국부유한요소법에 의한 전장계산에 관한 연구

김인호 · 이기식 · 한송엽 (서울대)

1. 서 론

자장이나 전장계산에 유한요소법이 적용되고 있는데 그 영역을 무한장으로 고려해야 될 경우 지금까지의 유한요소법은 근사적으로 유한한 영역을 택해 취급했다. 따라서 본 국부 유한요소법에서는 기존의 유한요소법이 갖는 위의 단점을 보완하기 위해 전영역을 몇개의 소영역으로 나눠 영역마다 유한요소법과 해석적인 방법을 적용시켰다.

2. 유한요소법과 해석적인 방법의 적용

(그림 1)과 같은 영역을 (그림 2)와 같이 3개의 소영역으로 나눠 Ω_0 영역에서는 유한요소법을, Ω_1, Ω_2 영역에서는 해석적인 방법을 적용시켰다.

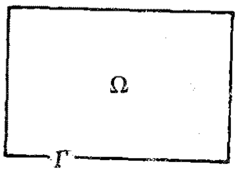

그림 1

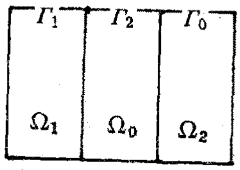

그림 2

전영역 Ω에서

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) + \rho = 0 \qquad (1)$$

각영역 Ω_0, Ω_1, Ω_2에서의 Potential을 ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2라 하고 각영역의 경계를 Γ_0, Γ_1, Γ_2라 하면 변분원리에 따라 범함수 I는

$$I = \frac{1}{2}\int_{\Omega_0} \varepsilon_0 (\nabla\phi_0)^2 d\Omega - \int_{\Omega_0} \rho_0 \cdot \phi_0 d\Omega$$

$$+ \frac{1}{2}\int_{\Omega_1} \varepsilon_1 (\nabla\phi_1)^2 d\Omega + \frac{1}{2}\int_{\Omega_2} \varepsilon_2 (\nabla\phi_2)^2 d\Omega$$

$$+ \int_{\Gamma_{01}} \lambda_1 (\phi_0 - \phi_1) dP + \int_{\Gamma_{02}} \lambda_2 (\phi_0 - \phi_2) d\Gamma \qquad (2)$$

의 꼴이 된다.

여기서 $\phi_0 \simeq \sum_i Ni\phi_{0i}$

$\phi_1 = \sum_j a_j\psi_j$ (ψ_j:eigen function, a_j:coefficient)

$\phi_2 = \sum_k b_k\psi_k$ (ψ_k:eigen function, b_k:coefficient)

λ_1, λ_2 : Lagrange Multipliers

이다. 이때

$$\delta I = 0 \qquad (3)$$

이어야 하므로 a_j와 b_k에 관해 변분을 취해 (3)식을 만족시키는 λ_1, λ_2를 구한다. 따라서 (2)식에 대해

$$\frac{\partial I}{\partial \phi_{01}} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial_{aj}} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial_{bk}} = 0$$

를 적용시켜 전 System Matrix를 구성하면

$$\begin{pmatrix} K_{00} & K_{01} & K_{02} \\ K_{01}^t & K_{11} & 0 \\ K_{02}^t & 0 & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_0 \\ A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (4)$$

이 된다.

3 , 결 론

복잡한 경계조건을 갖는 영역에서는 유한요소법을 적용시키고 변화가 심하지 않는 영역에서는 해석적인 해를 적용시킴으로써 전영역을 유한요소법만으로 적용시키는 경우보다 훨씬 정확도를 기할 수 있으며 Memory 용량과 계산시간을 단축시킬 수 있다.

참 고 문 헌

(1) O.C. Zinekiewicz, "The Finite Element Method, 3rd Ed.", pp. 65-91, William Clowes & Sons, Limited, 1977.

(2) Kwang June Bai, "A Localized Fimite-Element Method for Two-Dimensional Steady Potential Flows with a Free Surface", Journal of Ship Research, Vol. 22, No. 4, Dec. 1978.

(3) A TRKOV AND W.L. WOOD, COMPARISION BETWEEN A FINITE ELEMENT AND A COMPOSITE METHOD FOR A THREE-DINENSIONAL POTENTIAL PROBLEM, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING, VOL. 15, 1083-1094, 1980.