과목 수학에서의 평가 영역 및 평가 내용 요소에 근거하여 이산수학 기출 문항을 분류한다.

둘째, 2011학년도 문항부터 2017학년도까지의 문항의 평가 영역별 평가 내용 요소는 물론, 새롭게 중등학교 교육과정과의 관련성을 비추어 보고자 한다. 또한 문항 유형, 출제 비율 등의 추이를 알아본다.

셋째, 이산수학 3학점을 이수한 전북의 C 대학 예비교사(2학년)에게 이산수학 기출 문항을 적용하고 그 문제해결과정에서 나타난 문제 접근 방식의 변화가 있는 내용 요소, 문항의 특성, 문항의 수준과 난이도를 알아본다.

Ⅳ. 연구결과 및 분석

1. 분석 대상 분류 및 분석

한국교육과정평가원에서는 공립 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험 기출 문제를 해마다 웹사이트(http://www.kice.re.kr)에 탑재하고 있다. 공개된 2011학년도~2017학년도 문항 가운데 이산수학 11개 문항을 한국교육과정평가원[2]의 평가영역과 평가내용 요소로 분류하여 제시하면 [표 6][표 7]과 같다.

[표 6]은 이산수학의 평가영역 및 내용요소의 학년도별 출제 문항 수를 나타낸 것으로 시험체제가 바뀐 2014학년도 이후의 임용시험을 제외하고는 해마다 2-3문항이 출제되었음을 알 수 있다. 세부적으로 살펴보면, 평가내용요소 가운데 포함배제의 원리, 생성함수, 그래프의 행렬표현, 채색수로 각각 2문항 전체 8문항이 출제되었다. 그리고 특성다항식, 지수생성함수, 평면그래프에서 각 1문항이 출제되었다. 그렇지만 순열과 조합, 분할, 알고리즘, 게임이론, 공평한 분배, 경로 문제 등의 평가내용요소는 출제되지 않은 것으로 나타났다.

[표 7]은 이산수학 평가영역 및 내용요소의 학년도별 출제 문항 내용 및 문항 정보를 나타낸 것이다. 평가내용요소 및 학년도별 출제 문항 내용을 구체적으로 살펴보면, 세기의 기본이 되는 합의 법칙 개념을 확장한 포함배제의 원리, 주어진 점화식과 초기조건에서 선형동차다항식의 특성다항식을 이용하여 일반항 a_n 구하기, 중복조합과 중복순열의 문제를 해결하는데 유용한 생성함수, 지수생성함수 구하기, 그리고 수열 $\{a_n\}$의 생성함수를 이용하여 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n$의 값 구하기, 그림으로 그래프를 표현하는 방법 이외에 행렬을 이용하여 그래프를 표현하는 방법인 인접행렬과 근접행렬, 집합 안의 두 원소 사이의 관계를 나타낸 단순그래프의 특성, 그리고 그래프의 꼭짓점의 차수와 채색수 문항 등이 출제되었다.

이 문항들이 중등수학과 교육과정(2015 개정 수학과 교육과정)과 연계된 부분을 살펴보면 포함배제의 원리는 수학-수와 연산-집합과 명제-집합과 확률과 통계-경우의 수-중복조합-중복조합에 해당된다. 특성다항식은 수학Ⅰ-대수-수열-수학적 귀납법, 생성함수는 수학Ⅰ-대수-수열-수열의 합, 인접행렬과 근접행렬은 고급수학Ⅰ-대수-그래프-그래프와 행렬, 단순 그래프는 고급수학Ⅰ-대수-그래프-평면그래프와 수형도, 그리고 그래프의 꼭짓점의 차수와 채색수는 고급수학Ⅰ-대수-그래프-그래프와 행렬과 고급수학Ⅱ-대수·해석-수학적 모델링-그래프와 모델링의 내용 요소와 관련된다.

기출 문항의 문항 유형은 2011~2013학년도 모두 선다형 문항으로 교과지식을 측정할 수 있는 문항으로 출제되었다. 2014, 2015, 2016학년도는 서술형 문항으로

표 6. 평가영역 및 내용요소의 학년도별 출제 문항 수

평가영역	평가 내용 요소	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	계
헤아림의 기본원리	합의 법칙/곱의 법칙								
	포함배제의 원리	1		1					2
	비둘기집의 원리								
순열과 조합	여러 가지 순열/여러 가지 조합								
	이항정리/다항정리								
분할	자연수의 분할/집합의 분할								
점화 관계식	여러 가지 점화관계식/등차선형점화관계식								
	특성다항식			1					1
생성함수	생성함수				1		1		2
	지수생성함수		1						1
알고리즘	알고리즘/복잡도/탐색알고리즘/분류알고리즘								
게임이론	영합 게임/비영합 게임/결정적 게임/비결정적 게임/게임의 값/최적 전략								
공평한 분배	여러 가지 공평한 분배/유산상속문제								
그래프의 기본	여러 가지 그래프와 활용								
	그래프의 행렬 표현	1						1	2
경로 문제	오일러그래프/해밀턴그래프								
	최단경로/최장경로								
평면 그래프	수형도/최소생성수형도								
	평면그래프			1					1
	오일러의 공식								
	배낭꾸리기 문제/쌍대그래프								
그래프의 색칠	꼭짓점의 색칠								
	채색수/채색다항식		1			1			2
	제거-축약 정리								
	지도/사색정리/색칠 문제의 활용								

표 7. 평가영역 및 내용요소의 학년도별 출제 문항 내용 및 문항 정보

평가영역	출제 내용	중등학교 교육과정	문항 유형
헤아림의 기본원리	포함배제의 원리(2011), 중복조합의 식으로 표현한 포함배제의 원리(2013)	중복조합, 집합의 연산 법칙	선다형(2011) 선다형(2013)
순열과 조합		순열과 조합	
분할		경우의 수	
점화 관계식	선형동차다항식의 특성다항식(2013)	수열, 수학적 귀납법	선다형(2013)
생성함수	지수생성함수(2012), 생성함수(2014), 수열 $\{a_n\}$의 생성함수와 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n$의 값(2016)	여러 가지 수열과 급수	선다형(2012) 서술형(2014, 2016)
알고리즘		수열	
게임이론		없음	
공평한 분배		없음	
그래프의 기본	인접행렬과 근접행렬(2011), 인접행렬(2017)	그래프와 행렬	선다형(2011) 기입형(2017)
경로 문제		평면그래프와 수형도	
평면 그래프	단순그래프의 특성(2013)	평면그래프와 수형도	선다형(2013)
그래프의 색칠	꼭짓점의 차수와 채색수(2012), 채색수(2015)	그래프와 행렬 그래프와 모델링	선다형(2012) 서술형(2015)

개념적 지식(Conceptual Knowledge)과 절차적 지식(Procedural Knowledge)을 동시에 측정하는 문항 유형이었다. 반면 가장 최근 출제된 2017학년도 문항은 주어진 그래프에서 인접행렬(adjacency matrix)을 찾아 행렬의 모든 성분의 합을 구하는 기입형 문항으로 1차원적 지식을 묻는 문항이었다.

출제 비율을 문항 수로 살펴보면, 2011~2012학년도의 경우 1차 시험 40문항(선다형), 2차 시험 4문항(서술형) 전체 44문항 가운데 2문항(선다형) 4.5%로 출제되었다. 2013학년도는 1차 시험 40문항, 2차 시험 4문항 전체 44문항 가운데 3문항(선다형) 6.8%로 출제되었다. 2014학년도는 1차 시험 15문항(기입형), 6문항(서술형), 2차 시험 3문항(서술형), 논술형(2문항) 전체 26문항 가운데 1문항(서술형) 3.8%가 출제되었다. 2015학년도는 1차 시험 10문항(기입형), 4문항(서술형), 2차 시험 4문항(서술형), 논술형(2문항) 전체 20문항 가운데 1문항(서술형) 5.0%가 출제되었다. 2016~2017학년도에는 1차 시험 14문항(기입형·서술형), 2차 시험 8문항(서술형·논술형) 전체 22문항 가운데 2016학년도 1문항(서술형)과 2017학년도(기입형) 4.5%가 출제되었다. 그렇지만 배점에 따른 비율로는 2011~2012학년도에는 총점 180점 중 4점으로 2.2%, 2013학년도는 총점 180점 중 6점(3.3%), 2014학년도는 총점 80점 중 3점(3.8%), 2015학년도는 총점 80점 중 5점(6.3%), 2016학년도는 총점 80점 중 4점(5.0%), 2017학년도는 총점 80점 중 2점(2.5%)로 출제되었다.

전술한 분석 대상 분류와 분석 내용을 다음과 같이 세 가지로 요약 정리할 수 있다.

첫째, 이산수학의 12개 평가영역과 46개의 내용 요소 가운데 6개 평가영역(헤아림의 기본원리, 점화 관계식, 생성함수, 그래프의 기본, 평면 그래프, 그래프의 색칠)과 7개의 내용 요소(포함배제의 원리, 특성다항식, 생성함수, 지수생성함수, 그래프의 행렬 표현, 평면 그래프, 채색수)에서 집중적으로 출제되었다.

둘째, 2015 개정 수학과 교육과정의 수학(집합), 수학Ⅰ(수학적 귀납법, 수열의 합), 확률과 통계(중복조합), 고급수학Ⅰ(그래프와 행렬, 평면그래프와 수형도), 고급수학Ⅱ(그래프와 모델링)의 핵심 개념과 내용 요소가 포함된 문항을 출제함으로써 학교수학과의 연계성을 강화하기 위한 의도를 내비추었다.

셋째, 2014학년도 이전 출제 문항 유형은 모두 선다형 문항이었으며, 2014-2016학년도에는 서술형 문항, 그리고 2017학년도에는 기입형 문항으로, 출제 문항의 유형이 다양하게 출제되어 Anderson & Krathwohl[10]이 언급한 원리와 일반화에 관한 지식인 개념적 지식(Conceptual Knowledge)과 주제별 특정 기능과 알고리즘, 특정 학문과 관련된 연구방법 및 기술 활용 기준에 대한 지식인 절차적 지식(Procedural Knowledge)을 측정하고자 하였다. 문항 수에 의한 출제 비율은 3.8%~6.8% 사이로 출제되었다. 배점에 따른 출제 비율의 경우에는 2.2%~6.3% 사이로 문항 수에 따른 비율보다 낮게 출제되었다.

2. 문항 특성

기출 문항 11개의 문항 가운데 8문항*(①포함배제의 원리(2011), ②선형동차다항식의 특성다항식(2013), ③지수생성함수(2012), ④수열$\{a_n\}$의 생성함수와 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n$의 값(2016), ⑤인접행렬과 근접행렬(2011), ⑥단순그래프의 특성(2013), ⑦꼭짓점의 차수와 채색수(2012), ⑧채색수(2015))에 문항 유형을 일부 변형하여 예비 수학교사에게 적용하고 그 반응을 통해 문제해결과정에서 나타난 문제 접근 방식에 변화가 있는 내용 요소, 문항의 특성, 문항의 수준과 난이도를 알아보았다.

8개의 문항은 이산수학 3학점을 이수한 14명의 예비교사에게 ①~④ 문항이 적용되었고, ⑤~⑧은 1명을 제외한 나머지 13명에게 적용하였다. 그 결과 평균(AVE)과 표준편차(STD)는 [표 8]과 같다.

[표 8]에서와 같이 ⑤번 문항의 평균이 3.50(4점 만점)으로 가장 높고, 표준편차도 1.261로 8개의 문항 중 가장 작게 나타나 예비 교사들이 문제해결에 접근하기 용이한 문항으로 판단된다. 반면 ④번 문항의 평균이 0.50으로 가장 낮은 점수로 나타났다.

* 선택하지 않은 3개의 문항은 본 연구에 크게 영향을 주지 않을 것으로 연구자가 판단하여 제외하였으며, 문항 번호(①~⑧)는 <표 6>의 평가 내용 요소 순으로 배정하였다.

표 8. 예비 수학교사 적용 문항 결과

문항	평균	표준편차	문항 변형 내용
①-1	1.64	2.023	◦선다형→서술형 ◦포함배제원리 이용 제시
①-2	0.64	1.646	◦생성함수 이용 제시
②	3.29	2.400	◦선다형→서술형
③	1.00	2.000	◦선다형→서술형
④	0.50	1.401	◦없음
⑤	3.50	1.261	◦합답형→진위형
⑥	4.00	2.230	◦합답형→진위형
⑦	2.14	2.386	◦선다형→서술형
⑧	2.29	1.994	◦없음

*각 문항별 5점 만점(⑤번 문항은 4점 만점)

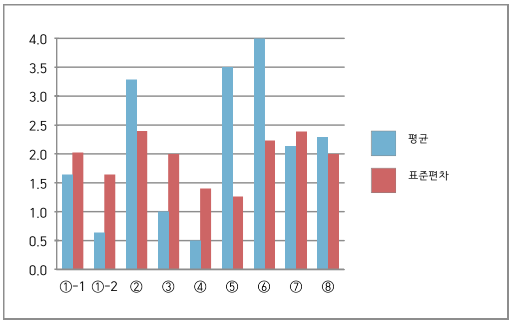

그림 1. 예비 수학교사 적용 문항 결과

다음은 ①~⑧번 문항의 문항별 특성 분석을 기술한 것이다.

①-1 문항은 방정식 $x_1+x_2+x_3+x_4=10$ 의 음이 아닌 정수해 중에서 각 x_i가 6을 넘지 않는 정수해의 개수를 구할 수 있는지를 묻는 문항으로 평가 목표에 적합하고 교육과정을 성실하게 이행한 예비 교사라면 해결 할 수 있다.

①-2 문항은 생성함수 $f(x)=(x+x^2+\cdots+x^6)^4$에서 x^{14}의 계수를 구하는 방법으로 해결하면 되는데①-1의 풀이 방법보다는 다소 난도가 높은 것으로 판단된다. 일부 예비교사는 다음 식 $|A_1^C\cap A_2^C\cap A_3^C\cap A_4^C| = |U|-S_1+S_2-S_3+S_4$ 을 세우지 못하거나 생성함수 $f(x)=(x+x^2+\cdots+x^6)^4=x^4\underbrace{(1-x^6)^4(1-x)^{-4}}$의 식($\underbrace{\quad}$)에서 x^{10}의 계수를 구하면 된다는 것을 이해하지 못해 문제해결의 어려움을 겪기도 하였다. [그림 2]는 예비 교사들의 ①-1과 ①-2 문항의 문제해결방법을 보여준 것이다.

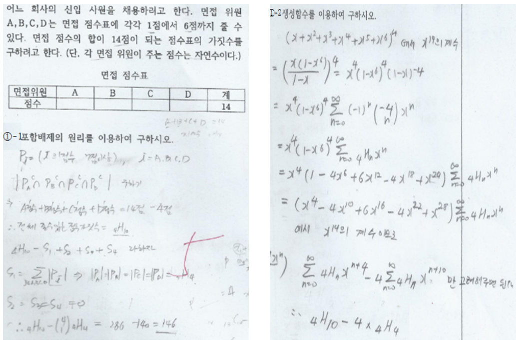

그림 2. 문항 ①번의 풀이

②번 문항은 주어진 점화식과 초기조건에서 특성다항식을 이용하여 수열의 일반항을 찾는 문항으로 예비교사에게는 상당히 정형화된 형태의 문항이다. 따라서 특성다항식의 기본적인 내용을 이해하고 있다면 쉽게 해결할 수 있어 난도가 낮다고 할 수 있다. 또 다른 풀이로 특성다항식 $t^2-3t+1=0$에서 근과 계수와의 관계를 이용하여 해결하는 예비교사도 있었다.

③번 문항은 생성함수 $f(x)=(x+\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}+....)^3$ $(1+x+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+.....)^2$에서 $\dfrac{x^8}{8!}$의 계수를 구하면 된다. 이 문항은 중복순열의 문제를 용이하게 해결할 수 있는 지수생성함수의 개념과 원리를 묻고 있으며 상 수준의 난도이다. 이 문항에서 일부 예비 교사들은 주어진 조건이 중복순열임과 중복순열을 지수생성함수로 표현하면 효과적으로 해결할 수 있다는 것을 연계하여 사고하지 못하였다. [그림 3]은 예비 교사들의 ②, ③번 문항의 문제해결방법을 보여준 것이다.

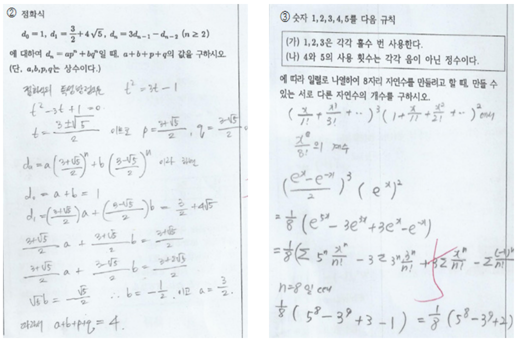

그림 3. 문항 ②, ③번의 풀이

④번 문항은 주어진 점화식을 만족하는 수열 $\{a_n\}$의 생성함수 $f(x)$에서 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n$의 값을 구하기 위해 생성함수 $f(x)$을 $f'(x)=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\cdots$ 로 나타낼 수 있는지의 여부를 파악할 수 있는 적절한 문항이다. 이 문항에서 대부분의 예비교사들은 생성함수 $f(x)$는 간단히 구하였으나 생성함수를 이용하여 $\sum_{n=0}^{\infty} na_n$을 구하는 방안을 강구하지 못하였다. 난도는 상수준이다.

⑤-⑥번 문항은 단순그래프의 성질과 그래프를 표현하는 방법인 인접행렬, 근접행렬의 의미를 어느 정도 이해하고 있는가에 관한 학습자 수준을 묻는 중하 수준의 난도 문항이다. 이 문항에 대하여 예비 교사들은 $\sum_{v \in V} d(v)=2|E|$ 를 간단히 이용하여 해결하였다. 또한 단순그래프이면 꼭짓점의 차수는 5이하여야 한다는 주어진 조건을 활용하는데 성공적이었다. 그러나 일부예비 교사는 $d_1(=5)>d_2(=4)>d_3(=3)>d_4(=2)>d_5(=1)>d_6(=0)$이고 $d_6=0$이 아니어야 하므로 모순이라는 것을 찾아내지 못하였다. [그림 4]는 예비교사들의 ④, ⑤, ⑥번 문항의 문제해결방법을 보여준 것이다.

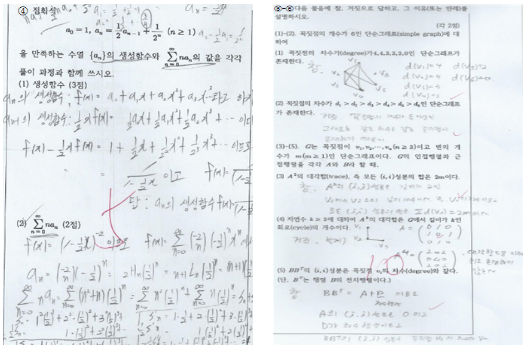

그림 4. 문항 ④, ⑤, ⑥번의 풀이

⑦번 문항은 그래프 G의 꼭짓점의 차수와 채색수를 구하는 문항으로 어렵지 않게 해결할 수 있는 중 수준의 문항이다. 다만, 회로(cycle) C_5와 완전이분그래프(complete bipartite graph) $K_{3,3}$의 그래프를 이해하지 못해 문제해결에 접근하지 못한 일부 예비 교사도 있었다.

⑧번 문항은 그래프 G의 모든 꼭짓점의 차수의 합은 변의 수의 2배, 즉 $\sum d(v_i)=2|E|$ 와 $e>3v-6$이면 G는 평면그래프가 아니라는 성질을 묻는 문항이다. 그렇지만 다음 정리「연결된 평면그래프 G에서 꼭짓점의 수를 v, 변의 수를 e라 하면 $e \le 3v-6$이다. (단, $v \ge 3$)」를 활용하지 못한 경우도 발견되었다. 이 문항의 난도는 중 수준이다. [그림 5]는 예비 교사들의 ⑦, ⑧번 문항의 문제해결방법을 보여준 것이다.

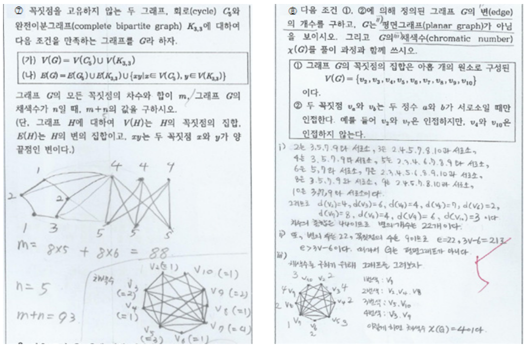

그림 5. 문항 ⑦, ⑧번의 풀이

V. 결론 및 제언

2011학년도에서 2017학년도 중등교사 수학과 임용시험에서 출제된 이산수학 문항을 한국교육과정평가원[2]이 제시한 이산수학 평가 영역 및 평가 내용 요소에 준거하여 문항을 분류하고 분석하여 다음과 같은 몇 가지 결론과 시사점을 얻었다.

첫째, 한국교육과정평가원[2]의 이산수학 평가 영역 및 평가 내용 요소가 고르게 출제될 필요가 있다. 물론 여기에는 중등학교 교육과정과 연계된 내용 요소가 출제되어야 한다는 것을 전제로 한다. 이런 점에서 이산수학 12개 평가영역 가운데 최근 7년간 단 한 번도 출제되지 않은 6개 영역(순열과 조합, 분할, 알고리즘, 게임이론, 공평한 분배, 경로 문제)에서 분할, 알고리즘,

경로문제 등은 출제 제고가 요구된다.

둘째, 2011~2013학년도에 선다형 문항으로 출제되어 오던 것이 선다형이 폐지된 2014학년도 이후가 되어서야 기입형, 서술형 두 가지 문항 유형으로 변형 출제되면서 문항 유형에 일부 변화가 있었지만 여전히 Anderson과 Krathwohl[10]이 주장하는 암기, 해석, 탐구, 발견 등 다양한 인지적 방법의 활용에 대한 전략적 지식인 메타인지적 지식(Metacognitive Knowledge)을 측정하는 문항은 출제되지 않고 있다. 따라서 향후 논술형 문항 유형의 출제도 고려되어야 한다.

셋째, 이산수학의 출제 비중이 절대적으로 현저히 낮다는 것이다. 문항 수에 의한 수학교과교육학과 내용학에서 차지하는 출제 비율이 3.8%~6.8%이고, 배점에 따른 출제 비율은 이 보다 더 낮은 2.2%~6.3% 사이로 출제되었다. 변지수·최병옥 [3]의 연구에서도 출제 비중이 이산수학은 5%인 반면 현대대수학 23%, 해석학 21%, 위상수학 14%, 복소해석학 9%, 선형대수학 8%, 정수론 8%, 미분기하학 8%, 확률과 통계학 5%로 이산수학을 제외한 수학과 내용학 8개 기본 이수과목의 출제 비율 평균과 비교하여 현저한 차이를 보이고 있다.

넷째, 기출 된 본래의 문항이 아닌 변형된 문항으로 예비 교사에 적용하였기에 문항의 정확한 난이도를 측정하기 어려우나 상·중·하 난이도가 고르게 출제된 것으로 판단된다. 특히 모든 문항이 평가 목표에 적합하고 교육과정을 성실하게 이행한 예비 교사라면 해결 할 수 있는 적정한 난도가 유지된 것으로 분석된다. 다만, 임용시험이 선발고사라는 시험의 성격과 출제 문항이 1개 문항이라는 점을 감안하면 매년 일정 수준의 난도를 유지하여 출제하는 것이 바람직하다.

다섯째, 한국교육과정평가원[2]의 이산수학 평가 영역 및 평가 내용 요소에 의거하여 출제되고 있는 수학과 임용시험 문항과 각 사범대학 수학교육과에 개설된 이산수학 교육과정의 세는 방법, 점화관계와 생성함수, 그래프 등의 내용요소가 일치하고 있어 예비 교사의 학습 동기 부여에 기여하고 있다.

최근 이산수학에 관한 관심이 높아진 이유는 빅데이터 등 디지털 기술을 활용하는 정보사회에서 요구되는 테크놀러지(technology)의 이론적 토대를 제공하기 때문이다. 컴퓨터 환경에서의 논리적 추론 능력은 지식기반사회의 학문적 기초가 된다. 여기에 디지털 회로와 오토마토(automata)의 설계, 관계형 데이터베이스, 프로그래밍 언어, 지식기반 시스템 등을 이해하는데 이산적 사고가 필수적이기도 하다. 그래서 이산수학은 중등학교를 비롯한 대학에서 컴퓨터 과학의 주제로서 중요한 위치에 놓여있다.

교사는 학생들에게 수학의 거부 반응을 줄이고 수학에 대한 흥미를 유발시킬 필요가 있다. 또한 수학에 흥미를 잃는 학생들에게는 새로운 시작을 제공하고, 능력 있는 학생들에게는 도전의 기회를 제공하여 수학교육의 목적 달성은 물론 수학의 진정한 가치를 경험할 수 있도록 도와주어야 한다. 여기에 이산수학이 있다. 이산 수학은 수학을 어떻게 가르쳐야 하는가에 대한 기회 제공, 그리고 교사에게 수학을 바라보는 새로운 시각과 학생들에게는 수학에 접근할 수 있는 새로운 방법을 제시한다. 이러한 견지로부터 이산수학은 중등학교와 대학에서 가르치는 것은 그 자체로서 끝나는 것이 아니라 수학 교육을 새로이 조직하는 도구가 될 수 있다[11].

참 고 문 헌

[1] 전영주, “중등교사 임용시험 수학교과교육학 기출 문항 분석,” 한국수학사학회지, 제27권, 제5호, pp.347-364, 2014.

[2] 한국교육과정평가원, *2009학년도 개편 중등교사 임용후보자선정경쟁시험 표시과목「수학」의 교사 자격 기준 개발과 평가 영역 상세화 및 수업 능력 평가 연구*, 한국교육과정평가원 연구보고 CRE 2008-6-2.

[3] 변지수, 최병옥, “중등교사 임용시험 수학교과 내용학 문항의 출제 경향 분석,” 한국수학사학회지, 제25권, 제3호, pp.119-140, 2012.

[4] 조민정, *최근 6년간 중등교원임용시험 수학내용학 출제 문항 분석 : 위상수학, 미분기하학을 중심으로*, 경성대학교 대학원, 석사학위논문, 2014.

[5] N. Crisler, P. Fisher, and G. Froelich, *A Discrete*

Mathematics Textbook for High Schools, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol.36, 1997.
[6] 교육부, *수학과 교육과정*, 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8], 1997.
[7] 교육부, *수학과 교육과정*, 교육부 고사 제 2015-74호 [별책 8], 2015
[8] Harold F. Bailey, *The Status of Discrete Mathematics in the High Schools*, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol.36, 1997.
[9] 이수진, *수학 중등교원 임용고사 기출문항 분석 -2009학년도~2011학년도 문항을 중심으로-*, 울산대학교 대학원, 석사학위논문, 2011
[10] L. Anderson and D. Krathwohl, *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: a Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*, New York: Addison Wesley Longman, 2001.
[11] Joseph G. Rosenstein, *A comprehensive View of Discrete Mathematics*, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, Vol.36, 1997.

저 자 소 개

김 창 일(Changil Kim) 정회원

- 1993년 : 단국대학교 수학교육과교수
- 한국수학사학회 부회장
- 한국수학사학회 편집위원장

<관심분야> : 위상수학, 수학교육, 수학사

전 영 주(Youngju Jeon) 정회원

- 2010년 : 한국교육과정평가원
- 2013년 : 전북대학교 수학교육과 교수

<관심분야> : 수학교육, 수학교육 콘텐츠, 확률론