

대규모 동적시스템의 최적 분할 제어

Optimal Decentralized Control of a Large Dynamic System

임 화 영*
서 국 철

광운대학

1. 서 론

일반적으로 규모가 방대하고 복잡한 동적 시스템을 제어하는 문제는, 모든 상태량을 관찰시킨 일괄제어법으로는 많은 상태량을 필요로 하여 경제적 부담이 크고 상태추정미신오 전송상의 노차가 포함되며 관측될수있는 상태변수는 재구성 대책을 마련해야 하는 등 여러방면이 따른다.

따라서 제어계의 동특성을 크게 좌우하는 물리량들을 강한 하위 시스템을 근사화시켜주는 상태모델 축소방법이나, 관측된 상태량과 제어입력으로부터 다른 상태량을 추정해 내는 관측자를 써서 제어계를 설계하는 방법, 또는 관측이 용이하고 영향을 크게 미치는 상태량들만을 피이드백시켜서 제어계를 구성하는 방법 등이 연구되고 있다.

본 연구에서는 제어대상계를 여러 제어구역으로 분할하고 그 지역내에서 관측가능하고 영향력을 크게 미치는 상태량만을 피이드백시켜서, 전체의 계를 대상으로한 2차원 제어성능 평가함수가 최소로 되도록, 최적 분할제어계를 설계하는 문제로 다루었다.

2. 본 론

제어지역으로 구성된 동적시스템의 상태방정식과 관측방정식이 적절한 차수를 가진다고 가정하여 다음 식(1)과 식(2)로 나타냈다.

$$\dot{X} = AX + \sum_{i=1}^N B_i U_i \quad (1)$$

$$Y_i = C_i X; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

각 제어지역의 입력벡터를

$$U_i = -F_i Y_i; \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

로 나타내면 식(1)은

$$\dot{X} = (A - \sum_{i=1}^N B_i F_i C_i) X \quad (4)$$

로 되며 최적 성능평가함수는 식(5)의 관계식으로 정의한다.

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} (X' Q X + \sum_{i=1}^N U_i' R_i U_i) dt \quad (5)$$

U_1, U_2, \dots, U_N 가 모두 제어조작량을 발생할때 식(1)이 가제어성과 가관측성을 가지면, F_1, F_2, \dots, F_N 가 최적 이득정수가 되도록 개선해가는 해석법이 필요하다.

$$B = [B_1, B_2, \dots, B_N]$$

$$F_i = \begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{i2} \\ \vdots \\ F_{in} \end{bmatrix}$$

로 나타내면 식(3)과 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$U = -F^0 X \quad (6)$$

$$\dot{X} = (A - BF^0) X \quad (7)$$

식(5)에 대입하여 식(8)로 나타낸다.

$$J = 1/2 \int_0^\infty X'(Q + FRF^0) X dt \quad (8)$$

여기서 Q 와 R 는

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & R_m \end{bmatrix}$$

식(7)의 상태전이는

$$X(t) = \phi(t, 0) X(0) \quad (9)$$

전이행렬은 식(10)과 같다.

$$\phi(t, 0) = \exp([A - BF^0]t) \quad (10)$$

식(9)를 식(8)에 대입하고

$$J(X, F^0) = X'(0) \left[1/2 \int_0^\infty \phi'(t, 0) (Q + FRF^0) \phi(t, 0) dt \right] X(0) \quad (11)$$

기대값으로 나타내면 식(12)와 같이 된다.

$$\hat{J}(F) = 1/2n \int_0^\infty \text{tr} \left\{ \phi'(t, 0) (Q + FRF^0) \phi(t, 0) \right\} dt \\ = 1/2n \text{tr} \left[\int_0^\infty \exp([A - BF^0]t) (Q + FRF^0) \exp([A - BF^0]t) dt \right] \quad (12)$$

A^0 및 $A - BF^0 C_1$ 로 놓고 F_1 를 ϵF_1 만큼 이동시킨 상태의 $\exp([A^0 - \epsilon B^0 F_1 C_1]t)$ 을 근사식으로 나타낸다.

$$\hat{J}(F_1 + \epsilon F_1) \\ = 1/2 \int_0^\infty \left\{ \exp(A^0 t) (Q + C_1^0 F_1 R F_1 C_1) \right. \\ \cdot \exp(A^0 t) + 2\epsilon \exp(A^0 t) (C_1^0 F_1 R A^0 F_1 C_1) \\ \cdot \exp(A^0 t) - \epsilon \left[\int_0^\infty A^0(t-\sigma) C_1^0 A^0 F_1 B^0 \right. \\ \cdot \exp(A^0 \sigma) d\sigma \right] (Q + C_1^0 F_1 R F_1 C_1) \\ \left. + \left[\int_0^\infty \exp(A^0(t-\sigma)) B^0 A^0 F_1 C_1 \exp(A^0 \sigma) d\sigma \right] \right\} dt \quad (13)$$

식(13)을 미분하여 정리하면 식(14)로 된다.

$$g(F_1) = \frac{\partial \hat{J}(F^0)}{\partial F_1} = \int_0^\infty R F_1 C_1 \exp(A^0 t) C_1^0 dt \\ - 1/2 \int_0^\infty B^0 \exp(A^0(t-\sigma)) (Q + C_1^0 F_1 R F_1 C_1) \\ \exp(A^0 t) \exp(A^0 \sigma) C_1^0 d\sigma dt \\ - 1/2 \int_0^\infty B^0 \exp(A^0 \sigma) (Q + C_1^0 F_1 R F_1 C_1) \\ \exp(A^0 t) \exp(A^0(t-\sigma)) C_1^0 d\sigma dt \quad (14)$$

식(14)를

$$g(F_1) = R F_1 Q L C_1 - B^0 K L C_1 \quad (15)$$

로 표시하면 K 와 L 은 다음 행렬방정식의 해가 된다.

$$0 = K(A - BF^0) + (A - BF^0)'K + Q + FRF^0 \quad (16)$$

$$0 = L(A - BF^0)' + (A - BF^0)L + I \quad (17)$$

$g(F_1)$, $\lambda = 1, 2, \dots, m$ 의 모든 요소들의 집합으로 된 벡터공간을 형성하고

$$g(F^0) = (g'(F_1), g'(F_2), \dots, g'(F_m)) \quad (18)$$

식(15) — 식(17)을 이용하여 평가함수가 감소하도록 반복 계산하여 최적해를 구한다.

3. 결 론

규모가 큰 동적시스템을 여러 제어지역으로 분할하고, 제어지역내에서 측정가능하고 영향이 큰 상태량만을 피드백시키는 최적제어계의 설계법을 마련하였다. 2차형 성능평가함수가 최소가 되도록 이동정수를 정하여 뚜렷하게 향상된 제어계가 구성됨을 보였다.

참 고 문 헌

- 1) W.S. Levine and M. Athans, "On the Determination of the Optimal Constant Output Feedback Gains for Linear multivariable Systems", IEEE Trans Automat. Contr., Vol. AC-15, No. 1, PP. 44-48, Feb. 1970
- 2) E.J. Davison and N. Tripathi, "The Optimal Decentralized control of a Large System: Load and Frequency Control", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-23, No. 2, pp. 312-325, Apr. 1978.
- 3) B.C. Moore, "Principal Component Analysis in Linear System: Controllability, Observability, and Model Reduction", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-26, No. 1, PP. 17-31, Feb. 1981.