

가변속 제어 유도전동기계의 상태공간법 적용 해석  
 Analysis of Adjustable Speed Induction Motor Drive  
 System by State Space Approach

백수현	김용*	김일남
(동국대)	(동국대)	(대우공대)

1. 서론

오즈음 동형 유도전동기를 중심으로 한 교류서버전 동기의 고성능 제어법에는 벡터제어방식이 실용화 되어가는 실정에 있다.

벡터제어 방식은 1차전류 혹은 전압의 주파수와 크기를 제어하여 따라 본래 심한 비선형 시스템인 유도전동기를 선형화한 후 톨오크 및 속도 제어계통의 설계에 이르게 된다.

이때 그 제어의 본질은 이와같은 선형화 제어에 있다고 할 수 있다. 그러나 종래의 벡터제어방식은 자속의 간섭등의 문제로 과도특성의 파악에 있어 다소 곤란한 점이 지적된다고 볼 수 있다.

그러므로 본 연구에서는 이러한 문제점을 극복하기 위해 전압의 직축성분과 전원 각 주파수를 제어입력변수로 하고 전류의 4개성분과 회전속도를 상태변수로 하여 비선형 시스템인 유도전동기계를 표현하고 이때 dq 변환의 기준축을 1차전압의 방향으로 하여 임의의 동작점 근방에서 유도전동기계의 비선형상태 방정식을 선형화시킨후 그 계의 고유치를 조사함으로써 유도전동기계의 특성을 용이하게 파악

할 수 있으며 그 결과를 기초로 하여 전동기계의 파라미터가 다소 변화 하더라도 출력용량의 정상편차를 거의 줄이고 구하고자 하는 동특성을 갖도록 유도전동기의 최적제어계를 제안 하고자 한다.

2. 유도전동기의 상태방정식의 유도

유도전동기의 상태모델은 전기계와 기계계 각각에 대한 미분방정식으로부터 유도한다.

$$\begin{cases} \dot{i}_{1d} = -R_1 L_1 i_{1d} + \omega_e i_{1q} + M \omega_e i_{2q} + R_2 M i_{2d} + M L_2 \omega_e i_{2q} + L_2 v_{1d} \\ \dot{i}_{1q} = -\omega_e i_{1d} - M \omega_e i_{1d} - R_1 L_1 i_{1q} - M L_2 \omega_e i_{2d} + R_2 M i_{2q} \\ \dot{i}_{2d} = R_1 M i_{1d} - M L_1 \omega_e i_{1q} - R_2 L_2 i_{2d} + \omega_e i_{2q} - L_1 L_2 \omega_e i_{2q} - M v_{2d} \\ \dot{i}_{2q} = M L_1 \omega_e i_{1d} + R_1 M i_{1q} - \omega_e i_{2d} + L_1 L_2 \omega_e i_{2d} - R_2 L_2 i_{2q} \\ \dot{\omega} = (M/s)(i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}) - (B/s)\omega - (1/s)T_L \end{cases}$$

식(1)은 상태변수 상호 혹은 제어입력변수 상호의 곱을 다수 포함하므로 비선형성이 강한 시스템이다.

만약 기계계의 응답이 충분히 지연된다면  $\omega$ 에 대한 식은 생략되며  $\omega$ 를 정수로 보고 해석이 가능하다.

식(1)의 비선형상태방정식은 그대로 수치적분함으로써 유도전동기계의 시뮬레이션이 가능하지만 본 연구에서는 식(1)을 각 상태변수 및 제어입력변수로 편미분함에 따라

평형점 주위의 선형화 시스템을 구할 수 있다.

$$\dot{X} = AX + BU + E\tau \quad (2)$$

$$X = (i_{id} \ i_{iq} \ i_{2d} \ i_{2q} \ \omega)^T$$

$$U = (V_{id} \ \omega_0)^T$$

여기서 각 변수 및  $\tau$  은  $Z = Z_s + \Delta Z$  로 구성된다.

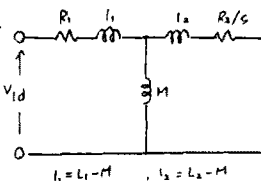
식(2)를 각 상태변수 및 제어입력변수로 편미분 함에 따라 평형점에서의 제약을 구할 수 있다.

A	$i_{id}$	$i_{iq}$	$i_{2d}$	$i_{2q}$
$\dot{i}_{id}$	$-R_1 L_2$	$I^* \omega_s + M^* \omega_s$	$R_2 M$	$M L_2 \omega_s$
$\dot{i}_{iq}$	$-I^* \omega_s - M^* \omega_s$	$-R_1 L_2$	$-M L_2 \omega_s$	$R_2 M$
$\dot{i}_{2d}$	$R_1 M$	$-M L_1 \omega_s$	$-R_2 L_1$	$I^* \omega_s - L_1 L_2 \omega_s$
$\dot{i}_{2q}$	$M L_1 \omega_s$	$R_1 M$	$-I^* \omega_s + L_1 L_2 \omega_s$	$-R_2 L_1$
$\dot{\omega}$	$-(M/J) i_{iqs}$	$(M/J) i_{ids}$	$(M/J) i_{iqs}$	$-(M/J) i_{ids}$

*	$\omega$	B	$V_{id}$	$\omega_0$	E	$\tau$
	$M^* i_{iqs} + M L_2 i_{2qs}$	$\dot{i}_{id}$	$L_2$	$\dot{i}_{iqs}$	$\dot{i}_{id}$	0
	$-M^* i_{ids} - M L_2 i_{2ds}$	$\dot{i}_{iq}$	0	$\dot{i}_{ids}$	$\dot{i}_{iq}$	0
	$-M L_1 i_{qs} - L_1 L_2 i_{2qs}$	$\dot{i}_{2d}$	-M	$\dot{i}_{2ds}$	$\dot{i}_{2d}$	0
	$M L_1 i_{ds} + L_1 L_2 i_{2ds}$	$\dot{i}_{2q}$	0	$\dot{i}_{2qs}$	$\dot{i}_{2q}$	0
$-(B/J)$	$\dot{\omega}$	0	0	$\dot{\omega}$	$-1/J$	

평형점에서의 제약을 위와 같이 유도하면

평형점에서 그림과 같은 등가회로가 성립하므로 평형점은 다음과 같이 하여 구해진다.



슬립을  $s$  로 할 경우 그림 1 정상상태의 등가회로

$$T_e = V_{id}^2 R_2 \omega_0 M^2 / s \{ (R_1 R_2 / s - \omega_0^2 (L_1 L_2 - M^2))^{-2} + \omega_0^2 (L_2 R_1 + L_1 R_2 / s)^2 \}$$

위식과  $T_e = T_L + B \omega (1-s)$  를 같게 하여 슬립  $s$  를 구하면 전동기의 회전속도  $\omega$  는  $\omega = (1-s) \omega_0$  로부터 구해진다.

나머지 4개의 상태변수는  $Z = Z_s + \Delta Z$  에서  $\Delta Z = 0$  로 하여 구한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{id} \\ \dot{i}_{iq} \\ \dot{i}_{2d} \\ \dot{i}_{2q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & -\omega_0 L_1 & 0 & -\omega_0 M \\ \omega_0 L_1 & R_1 & \omega_0 M & 0 \\ 0 & -(\omega_0 - \omega) M & R_2 & -(\omega_0 - \omega) L_2 \\ (\omega_0 - \omega) M & 0 & (\omega_0 - \omega) L_2 & R_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{id} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

### 3. 선형화 시스템의 고유치에 의한 계의 특성 고찰

유도전동기의 선형화 시스템은

$$\dot{X} = AX + BU + E\tau \quad \text{이며 행렬 } A \text{ 의}$$

고유치를 계산한다.

이때 얻어진 고유치는 개루우프 전달함수의 극에 대응하며 고유치를 조사함에 따라 제어대상의 특성을 쉽게 파악된다.

위와같이 하여 얻어진 제어대상의 특성에 알맞는 최적서보계를 설계한다.

선형화시스템(2)에서 미소한 속도변화에 정상 편차없이 추종하는 최적서보계를 구성할 때 이 계의 특징은 실정치  $\alpha_0$  와 출력  $y$  의 편차  $(\alpha_0 - y)$  에 대하여 적분기가 하나씩 포함되는 형태  $(u = \int (\alpha_0 - y) dt - k_1 x)$  로 되어 있으므로 파라미터의 변동이 다소 존재한다 하여도 정상편차가 거의 발생하지 않게 된다.

설계법은 입력  $u$  의 각 성분에 하나씩의 적분기를 실시한 확대계에 대하여 평가함수 (optimal linear regulator)

$J = \int_0^{\infty} (\bar{x}^T Q \bar{x} + v^T R v) dt$ ,  $\bar{x} = (x \ u)^T$ ,  $v = \dot{u}$  를 최소화하는 최적제어이론을 적용하여 가변속 유도전동기 제어계를 다음 블록선도와 같이 설계할 수 있다.

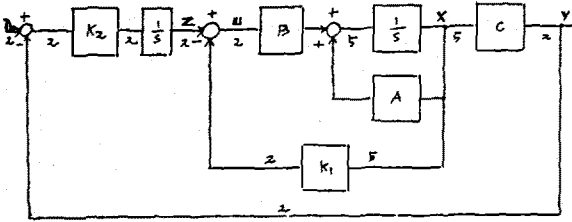


그림 2 선형화시스템에 대한 최적서어보게

4. 결론 및 결과

60HZ, 220V, 5HP 의 전동기에 대한 선형화 상태 방정식을 유도하여 임피던스 행렬의 고유치를 계산하였다.

2개의 공액 복소근과 1개의 실근으로 구성되는 5개의 고유치중 4개는 전기계에 대응하며 1개는 기계계를 나타낸다.

회전속도를 일정하게 하고 외란토크를 변화시킬때 전기계에 대응하는 고유치는 대부분 변화가 없으나 외란토크를 일정하고 회전속도를 변화시키는 경우 전기계의 특성이 크게 변하는 것을 알 수 있었다. 또한 전기계에 대응하는 2중의 고유치중 하나는 감쇄현상이 빠르게 일어나고 비전동적이지만 다른 한쪽은 동작점에 의해 크게 영향을 받아 경우에 따라서는 진동적이 되었다.

한편 기계계에 대응되는 고유치는 동작점의 변화에 따라 크게 변동되나 이는 토크 특성곡선에서 예상되는 경향으로 판단된다.

일반적으로 사용되는 dq 변환의 전류와 자속의 적고성에 대한 문제점을 제거하기 위해  $\omega_r$  와  $\omega_m$  를 제어입력변수로 하여 얻은 선형화상태 방정식은 유도전동기의 특성을 손쉽게 파악할 수 있었고 또한

전동기 파라미터 변화에 대응한 유도전동기 최적제어계의 설계의 일례를 제시 하였다.

5. 참고 문헌

1. Felix Blaschke, "The principle of Field Orientation as Applied to the New Transvector Closed-Loop Control System for Rotating-Field Machines," Siemens Review, vol. 34, pp. 217-220, May, 1972.
2. Rupprecht Gabriel, Werner Leonhard and Craig J. Nordby, "Field-Oriented Control of a Standard AC Motor Using Microprocessors." IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-16, pp. 186-192, Mar. Apr., 1980.
3. M. L. MacDonald and P. C. Sen, "Control Loop Study of Induction Motor Drives Using DQ Model" IEEE/IAS 1978 Annual Meeting, pp. 897-903, 1978.
4. Thomas A. Lipo, and Paul C. Krause, "Stability Analysis of a Rectifier-Inverter Induction Motor Drive." IEEE Trans. Power App. Syst. vol. PAS-88, pp. 55-66, Jan., 1969.