대한전기학회 1984년도 하계학술회의 논문집 1984년 7월 20일

코클리어 기저막 운동의 컴퓨터 해석

Computer Analysis on Cochlea Basiliar Membrane Motion

최 갑 홍* 유 선 국 연 세 대
강 세 호 · 박 상 희 "
백 승 화 명 지 대

1. 서 론

사람의 귀에서 청각현상과 관계되는 부분은 내이의 코클리어로 청각계통에서는 주로 코클리어 메카닉스에 관해 연구하고 있다.

코클리어 메카닉스의 수학적 모델에 관한 연구는 전송선 이론을 도입하여 해석한 1차원 모델과 기저막이 코클리어 전체폭을 차지 하고 있고 기저막과 평행한 외측방향의 액체의 움직임이 무시된 2차원모델, 그리고 코클리어의 폭, 길이, 높이를 고려하고 기저막이 생체측정치와 같이 코클리어폭의 일부를 차지하고 있는 것으로 생각한 3차원 모델로 나누어져 모델링되고있다. 또한 이들 모델의 해석방법도 Lien 과 같이 모델에서 유도된 미분방정식을 직접 해석하는 방법과 Allen 과 같이 적분방정식으로 유도 해석하는 분석적 방법들을 쓰고 있다.

본 논문에서는 Boer 가 제시한 3차원 각형 블록모델에서 유도한 코클리어 기저막 운동방정식을 마이크로 컴퓨터에 의해 해석 할 수 있도록 디지탈 해석방법을 제시하고, 기저막 속도의 진폭 특성을 모델에서 직접 유도한 적분방정식에 의해 해석한 경우와 상호 비교 고찰하였다.

2. 본 론

(1) 코클리어 기저막의 운동 방정식

코클리어 메카닉스의 일반적 특성은 2개의 찬넬을 가진 3차원 각형 블록모델로 설명 할 수 있다.

이 2개의 찬넬은 동일하고 상하 계에서 크기가 같고 극성이 반대인 압력에 의해 푸시-풀로 구동된다고 가정한다.

기저막은 선형으로 작동하고 청각임피이던스 Z (X) 에 의해서 완전히 설명되어 코클리어 폭 중의 ε 만큼만을 차지하고 있다고 생각한다.

코클리어내의 액체는 이상적인 액체로써 점성이 없으며, 압축되어 있지않고, 선형으로 작용한다고 생각하면, 연속방정식으로 부터 액체내의 압력 P 는 라플라스 방정식에 의해 식 (1)과 같이 표시된다.

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = 0 \qquad (1)$$

식 (1)의 해는 코클리어 메카닉스의 일반적인 특성인 경계 조건에 의해 구할 수 있다. 상부 계의 외각벽에서 경계조건은 속도의 법선 성분이 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial y}&=0 &&: y=\frac{b}{2}\\ \frac{\partial P}{\partial y}&=0 &&: y=-\frac{b}{2}\\ \frac{\partial P}{\partial z}&=0 &&: z=h\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

코클리어 창의 한쪽 끝단인 헬리코트레마에서 경계조건은 이곳에 도달한 파의 진폭이 아주 작고 반사파가 없는 것으로 간주하면 압력이나 속도가 0이 되는 것으로 식 (3)과 같이 주어지고,

$$(x, y, z) \to 0 : x \to \infty \qquad (3)$$

다른 한쪽인 등골에서의 경계조건은 응답의 크기를 가늠하는 속도의 크기로 주어진다.
z = 0 점인 기저막에서의 경계조건은 액체의 평균압력과 평균속도 및 청각임피이던스의 관계로부터 식 (4)와 같이 주어진다.

$$\frac{1}{Z(x)}\int_{-\infty}^{\infty} W(k)Q(k)e^{-ikx}dk = ia\int_{-\infty}^{\infty}W(k)e^{-ikx}dk \qquad (4)$$

여기서 W(K)는 기저막속도 w(k)의 FT 이고 Z(x)는 기저막의 임피이던스이며, 는 액체 밀도와 관련있는 상수, Q(k) 는 액체내의 압력과 기저막속도의 비로 주어진 코클리어의 2차원 모델에 대한 Q(k)의 값은 식 (5)와 같다.

$$Q(k) = (k \tanh kh)^{-1} \qquad (5)$$

식 (4)의 궁극적인 해는 임피이던스 함수Z(x)와 성질에 따라 결정된다. Z(x)는 기저막의 질량, 경도 및 코클리어 내부손실의 합으로 표현되는 값으로 코클리어창 부근에서는 기저막이 경도에 의해 지배되고 Z(x) 의 허수부가 크고 음이다. 코클리어 내에서는 경도성이 급속히 감소하여 결국 질량성분이 중요하게 된다.

또한 기저막이 공진을 일으키는 영역에서 Z(x) 의 응답특성을 알기 위해 Z(x)를 x 의 선형함수로 근사화 시키면 식 (6)과 같다.

$$Z(x) = i\beta x \qquad (6)$$

여기서 는 상수이고 x 축의 원점은 기저막 공진이 발생하는 점에 위치한다.
식 (4)에 식 (6)을 대입함으로써 Z(x) 의 선형함수에 의한 해의 일반형태는 식 (7)과 같다.

$$W(k) = const.\ exp\left(-\frac{i}{A}\int_0^k Q(v)dv\right),\ k>0 \qquad (7)$$

여기서 $A = a\beta$ 이고 헬리코트마에서 반사파가 존재하지 않으므로 $K \leq 0$ 인 파형은 무시된다.

(2) 컴퓨터 시뮬레이션

청각 임피이던스 Z(x) 를 선형으로 대입한 식 (7)은 수치적으로 어느 정도 정확하게 해석할 수 있으나, 실제 W(k) 는 K 의 디스크리트값 Ka 의 유한개의 수에 따라 평가되고 Fourier 변환도 DFT 에 영향을 받는다.
이것은 K 영역에서 디스크리트 샘플링 결과로 에리에이징 에러를 포함 한다.
K 영역에서의 에리에이징에러는 x 영역이 주기적이라고 간주함으로써 제거될 수 있다.
즉 Z(x) 의 공진현상을 분리시키고 오발윈도우나 헬리코트레마를 일반화 시킴으로써 공진점 x = 0 에서 x 축의 주기를 자유롭게 선정할 수 있다. 주기의 길이를 x_f 라고 할때 주기성에 의해 스펙트럼 W(k) 는 $K = 2\pi n/x_f$ 일때 쓰펙트랄 값 $W_n = W(K_n)$의 무한급수가 된다. $K= K_n$ 에서 Q(K) 의 값을 Q_n 이라 하면 x의 주기영역에서 식(4)은

식 (8)과 같이 된다.

$$\frac{1}{Z_p(x)}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} W_n Q_n e^{-ik_n x} = ia \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} W_n e^{-ik_n x} \qquad (8)$$

여기서 $Z_p(x)$는 주기 x_f 를 갖는 임피이던스의 주기함수이다. 식(4)에서 $Z(x)$와 같은 특성을 갖는 임피이던스의 주기함수 $Z_p(x)$를 찾기 위해 x'를 식 (9)와 같다고 하면,

$$X' = (2X / X_f)X \qquad (9)$$

이고, 주기는 2π 이다.

또 스펙트럼의 z 변환이 식 (10)과 같은 함수를 $e(x')$ 라 하면,

$$e(z) = [(1 + z^{-1})/2(1-z^{-1})] \qquad (10)$$

이고, z를 $\exp(ix')$ 로 해석하면 $1/ix$ 에 상응하는 x' 의 함수는

$$g(x') = [2i\tan(x'/2)]^{-1} \qquad (11)$$

이다.

따라서 식 (6)의 $Z(x)$는 다음과 같이 디스크리트함수 $Z_p(x')$ 로 변환된다.

$$Z_p(x') = 2i\beta\,(x_f/2\pi)\tan(x'/2) \qquad (12)$$

이것은 임피이던스가 x영역에서는 선형이지만 x'영역으로 변환되었을 때는 왜곡된다고 하는 것을 보여준다.

식 (12)의 임피이던스를 식 (8)에 대입하고 식 (10)의 단위계단값을 사용하면 스펙트랄 성분 W_n 사이에는 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$W_n[1+(i/2A_p)Q_n] = W_{n-1}[1-(i/2A_p)Q_{n-1}] \qquad (13)$$
$$(A_p = a\beta(X_f/2\pi))$$

이것은 순환관계식으로 모든 스펙트랄성분을 가장 낮은 첨자를 갖는 항으로 나타낼 수 있다. 또한 $n \leq 0$ 인 모든 파형을 무시했으므로 $W_1 = 1$ 를 갖는다고 가정하고 손실계수를 각각의 스펙트랄 성분에 $\exp(-K_n\delta_0)$를 곱하여 최종해 $w(k)$는 DFT 에 의해 얻어질 수 있다.

3. 결 론

본 논문에서는 Boer 가 제시한 3차원 각형 블록모델에서 유도한 코클리어 기저막 운동방정식을 마이크로 컴퓨터에 의해 해석할 수 있도록 디지탈 해석 방법을 제시하고, 기저막 속도의 진폭특성을 모델에서 직접 유도한 적분 방정식에 의해 해석한 경우와 상호 비교하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) 2, 3차원 모델에서 기저막 속도의 진폭특성은 모델에서 직접 유도한 적분방정식에 의해 해석한 경우나 디지탈 방법으로 해석한 경우에도 같은 특성을 얻을 수 있다.

(2) 코클리어 폭에 대한 기저막 폭의 비가 0.1인 경우에는 3차원 모델 특성과 같고, 1인 경우에는 2차원 모델 특성과 같게 된다.

(3) 3차원 각형 블록모델에서 직접 유도한 적분 방정식에 의해 해석한 경우와 디지탈 방법에 의해 해석한 결과 비교는 공진을 일으키는 최고점 영역에서는 그 모양이 같고, 디지탈방법에 의한 경우에는 X영역에서 임피이던스 함수 $Z(x)$를 주기함수로 전환하여 비선형 값을 선택함으로써 에리에이징 에러를 개선할 수 있다.

4. 참 고 문 헌

(1) Békésy, G. Von "Experiments in hearing." McGraw-Hill, New York, pp 403-429, 1960.

(2) Allen, J. B. "Two-dimensional cochlear fluid model : new results," J. Acoust. Soc. Am. 61, pp110-119, 1977.

(3) Allen, J. B. "Cochlear macromechanics- a mechanism for transforming mechanical to neural tuning within the cochela," J. Acoust. Soc. Am. 62, pp 930-939, 1 1977.

(4) Allen, J. B. and Sondhi, M.M. "Cochlear macromechanics -time domain solutions," J. Acoust. Soc. Am. 66, pp 123-132, 1979.

(5) de Boer, E. "Short waves in three - dimensional cochleamodels : Solution for A 'BLOCK MODEL'," Hearing Research 4, pp 53-77, 1981.

(6) Lien. M, "A mathematical model of the mechanics of the cochlea," PhD dissertation (Seven Inst, of Wash. Univ, St Louis, MO, J. R. Cox advisor.) unpublished.

(7) 강세호 "코클리어 기저막속도 특성에 관한 연구" 연세대학교 대학원, 1983.