하계학술회의
논문85-4-2

선형계획법을 이용한 경제급전 알고리즘

New Algorithm for Economic Load Dispatch

박 영 문 서울대학교 교수

김 재 철 서울대학교

윤 용 범 서울대학교

1. 서 론

전력계통에서의 에너지 생산비용은 타분야에 비해 비교적 높은편이며 특히 우리나라와 같이 설비의 많은부분이 화력발전소로 구성되어 있는 구조에는 전력계통의 경제적 운전을 위하여는 무엇보다도 전력계통에 대한 전체 연료비 절감은 무엇보다도 필요하고 중요한 과제이다.

본 연구에서는 이런점에 유의하여 유효전력을 계통전체의 연료비가 최소가 되도록 배분하여 각 발전소의 출력을 산출하는 새로운 최적화기법을 제시하였다.

경제급전 (Economic Load Dispatch) 을 위한 여러가지 기법[1] 이 제안되었으며 고전적 방법으로 송전손실을 고려하기 위하여 B - 정수 기법을 도입한 증분 연료비법 (Incremental Cost method) 으로써 이는 증분 연료비가 같아 지도록 발전소 출력을 결정 하는 것이다.

또한 유효전력과 무효전력을 경제적으로 배분하는 이런 비선형 최적화 문제를 경사투영법 (Gradient Projection method) 을 이용하여 해결하는 기법[2] 이 도입되기도 했다.

본 연구에서는 선형계획법에 대한 새로운 알고리즘 (Algorithm)을 제시 하였으며 이것을 경제급전[3] (Economic Load Dispatch) 에 적용하기 위하여 비선형 최적화 문제인 경제급전(Economic Load Dispatch)문제를 선형화 하여 여기에 새로운 알고리즘 (Algorithm) 을 적용하여 풀어 나가는 반복적인 선형계획법[4] (Successive Linear Programming)을 사용 하였다.

2. 알고리즘 설명

본 알고리즘이 대상으로 하는 문제는

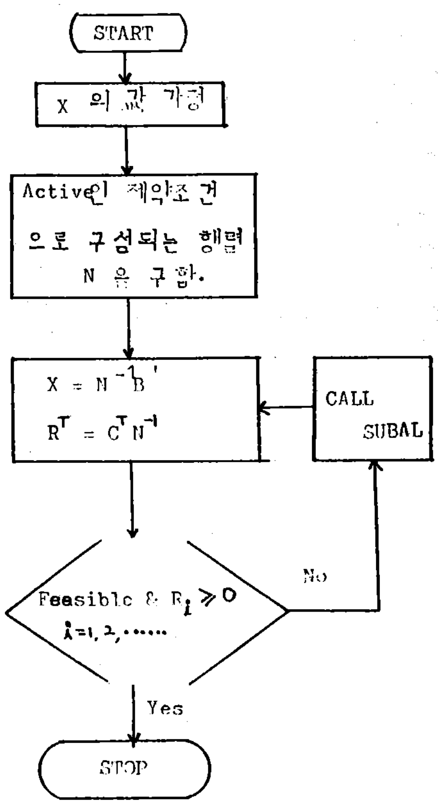
$$\text{Min } C^T X \qquad (1)$$

$$\text{제약조건. } A X \geq B \qquad (2)$$

으로 주어지며 최적값은 언제나 Vertex 에만 존재하고 최적값에서의 Dual변수 (R) 는 음이 아닌값을 갖는다.

2.1 흐름도

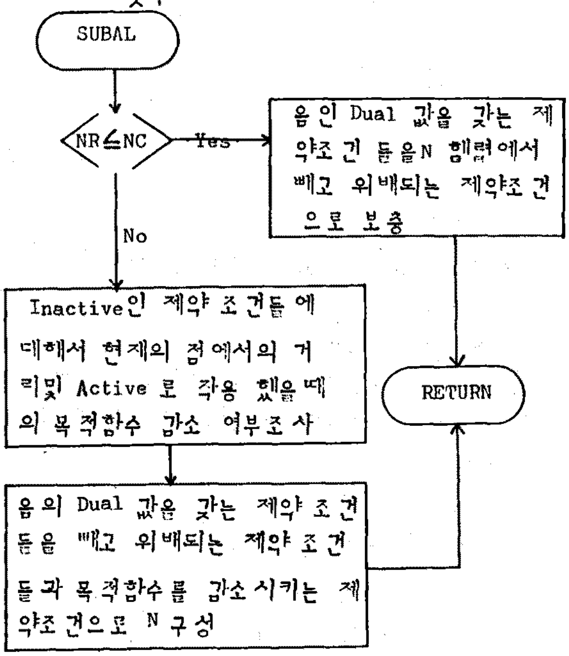
2.1.1 주 흐름도



2. 1. 2. 부 흐름도

NR : 음수의 Dual 변수 값을 갖는 제약조건 들의 갯수

NV : 한 점에서 만족치 않는 제약조건 들의 갯수



2. 2. 알고리즘에서 필요한 계산

2. 2. 1. N 의 역 행렬 (N^{-1}) 의 계산

$[N^{i+1}]^{-1}$ 의 계산은 $[N^{i}]^{-1}$ 의 결과로 부터 할수 있다. 즉 N^{i} 행렬에서 행 벡타 n_o 가 나가고 n_i 가 새로 들어와서 N^{i+1} 행렬이 구성 되었므로

$$[N^{i+1}]^{-1} = [N^{i} + e_i^T(-n_o + n_i)]^{-1}$$

$$= [N^{i}]^{-1} - \frac{[N^{i}]^{-1} e_i^T (-n_o + n_i) [N^{i}]^{-1}}{1 + (-n_o + n_i)[N^{i}]^{-1} e_i^T}$$

단, e_i , n_o , n_i ; $1 \times k$ 의 벡타

$$e_i = (0, \cdot\cdot, 0, 1, 0, \cdot\cdot, 0)$$

2. 2. 2. 현재의점 (X^{i}) 에서 Inactive인 제약조건 까지의 거리 계산

$N^{i+1} \Delta X^{i} = B^{i+1} - N^{i+1} X^{i}$ 에서 N^{i+1} 과 B^{i+1} 를 각각 분해 하여 보면

$$N^{i+1} = \begin{bmatrix} N^{i} \\ n_o^{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -n_o^{i} + n_i^{i+1} \end{bmatrix}, \quad B^{i+1} = \begin{bmatrix} B^{i} \\ b_o^{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_o^{i} + b_i^{i+1} \end{bmatrix}$$

B^{i}, N^{i} ; i 번째 및 $i+1$ 번째 단계에서 active 로 있는 제약조건들에 해당하는 b 와 n 로 각각 구성되는 행렬

b_i^{i+1}, n_i^{i+1} ; i 단계에서 Inactive 로 있다가 $i+1$ 단계에서 Active 로 작용하는 제약조건에 해당되는 양. b_o^{i}, n_o^{i} ; i 단계에서 Active 있다가 $i+1$ 단계에서 Inactive 로 되는 제약조건의 양

따라서

$$N^{i+1} \Delta X^{i} = \begin{bmatrix} B^{i} - N^{i} X^{i} \\ \hline b_i^{i+1} + n_i X^{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hline b_i^{i+1} - n_i X^{i} \end{bmatrix}$$

ΔX^{i} 를 구하는데 N^{i+1} 의 역 행렬이 필요하며 2. 2. 1 의 결과를 쓰면 쉽게 할수 있다.

2. 2. 3 목적함수의 감소량 계산

2. 2. 2 에서 구한 ΔX 를 이용하여 목적함수 감소량 ($C \cdot \Delta X$) 를 계산 할수 있다.

3. 경제급전 문제의 선형화

일반적으로 무효전력은 충분히 공급할수 있다는 가정하에 경제급전 문제는 다음과 같이 정식화 할수 있다.

$$\text{Min } C(P) \tag{3}$$

제약조건

$$\sum_{i \in G} P_i = P_D + P_{Loss} \tag{4}$$

$$\underline{P}_i \le P_i \le \overline{P}_i \tag{5}$$

C (P) ; 발전기의 연료비 함수

P_D ; 필요한 부하량

Ploss ; 송전손실

B- 정수법을 사용하면

$$\text{Ploss} = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j + \sum_i B_{oi} P_i + B_{oo}$$

$\underline{P}_i$, $\overline{P}_i$; i 발전기의 하한출력과 상한출력

G ; 발전기로 이루어지는 Index 집합

여기서

식 (3) 과 식 (4) 는 비선형이며 조류계산에서 나온 P_i^{o} $(i \in G)$ 값 주위에서 선형화 한다.

3. 1. 목적함수 (연료비 함수)

$$C(P) = C(P^{o}) - \sum_{i} \frac{\partial C(P)}{\partial P_i^{o}} \cdot P_i^{o} + \sum_{i} \frac{\partial C(P)}{\partial P_i} \cdot P_i \qquad i \in G$$

3. 2 수급조건

$$P_{Loss} = P_{Loss}^{\circ} + \sum_{i \in G} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}} (P_i - P_i^{\circ})$$ 이므로

수급조건은

$$\sum_{i \in G} P_i = P_D + P_{Loss} - \sum_{i \in G} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}} + \sum_{i \in G} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}} \cdot P_i$$

다시쓰면

$$\sum_{i \in G} \left(1 - \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}}\right) P_i = P_D + P_{Loss}^{\circ} - \sum_{i \in G} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}} \cdot P_i^{\circ}$$

3. 1 과 3. 2 로부터 선형화후의 최적화 문제는 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\mathrm{Min} \sum_{i \in G} \frac{\partial C(P)}{\partial P_i^{\circ}} \cdot P_i \qquad (3)'$$

제약조건

$$\sum_{i \in G} \left(1 - \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}}\right) P_i = P_{DS} \qquad (4)'$$

$$\underline{P}_i \leq P \leq \bar{P}_i, \quad i \in G \qquad (5)$$

단

$$P_{DS} = P_D + P_{Loss}^{\circ} - \sum_{i \in G} \frac{\partial P_{Loss}}{\partial P_i^{\circ}}$$

(3)', (4)', (5)로 구성되는 최적화 문제를 앞에서 소개한 알고리즘을 이용하여 반복적으로 경제급전 문제를 풀어나갈수 있다.

4. 사례 연구

여기서 제시한 알고리즘을 다음과 같은 문제에 적용해 봤다.

$$\mathrm{Min} \quad -X_1 - 2X_2 + X_3 - X_4 - 4X_5 + 2X_6$$

제약조건

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 6$$

$$2X_1 - X_2 - 2X_3 + X_4 \leq 4$$

$$X_3 + X_4 + 2X_5 + X_6 \leq 4$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, 6.$$

초기치를 $X_1 = X_2 = \cdots = X_6 = 0.$ 으로 가정 했을 때의 결과는 다음과 같다.

변 수	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
초기값	0.	0.	0.	0.	0.	0.

Dual 변수	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	R_9
Dual 변수 값	-1.	-2.	1.	-1.	-4.	2.

현재의 점에서 빠져 나갈 제약조건은 변수값이 음인 것들 로써, 4, 5, 7, 8 이며 새로 들어올 제약조건을 결정하기 위해서 Inactive 한 제약조건이 8번 제약조건 대신 Active 작용 했을때 목적 함수의 감소량조사및 거리 계산을 하면 다음과 같다.

Inactive 한 제약조건	1	2	3
목적함수의 감소량	-24.	16.	-8.
$\Delta X^T \Delta X$ 계산 (ΔX; 거리)	36.	16.	4.

따라서 새로 들어갈 제약조건은 1, 3 이므로 빠져 나갈 제약조건 4, 5, 7, 8 중에서 Dual 값이 작은 순서로 해서 4, 5 를 빼고 대신 1, 3 을 넣어 구성한 후의 계산 결과는 다음과 같다.

변 수	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
변수값	0.	4.	0.	0.	2.	0.

Dual 변수	R_1	R_3	R_4	R_6	R_7	R_9
Dual 변수 값	2.	1.	1.	4.	2.	5.

위에서 구한 X_i $(i=1,\cdots,6)$ 값들은 허용영역 내에 존재하고 Dual변수 값들은 모두음이 아니므로 최적값

X = (0, 4, 0, 0, 2, 0)

R = (2, 1, 1, 4, 2, 5)

을 얻는다.(단, R은 Dual변수)

5. 결 론

여기서 제시한 알고리즘을 사용할 경우 제약조건이 $\underline{X} \leq X \leq \bar{X}$ 로 주어지는 경우는 기존의 선형계획법으로는 $X \geq \underline{X}$ 와 $-X \geq -\bar{X}$로 나누어서 해결하는 반면에 본 알고리즘은 $\underline{X} \leq X \leq \bar{X}$ 을 하나의 Dual 변수로써 처리가 가능하다.

이런점을 이용하여 경제급전 문제와 같이 발전기 출력이 $\underline{P}_g \leq P_g \leq \bar{P}_g$ 인 제약조건으로 주어지는 최적화 문제에 적용할 경우에 유리

하겠다.

6. 참고문헌

1) H.H. Happ " Optimal Power Dispatch", IEEE Trans. on PAS, Vol1. PAS - 96 no3 May / June 1977.

2) K.Y. Lee, Y.M. Park, J.L. Ortiz "Fuel cost minimisation for both real and reative power Dispatches" IEE PROCEEDINGS, Vol 131, Pt. C, No3, May 1984.

3) Allen J.Wood, Bruce F. Wollenderg "Power Generation, Operation & Control" John Wiley and Sons.

4) G.V. REKLAITKS, A. RAVINDRAN, K.M. RAGSDELL " Engineering Optimization/ Methods and applications" John Wiley and Sons.

5) Mokhtar.s. Baxaraa, "Linear Programming and network flows" John Wiley and Sons.