

# 觀測子の線型確率連続시스템에의適用

高明三, 洪錫教 (서울대)

Luenberger의 觀測子 (observer) 中 同一觀測子 (Identity observer) 를 線型確率连续 시스템

$$\begin{aligned}
 p; \quad & \dot{x}(t) = A(t)x(t) + D(t)a(t) + \bar{z}(t) \\
 & y(t) = C(t)x(t) + \eta(t) \quad \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

에 적용시키면 觀測子は

$$\dot{z}(t) = (A(t) - G(t))z(t) + G(t)y(t) + D(t)a(t) - \eta(t)$$

로 되고 이 관측자의 出力은  $\hat{x}(t) = z(t)$  가 된다  
시스템의 狀態變數  $x(t)$  와 이 出力  $\hat{x}(t)$  의 誤差  $e(t)$  를 구하면

$$\dot{e}(t) = (A(t) - G(t))e(t) + \bar{z}(t) - G(t)\eta(t) \quad \dots \dots (2)$$

가 되고 誤差共分散 (Error Covariance)  $\Sigma(t)$  는

$$\begin{aligned}
 \dot{\Sigma}(t) = & (A(t) - G(t))\Sigma(t) + \Sigma(t)(A(t) - G(t)) \\
 & + Q(t) + G(t)R(t)G'(t) \quad \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

가 된다.

$J = E\{e(z) e(z)'\} = \text{tr} \Sigma(z)$  와 동등하면 最適觀測子  
는 식(4)를 만족하고  $J = \text{tr} \Sigma(z)$  를 最少로 하는  
 $G(t)$ 를 求하는 문제가 된다.

여기서 Pontryagin의 行列形과 傾斜行列 (Gradient

Matrix)을 사용하면 Maximum은

$J = \text{tr}(\Sigma(t) P'(t))$ 로 되고 最大原理로 부터

$$\frac{\partial J}{\partial P} = 0 \quad \text{--- (6)}$$

$$P^*(t) = - \frac{\partial J}{\partial \Sigma(t)} \quad \text{--- (7)}$$

를 얻는다.

이 (6), (7)에서  $G^*(t)$ 를 求하면

$$G^*(t) = \Sigma^+(t) C'(t) R^{-1}(t) \quad \text{--- (8)}$$

가 된다

以上の 結果에서 最適觀測子는

$$\dot{\hat{z}}(t) = (A(t) - G^*(t) C(t)) \hat{z}(t) + G^*(t) y(t) + D(t) u(t)$$

$$G^*(t) = \Sigma^+(t) C'(t) R^{-1}(t)$$

$$\dot{\Sigma}^+(t) = A(t) \Sigma^+(t) + \Sigma^+(t) A'(t) + Q(t) - \Sigma^+(t) C'(t) R^{-1}(t) C(t) \Sigma^+(t)$$

와 같아 되어 이는 잘 알려진

인 Kalman Filter 와 同一함이 밝혀졌다.