浮遊砂의 数値計算에 対하여

서울工大 大学院
呂 運 光

서울工大 教 授
安 守 漢

一般的인 拡散方程式을 2次元으로 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{\partial c}{\partial k} + u\frac{\partial c}{\partial x} + (\omega+\omega^*)\frac{\partial c}{\partial z} = \frac{x}{\partial x}\left(\varepsilon_x \frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}\right)$$

여기서 c는 浮遊物의 濃度, u, ω, ε_x, ε_z는 x, z 方向의 流速, 拡散係数이며 ω^*는 沈降速度이다.

위 式을 差分化시키고 u, ω, ω^*, ε_x, ε_z를 決定해 주고 適当한 境界条件을 넣으면 非定常 拡散方程式의 解를 求할 수 있다.

差分化한 最終式은

$$C(i,j,k+1) = \frac{B}{A}$$

$$A = \frac{1}{\triangle t_k} + \frac{1}{\triangle x_i + \triangle x_{i-1}}\left\{\frac{1}{\triangle x_i}\varepsilon_x(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}) + \frac{1}{\triangle x_{i-1}}\varepsilon_x(i-\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2})\right\}$$

$$+ \frac{1}{\triangle z_i + \triangle z_i - 1}\left\{\frac{1}{\triangle z_j}\varepsilon_x(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}) + \frac{1}{\triangle z_{j-1}}\varepsilon_z(i, j, k+\tfrac{1}{2})\right\}$$

$$B = \frac{1}{\triangle t_k} C(i,j,k) - \frac{1}{4\triangle x_i} U(i+\tfrac{1}{2},j,k+\tfrac{1}{2})[C(i+1,j,k+1)$$

$$-C(i-1,j,k+1)+C(i+1,j,k)-C(i-1,j,k)]$$

$$-\frac{1}{4\triangle z_j}\{\omega(i,j+\tfrac{1}{2},k+\tfrac{1}{2})+\omega^*\}[C(i,j+1,k+1)-$$

$$C(i,j-1,k+1)+C(i,j+1,k)-C(i,j-1,k)]$$

$$+\frac{1}{\triangle x_i+\triangle x_{i-1}}[\frac{1}{\triangle x_i}\varepsilon_x(i+\tfrac{1}{2},j,k+\tfrac{1}{2})\cdot\{C(i+1,j,k+1)+$$

$$C(i+1,j,k)-C(i,j,k)\}-\frac{1}{\triangle x_{i-1}}\varepsilon_x(i-\tfrac{1}{2},j,k+\tfrac{1}{2})\cdot$$

$$\{C(i,j,k)-C(i-1,j,k)-C(i-1,j,k+1)\}]$$

$$+\frac{1}{\triangle z_j+\triangle z_{j-1}}[\frac{1}{\triangle z_j}\varepsilon_z(i,j+\tfrac{1}{2},k+\tfrac{1}{2})\{C(i,j+1,k+1)+$$

$$C(i,j+1,k)-C(i,j,k)\}-\frac{1}{\triangle z_{j-1}}\varepsilon_z(i,j-\tfrac{1}{2},k+\tfrac{1}{2})$$

$$\{C(i,j,k)-C(i,j-1,k)-C(i,j-1,k+1)\}]$$

로 表示된다.

U, ω의 決定은 微少振幅波의 理論式에서

$$U = \frac{\pi H}{T}\frac{\cosh\frac{2\pi}{L}(h+z)}{\sinh\frac{2\pi h}{L}}\sin 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)$$

$$\omega = \frac{\pi H}{T}\frac{\sinh\frac{2\pi}{L}(h+z)}{\sinh\frac{2\pi h}{L}}\cos 2\pi\left(\frac{x}{L}-\frac{t}{T}\right)$$

를 使用하고 ω^*는 常数로서 주어졌다.

한편 拡散係数의 決定에서는 Homma, Horikawa 가 提案한 渦動粘性係数를 利用한 式.

$$\varepsilon = \beta b^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right|$$

에서 誘導된

$$\varepsilon = 1K \frac{LH}{2T} \frac{\sinh^3 h \frac{2\pi}{L}(z+h)}{\sinh h \frac{2\pi h}{L} \cosh^2 h \frac{2\pi}{L}(z+h)} \left| \sin 2\pi\left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T}\right) \right|$$

을 代入하였다.

境界条件은 底面에서의 浮遊物을 생각하여 初期濃度 0, 底面濃度 1을 定常状態가 될 때까지 供給源으로 底面을 주었으며 水面条件을 濃度曲線이 2次元 포물선으로 가정하여 $\frac{\partial c}{\partial z}\big|_{z=h} = 0$의 条件을 주었고 側面条件을 한 週期만을 생각할 때 서로의 条件이 $C(i+m, j, k) = C(i_{max}+m, j, k)$을 만족시킨다.

이와같이 $u, \omega, \omega^*, \varepsilon_x, \varepsilon_z$ 및 境界条件을 代入하면 浮遊物의 濃度의 時間的 変化를 해석하였다.