

김 제 민*
양 흥 석

서울 대학교
전기공학과

I. 서 론

적응 제어에서 환경적인 요인, 혹은 플랜트의 dynamics 의 요인에 의한 uncertainty에도 불구하고 어느 정도 바람직한 성능을 얻는것이 요구된다. 지금까지의 적응 제어 이론은 선형 유한 변수 모델에서 그 모델차수의 상한을 안다는 가정하에서 안정도 수렴성, 성능등이 연구되어졌다. 그러나 실제 시스템에서는 모델화되지 않은 dynamics 등이 있는 경우 차수의 상한선을 찾기가 매우 어렵다.

80년초에 Rohrs 등이 finite approach에 의한 선형화에 의하여 모델화되지 않은 dynamics 가 있는 경우 문제점을 제시한 이후로 이 분야에 대하여 많은 연구가 진행되고 있다. (1,2,3)

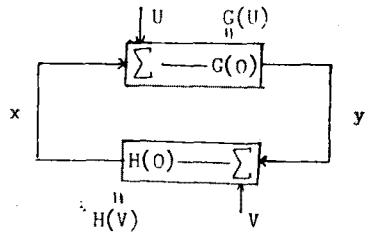
적응 제어 시스템은 성격이 비선형이므로 외와는 다른 일반적인 해석방법이 요구된다. 한 방법으로써 Zames, Vidyasagar, Safonov 등에 의하여 제창되고 발전된 sector 이론에 의한 적응 제어 알고리즘의 강인성해석이다. 이 방법에 의한 적응 제어 알고리즘의 해석이 Ortega, Landau 등에 의하여 제안되었다. (4,5,6,7)

본 논문은 위 논문에서 uncertainty 를 모델화되지 않은 dynamics 와 출력 perturbation 에 의한 두 부분으로 나누어 해석하였고 위 논문에서

제어 입력의 해석부분에서 approximation을 하였으므로 이를 고려하기 위한 세 해석에 적합한 Gawthrop, Clarke 등이 제안한 일반화된 Cost function 에 의한 적응 제어 알고리즘에서 uncertainty 가 있는 경우 맞게 새로운 오차식을 유도하고 여기에 sector 이론을 적용시켰다. (8,9)

II. 본 론

1) Sector stability theorem



U, V 는 시스템의 disturbance 입력 x, y 는 시스템의 출력

U, V 는 각각 유한 구간내에서 적분한 값이 유한하다.

$$\text{Sector} : F \triangleq \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}$$

$$F(x, y, t) \triangleq \langle F_{11}y + F_{11}x, F_{21}y + F_{22}x \rangle t$$

$\langle F_{11}y + F_{11}x, F_{21}y + F_{22}x \rangle t < 0$ 이면 (x, y) 는 sector 의 내부에 있다.

$\langle F_{11}y+F_{21}, F_{21}y+F_{22}x \rangle - \epsilon \|(x,y)\|_t^2$ 이면
 (x,y)는 strictly sector의 외부에 있다.

(정의)

$G(0), H(0)$ 가 U, V 에 대하여 bounded(stable)
 $G^{-1}(0)$ 가 sector(F)에 strictly 외부에 있고,
 $H(0)$ 가 sector(F)에 내부에 있으면 시스템의
 출력은 bounded(stable) 하다

2) 문제 설정

선형 시불변 이산 시스템에서 시스템의 성격이
 가정된 변수에 의하여 완전히 나타내어 지지 않고
 알려진 boundary 근처에 있는 시스템을 고려한다.
 시스템은 다음과 같다.

$$Ay(t) = q^{-k}B(1+\tilde{G})u(t) + Cd(t)$$

\tilde{G} : 모델과 않은 dynamics 에 의한 uncertainty
 $d(t)$ 출력 disturbance 에 의한 uncertainty
 전체 페루프 방정식의 분모가 $F(q^{-1})$ 로 잡는
 경우

$$PC/A = E + q^{-k}F/A,$$

$G = BE$ E의 차수는 $(k-1)$ 라 놓으면

$$Py = q^{-k}(GU/C + FY/C) + Ed + q^{-k}BE\tilde{G}u/C$$

$$\phi_y(t) = Py(t) \text{로 놓고}$$

그 예측값 $\phi_y^*(t)$ 라 하고

$$\phi_y^*(t) = \theta^T \chi(t-k) \text{라 놓는다.}$$

$$\text{예측 오차 : } e(t) = \phi_y(t) - \phi_y^*(t)$$

$$\text{one-step 예측 : } \hat{\phi}_1(t) = \hat{\theta}^T(t-k) \chi(t-k)$$

$$\text{k-step 예측 : } \hat{\phi}_k(t) = \hat{\theta}^T(t-k) \chi(t-k)$$

$$\text{one-step 예측오차 : } \hat{e}_1(t) = \phi_y(t) - \hat{\phi}_1(t)$$

k-step 예측과 one-step 예측의 차이:

$$e_k(t) = \hat{\theta}(t-k) \chi(t-k) - \hat{\theta}(t-k) \chi(t-k)$$

변수오차에 의한 오차:

$$e_p(t) = [\hat{\theta}(t-1) - \theta] \chi(t-k)$$

제어 입력의 과다함을 방지하고 minimum phase
 시스템에 적용 가능하게 하기 위해

$\phi^*(t) = \phi_y^*(t) + QU(t-k) - W(t-k)$ 를 최소화 하는
 입력 $u(t)$ 를 구하면

$$u(t-k) = [W(t-k) - \hat{\theta}(t-k)\chi(t-k)]/Q$$

$$e_{\tilde{G}}(t) = \tilde{G}^*BE\tilde{G}u(t)/C \\ = \frac{LBEA\tilde{G}}{C[PB(1+\tilde{G})+QA]} \cdot [\hat{e}_1(t) + e'_1(t)]$$

$$e'_1(t) = W(t-k) - e_k(t) + \frac{C}{A}d(t)$$

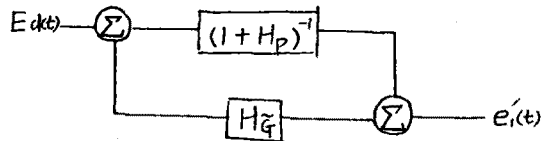
$$H_p: \hat{e}_1(t) \rightarrow e_p(t)$$

$$H_{\tilde{G}}: \hat{e}_1(t) \rightarrow e_{\tilde{G}}(t)$$

$$e^f(t) = L\hat{e}_1(t)$$

$$\text{오차식 : } e_1(t) = e_p(t) + e_G(t) + Ed(t)$$

그림으로 나타내면



위 그림에서 sector 이론에 의해 $(1+H_p)^{-1}$ 이
 sector(F)에 엄격히 외부에 있고 H_G 가 sector
 (F)의 내부 있도록 하면 stability가 증명된다.

3) parameter adaptation 알고리즘

(1) Least square P.A.A.

$$\theta(t) = \theta(t-1) + S(t) \chi(t-k) e^f(t)$$

$$S^T(t) = \beta S^T(t-1) + \alpha \chi(t-1) \chi^T(t-1)$$

$$0 < \beta \leq 1 \quad 0 < \alpha < 2$$

제곱형의 함수

$$V(t) = \tilde{\theta}^T(t) S^T(t) \tilde{\theta}(t)$$

$$\text{cone : } \sigma(t) = \chi^T(t-k) S(t) \chi(t-k)$$

$$\Delta V(t) = \alpha \hat{e}_p^T(t) - (1-\beta)V(t-1) \\ + 2e_p(t) + \sigma(t)e^f(t)$$

$$H_1 \text{ is outside cone } (-\frac{1}{\alpha}, \frac{\sqrt{1-\alpha\beta}}{\alpha}) \text{ --- (1)}$$

$$H_1: \text{strictly outside} \begin{bmatrix} I & \frac{1}{\alpha} - \frac{\sqrt{1-\alpha\bar{\sigma}}}{\alpha} \\ I & \frac{1}{\alpha} + \frac{\sqrt{1-\alpha\bar{\sigma}}}{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$H_G: \text{inside} \begin{bmatrix} I & -I + \frac{1}{\alpha} - \frac{\sqrt{1-\alpha\bar{\sigma}}}{\alpha} \\ I & -I + \frac{1}{\alpha} + \frac{\sqrt{1-\alpha\bar{\sigma}}}{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$H_G(e^{i\nu}): \text{inside Disk} \left(I - \frac{1}{\alpha}, \frac{\sqrt{1-\alpha\bar{\sigma}}}{\alpha} \right)$$

위식의 전개에서 equ. (1) and $\alpha\bar{\sigma} < 1$ 이라는 사실은 Gawthrop이 증명

(2) constant gain P.A.A.

$$\theta(t) = \theta(t-1) + S \cdot \chi(t-k) e_f^T(t)$$

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) S^{-1} \tilde{\theta}(t)$$

$$\sigma(t) = \chi^T(t-k) S \chi(t-k)$$

$$H_p + \frac{\bar{\sigma}}{2} \text{ is passive}$$

같은 방법의 전개에 의하여

$$H_G + \frac{\bar{\sigma}}{2} - I \text{ 가 passive}$$

다른 parameter adaptation algorithm 은 오차식 이 여기와 달라서 그 모양이 다르지만 Ortega,

Landau 논문 에 여러가지가 있다.

III. 결 론

위 변수 적응 알고리즘에서 보여주듯이 가 작으면 H_G 의 허용 Disk가 넓어진다. 그러므로 가 작으면 알고리즘이 더 강인함을 알수 있다.

가 들어가는 disk의 영역이 커지게하고 주어진 uncertainty 의 boundary 에서 가 disk 안에 들어가게 하기 위해서 polynomial $P(q-1), L(q-1), G(q-1)$ 를 uncertainty 의 frequency domain 에서의 성격에 맞게 조절함으로써 좀더 강인하게 할수 있다.

본 논문에서는 좀더 일반적인 해석이 가능하게 costfunction 에 의한 적응 제어 알고리즘 사용 하였고, sector stability 이론을 적용하여 parameter adaptation에 맞추어 stability는 보장

해주는 $\bar{\sigma}$ 의 boundary 를 알수 있도록 해석하였다.

boundary를 좀더 넓힐 수 있는 Robust parameter adaptation 알고리즘을 연구하고 있다

참 고 문 헌

1. C. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein Proc. 20th IEEE CDC. 1981
Proc. 21th IEEE CDC. 1982
2. P.A Ioannou and P.V. Kokotovic Automatica Vol.20, No.5, pp.583-394, 1984
3. R.L. Kosut and C.R. Johnson, Automatica Vol.20, No.5, pp.569-589, 1984.
4. Zames G. IEEE Trans. Aut. Contr. Vol AC-11 N.2,3, 1966.
5. Safonov Stability and Robustness of Multivariable feedback system.
6. C.A. Desoer and M. Vidyasagar feedback system input-output properties, 1975.
7. M. dela Sen and I.D. Landau IFAC adaptive systems in control and signal processing, 1983.
8. D.W. Clarke and P.J. Gawthrop IEE proc. Vol.129, No.6, June, 1979.
9. Gawthrop, P.J. In "Self-tuning & adaptive control". Ed. Harris & Billins, 1981.
10. Doyle, J.C. and G. Stein IEEE Trans Automatic control AC-26, pp.4-17, 1981.