Digital Simulation of Discrete Adaptive Control System by Recursive Least Squares Algorithm

고 명 삼 · 차 상 균 (서울대)

1. 서　론

파라메타 적응 제어 시스템은 플랜트의 파라메타를 알지 못하거나 이의 예상치 못하는 큰 변화가 기대될 때, 입력과 출력 또는 상태변수로써 산출된 Performance Index(P.I.)를 주어진 P.I 와 비교하여 파라메타를 조절해줌으로써 양질의 제어를 보장하는 시스템이다.

최근 수년간, 확정적 연속 및 이산 시스템에 대해서는 Lyapunov 안정도와 超안정도 이론을 이용하여 미지의 파라메타에 대해 안정된 Model Reference Control (MRAC) 이 연구되었다. [1 - 4]. 한편 확률적 잡음을 갖는 이산 시스템에서는 Separation Principle 에 의해서, 유도된 최적 제어 법칙의 미지의 파라메타를 每스텝마다 구한 Recursive Least Squares Estimate 로 대체하는 Self Tuning Controller (STC) 와 Self Tuning Regulator (STR) 가 제안되었다 [5 - 9]. 본 연구에서는 주로 후자의 경우, 즉, Recursive Least Squares Law 를 도입하는 알고리듬 [3-10] 이 실제로 계산기에서 구성될 때 일어나는 문제점과 이를 극복하는 방법에 대해서 시뮬레이션 한 결과에 대해 논한다.

2. 이산 적응 제어 알고리듬

$A(q^{-1})\,y_t = q^{-k}\,B(q^{-1})\,u_t + C(q^{-1})v_t$ 에 의해 표현되어지는 SISO 시스템에 대해 명령 신호를 W_t 라고 할 때, 이산 적응제어 알고리듬은 다음과 같다 [7-9].

$$X_t^T\ \hat{\theta}_t = 0 \tag{1}$$

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + P_t X_{t-k}\,(\phi_t - X_{t-k}^T\,\hat{\theta}_{t-k}) \tag{2}$$

$$P_t = \frac{1}{\lambda_1}\left\{P_{t-1} - \frac{P_{t-1}\,X_{t-k}\,X_{t-k}^T\,P_{t-1}}{(\lambda_1/\lambda_2) + X_{t-k}^T P_{t-1} X_{t-k}}\right\} \tag{3}$$

$$X_t^T \triangleq [\,Y_t,\ Y_{t-1},\ \cdots\cdots u_t,\ \cdots\cdots w_t,\ w_{t-1},\ \cdots\cdots, 1]$$

$$\phi_t = P(q^{-1})\,Y_t + Q(q^{-1})\,u_{t-k} - R(q^{-1})\,W_{t-k} \tag{4}$$

여기서 Polynomial A, B, C 의 차수는 알고 있으며, v_t 는 uncorrelated random sequence 이고 $C(Z^{-1})$ 는 Z-평면상에서 단위원내에 근을 가지고 있는 것으로 가정한다. 또한 λ_1 은 1 보다 작거나 같은 양수이며 $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$ 으로 둠으로써 $t \to \infty$ 함에 따라 일정한 에러에 대한 Estimation filter 의 이득을 1 로 가게한다. 함수 ϕ_t 는 P.I.를 반영한다.

3. 시뮬레이션 결과

다음과 같은 시스템에 대해 시뮬레이션을 하였다.

$$Y_t = 1.52Y_{t-1} - 0.6Y_{t-2} + 0.43u_{t-1}$$
$$- 0.35u_{t-2} + v_t - 0.5v_{t-1}$$
$$\phi_t = Y_t - W_t + \lambda u_t$$
$$V_t \sim N(0, 0.1)$$

이상의 시스템에서 $\lambda = 0.01$ 일때 $\lambda_1 = 0.9$ 또는 $\lambda_1 = 0.99$ 인 경우 스텝변화하는 W_t 에 대해 좋은 결과를 얻었다. 그러나 일정한 명령 $W_t = 2.0$ 을 주었을 경우, 수백 혹은 수 천 스텝에서 파라메타가 발산함으로써 알고리듬이 실패하게 되었다. 이런 현상은 잡음이 작을수록, λ_1 이 작을수록 빨리 일어났는데, 이는 식(3)에서 λ_1 이 1 보다 작고, 일정시간동안 $P_{t-1} X_{t-k} \cong 0$ 이기 때문이다. 이 현상은 $\hat{\theta}_t$ 와 P_t 의 과거값을 적절히 선택하여 대입함으로써 극복되었다. 이러한 Reset Action 은 소형 계산기에서 부동점 계산을 하면서 Overflow Condition 에 의해 쉽게 구성될 수 있으므로 유리하다.

참 고 문 헌

〔1〕 K.S.Narendra, L.S.Valavani, " Stable Adaptive Observers and Controllers ", Proc. of IEEE, Aug., 1976.

〔2〕 I.D.Landau, Adaptipe Control: The Model Reference Approach, Dekker, 1979.

〔3〕 I.D.Landau, H.M.Silveira, " A Stability Theorem with Application to Adaptive Control ", IEEE AC, vol. 24,No.2,1979.

〔4〕 L.Dugard, I.D.Landau, H.M.Silveira, " Adaptive State Estimation Using MRAS Techniques ", IEEE AC, vol.25, No.6, 1980.

〔5〕 K.J.Åström, B.Wittenmark, " On Self Tuning Regulators", Automatica, vol.9. pp.185 ~ 199. 1973.

〔6〕 K.J.Åström, " Design Principles for Self Tuning Regulators " in Methods and Applications in Adaptive Control, Springer-Verlag 1980.

〔7〕 D.W.Clarke, P.J.Gawthrop, " Self-Tuning Controller ", Proc. of IEE, vol.122,No.9,1975.

〔8〕 D.W.Clarke, P.J.Gawthrop, " Implementation and Applications of Microprocessor Based Self Tuners ",

〔9〕 H.N.Koivo, " A Multivariable Self Tuning Controller", Automatica, vol.16, pp.351 ~ 366.

〔10〕 T.Suzuki, T.Nakamura, M.Koga, "Discrete Adaptive Observer with fast convergence ", Int.J.Control, vol.31,No.6,1980.