가변구조 적응모델 추종제어 시스템에 관한 연구

A Study on the Variable Structure Adaptive Model Following Control Systems

허 노 재 * 연세대학원 전기공학과

최 종 문 동양 공전 전자공학과 교수

한 만 춘 연세대학교 전기공학과 교수

ABSTRACT

This paper studies a variable structure adaptive model following control system which can control a plant in which the parameters of the controlled plant can not be estimated because they vary with time and in which the controlled plant has noise.

The values of the feedback gain matrices for given states are obtained the equivalent control law, and the adaptive controller has been designed using the adaptive mechanism which switches the matrices.

The adaptive controller minimizes the state error vector, that is, the difference between the state vector of the model and the state vector of the controlled plant.

A controlled plant which has time varying parameters, a controlled plant which has only noise, and a controlled plant which has both have been controlled by the designed adaptive controller.

The continuous single input-output system has been analysed by computer. This control system may be used to control practical systems by the addition of a microcomputer.

1. 서 론

1978년 Young은 설계목적이 내포된 기준모델을 시스템 일부분으로 하여 제어대상 프랜트의 상태벡터와 기준모델의 상태벡터 차인 상태편차 벡터를 최소화하는 Variable Structure Adaptive Model Following Control System을 제시하였다.

이 제어 시스템은 제어대상 프랜트가 시변매개 변수를 갖거나 백색잡음을 갖는 프랜트를 설계자가 원하는 평가지표를 갖게 제어할수 있을뿐만아니라 상태편차 벡터의 과도상태를 방향적 제어를 할 수 있다.

또한 차수를 줄여 등가제어 할 수 있어 알고리즘이 간단하고 마이크로 컴퓨터로 제어가능하다.

본 논문에서는 기준모델과 제어대상 프랜트를 선정하여 등가제어 법칙으로 부터 궤환 이득행렬의 값을 구하였다. 구하여진 이득행렬의 값을 변환시키는 적응장치를 구성하여 적응 제어기를 설계하였다. 컴퓨터 해석으로 슬라이딩 모션(sliding motion)이 일어날수 있는 매개변수들의 변화폭을 구하였다. 가변구조 적응모델 추종제어 시스템을 적용하여 제어대상 프랜트가 시변 매개변수를 갖는 시스템 1, 제어대상 프랜트가 백색잡음을 갖는 시스템 2, 3와 제어대상 프랜트가 시변 매개변수를 갖고 백색잡음이 들어오는 시스템 4를 제어하여 결과고찰 하였다.

2. 가변구조 적응모델 추종제어 시스템

(1) 가변구조 시스템이론을 이용한 적응모델 추종제어 시스템

제어대상 프랜트가 시변일때 적응모델 추종제어 시스템의 상태 방정식은 식(1)과 같이 표시한다.

$$\begin{cases} \dot{X}_M = A_M X_M + B_M U_M \\ \dot{X}_P = A_P(t) X_P + B_P(t) U_P(t) \end{cases} \quad (1)$$

여기서

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & 1 \\ -a_n & \cdots\cdots & & a_1 \end{bmatrix} \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_P(t) = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & 1 \\ C_n(t) & \cdots\cdots & & -C_1(t) \end{bmatrix} \quad B_P(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

상태편차 벡터는 아래식 (2)와 같다.

$$E = X_M - X_P \quad (2)$$

스위칭 표면은 상태편차 공간내에서 설계자가 원하는 극점을 갖는 특성 방정식 (3)으로 정한다.

$$S = GE = 0 \quad (3)$$

가변구조 시스템을 이용한 적응모델 추종제어 시스템의 제어법칙은 아래와 같다.

$$U_{Pi} = \begin{cases} U_{Pi}^{+}(X_P, E, U_M) & S_i(E) > 0 \\ U_{Pi}^{-}(X_P, E, U_M) & S_i(E) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

여기서 U_{Pi} ; 제어대상 프랜트의 i 번째 제어 입력

벡터

$S_i(E)$; m스위칭 초평면의 i 번째 요소

식 (4)에서 정의된 적응제어 법칙이 스위칭표면 위에서 불연속이 되면 슬라이딩 모션이 일어난다.

i 번째 초평면에서 슬라이딩 모션이 일어날 조건은 식 (5)와 같다.

$$\begin{cases} \lim_{S\to -0} S_i & > 0 \\ \lim_{S\to +0} S_i & < 0 \end{cases} \qquad (5)$$

슬라이딩 모션이 일어나는 동안 상태편차 벡터는 스위칭표면 행렬G에만 의존하고 제어대상 프랜트의 시변 매개변수와 잡음에는 영향을 받지 않는다.

그러므로 슬라이딩 모션이 일어나는 동안 상태편차 벡터는 식 (6)과 같다.

$$\begin{cases} S = GE = 0 \\ \dot{S} = G\dot{E} = 0 \end{cases} \qquad (6)$$

(2) 등가 제어법칙

슬라이딩 모션이 일어나는 동안에는 식 (6)이 성립한다.

식(1) ,(2) , (6) 에서

$$G\dot{E} = G\,[\,A_M E + (A_M - A_P)X_P + B_M U_M - B_P U_P\,] = 0 \quad (7)$$

U_P 에 관해서 풀면

$$U_P = (GB_P)^{-1} G\,[\,A_M E + (A_M - A_P)\,X_P + B_M U_M\,] \qquad (8)$$

식 (8)에서 구한 제어법칙은 슬라이딩 모션이 일어나게 하는 등가제어 법칙이다.

식 (8)을 식 (1)에 대입하면

$$\dot{E} = [\,I - B_P\,(GB_P)^{-1} G\,]\,[A_M E + (A_M - A_P)X_P + B_M U_M) \quad (9)$$

슬라이딩 모션이 일어나는 동안 상태편차 벡터는 잡음항인 X_P 와 U_M 에 영향을 받지 않으므로 식 (9)는 아래와 같이 된다.

$$E = [\,I - B_P\,(GB_P)^{-1} G\,](A_M E) \qquad (10)$$

(3) 적응 제어기 설계

가변구조 적응모델 추종제어 시스템에 의한 적응 제어기의 블럭선도는 그림 1과 같다.

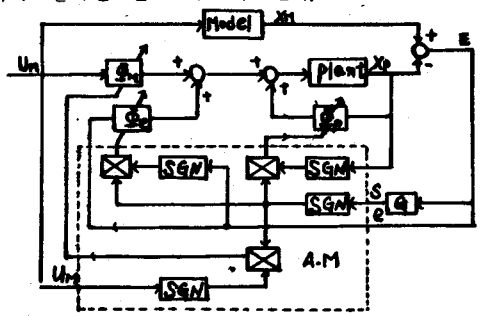


그림 1 적응 제어기 블럭선도
Fig1 The block diagram of the adaptive controller

그림 1에서 제어대상 프랜트의 적응 제어입력은 식 (11)과 같다.

$$U_P(t) = \phi_P X_P + \phi_e E + \phi_M U_M \qquad (11)$$

3. 컴퓨터 해석 및 결과

(1) 컴퓨터 해석

기준모델과 제어대상 프랜트를 아래식 (12)으로 선정한다.

$$\begin{cases} \dot{X}_M = A_M X_M + B_M U_M \\ \dot{X}_P = A_P(t) X_P + B_P(t) U_P(t) \end{cases} \qquad (12)$$

여기서

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -2.5 & -3.5 \end{bmatrix} \qquad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin(t) & -1 & -\cos(t) \end{bmatrix} \qquad B_P(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 15+\cos(t) \end{bmatrix}$$

스위칭표면을 제동비가 0.5이고 제동주파수가 3인 2차 미분방정식으로 정한다.

$$S = 9\,E_1 + 3\,\dot{E}_1 + \ddot{E}_1 = 0 \qquad (13)$$

시스템 1 : 제어대상 프랜트가 시변 매개변수를 갖는 시스템

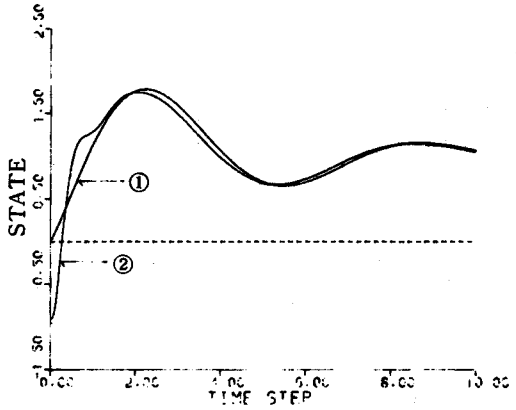
시스템 2 : 슬라이딩 모드가 잡음에 무관한 조건을 만족하는 시스템

시스템 3 : 슬라이딩 모드가 잡음에 무관한 조건을 만족하지 않는 시스템

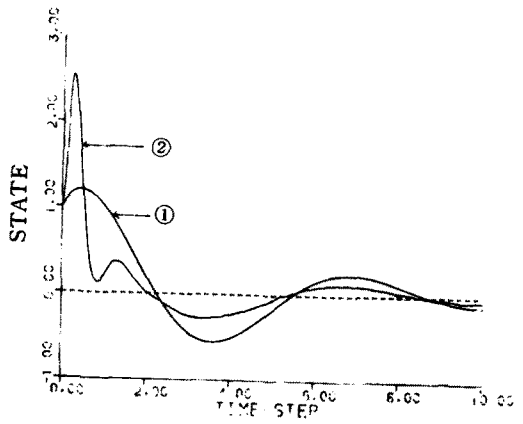
시스템 4 : 제어대상 프랜트가 시변 매개변수를 갖고 잡음이 들어오는 시스템

(2) 컴퓨터 해석 결과

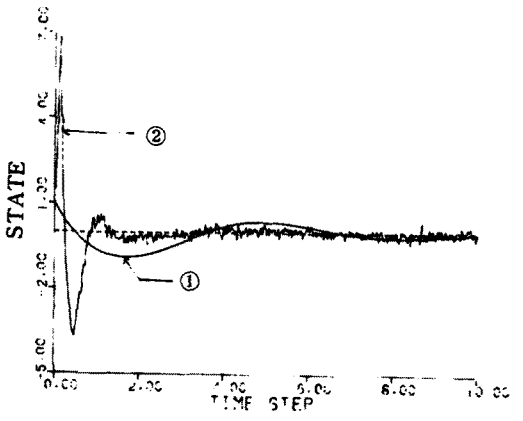
컴퓨터 해석을 위하여 한국과학기술연구소의 CYBER 컴퓨터를 사용하였다. CYBER컴퓨터를 사용하여 얻은 결과를 가지고 한국과학기술 연구소의 CALCOMP 컴퓨터를 사용하여 그림을 그렸다.



a) ① = $X_M(1)$, ② = $X_P(1)$



b) ① = $X_M(2)$, ② = $X_P(2)$



c) ① = $X_M(3)$, ② = $X_P(3)$

그림 2 시스템 4의 상태
Fig2 The states of system4

그림 2는 시변 매개변수를 갖고 백색잡음이 들어오는 제어대상 프랜트를 가변구조 적응모델 추종제어 시스템을 적용하여 얻은 제어대상 프랜트와 기준모델의 상태 추종을 나타낸다.

4. 결과고찰

슬라이딩 모션이 일어날 수 있는 매개변수들의 변화폭은 아래 표 1에서 나타낸다. 표 1에서 알수 있듯이 변화폭 내에 있는 매개변수에 대해서는 모드의 방향이 수렴하는 특성을 보였고 변화폭 밖에 있는 매개변수에 대해서는 발산하는 특성을 보였다.

표 1 매개변수들의 변화폭

Table1 Variance Width of state parameters

매개변수	변 화 폭	$\|X_M(1) - X_P(1)\|$	$\|X_M(2) - X_P(2)\|$	$\|X_M(3) - X_P(3)\|$	I S I
C_0	7	발 산	발 산	발 산	발 산
	6	0.005	0.0005	0.024	0.07
	6	0.004	0.0037	0.009	0.045
	7	발 산	발 산	발 산	발 산
C_1	7	〃	〃	〃	〃
	6	0.00066	0.0005	0.034	0.011
	12	0.00065	0.0002	0.02	0.037
	13	발 산	발 산	발 산	발 산
C_2	6	〃	〃	〃	〃
	5	0.0003	0.002	0.03	0.03
	15	0.001	0.014	0.03	0.027
	16	발 산	발 산	발 산	발 산
D_0	3	〃	〃	〃	〃
	4	0.0001	0.00044	0.014	0.013
	50	0.0036	0.009	0.123	0.15
	100	0.0139	0.004	0.189	0.27

시스템 1 : 변화폭 내에서 변하는 매개변수를 갖는 제어대상 프랜트를 가변구조 적응모델 추종제어 시스템을 적용하면 상태편차 벡터의 과도상태는 프랜트의 시변 매개변수에는 무관하고 정해준 스위칭표면 방정식의 과도상태를 따르게 제어된다. 상태편차의 값은 $t = 10$에서 0.02, 0.052, 0.064이다.

시스템 2 : 잡음편차가 0.1이하가 되면 상태편차의 값은 0.016, 0.004, 0.27줄일 수 있고 상태편차 벡터의 과도상태는 백색잡음에는 무관하게 제어할 수 있다.

시스템 3 : 잡음편차가 0.1이면 만족스런 평가지표를 얻지 못했다. 상태편차 벡터의 과도상태는 백색잡음에 많은 영향을 받는다.

결국 가변구조 적응모델 추종제어 시스템은 슬라이딩 모드가 잡음에 무관한 조건을 만족하는 시스템에 대해서는 원하는 평가지표를 얻을수 있으나 그 조건을 만족하지 않는 시스템에 대해서는 원하는 평가지표를 얻을수 없다.

시스템 4 : 잡음편차가 0.1이하가 되면 상태편차는 0.02, 0.06, 0.24까지 할수 있다. 그리고 상태편차 벡터의 과도상태는 백색잡음에 영향을 받지않고 제어가능하다.

5. 결 론

본 논문의 연구결과로 슬라이딩 모션이 일어날 수 있는 매개변수의 변화폭 내에서 변하는 시변 매개변

수를 갖는 제어대상 프랜트에 가변구조 적응모델 추종제어 시스템을 적용하면 상태편차 벡터를 시변 매개변수와 무관하게 제어할 수 있다. 백색잡음을 갖는 제어대상 프랜트를 가변구조 적응모델 추종제어 시스템을 적용할때는 슬라이딩 모드가 백색잡음에 무관할 조건을 만족하면 상태편차 벡터는 잡음에 무관하게 제어가능하다. 또한 시변 매개변수를 갖고 백색잡음이 들어오는 시스템에 대해서도 상태편차 벡터를 시변 매개변수와 백색잡음에 무관하게 제어가능하다. 실제 프랜트는 시변 매개변수를 갖는 경우와 잡음을 갖는 경우가 많다. 실제 프랜트를 잡음과 시변 매개변수에 무관하게 상태편차를 제어하기 위해서는 가변구조 적응모델 추종제어 시스템에 많은 연구가 지속되어야 하며 보다 더 간단한 시스템 설계를 위하여도 연구가 지속되어야 할 것이다.

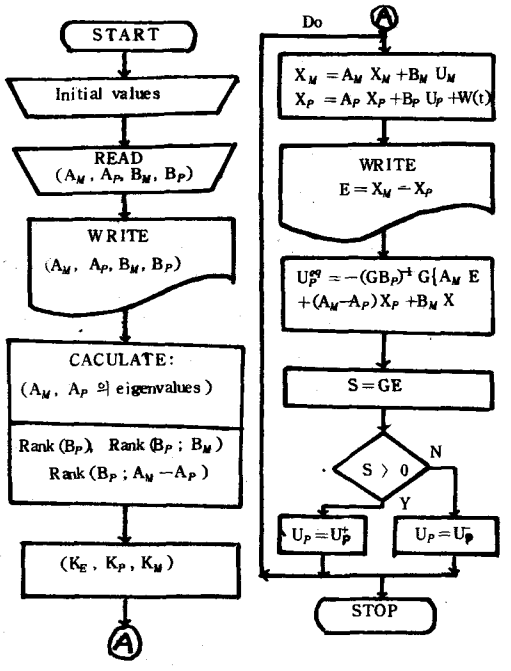


그림 3 적응 제어기 설계를 위한 흐름도
Fig3 Flowchart for the design of adaptive controller

6. 참고문헌

1. Zinober, A. S. I. and Billing, S. A., "Multivariable variable-structure adaptive model-following control system", IEE Proc., Vol. 129, pp. 6-12, 1982
2. Young, K. K. D., "Design of variable structure model following control system", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. Ac-23, pp. 1079-1085, 1978
3. Utkin, V.I., "Variable structure systems with sliding modes", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-22, pp. 212-222,1977