

박민호  
전택원  
정경호\*

서울대학교

1. 서론

전류형 인버터 시스템은 간단한 전류회로(commutating circuit), 회생제동의 가능, 음이한 전력제어 등의 장점 때문에 유도전동기의 속도 제어에 많이 사용되어 왔다. 1)

그런데 유도전동기의 속도 제어는 일반적으로 직류전동기에 비해 복잡하므로 이를 보다 쉽게 구현할 수 있도록 마이크로프로세서의 응용이 일반화되고 있다. 그러나 유도전동기는 비선형 특성이 강하고 제어루우프가 복잡하며 특히 마이크로프로세서로 제어되는 디지털 시스템은 해석하기가 더욱 어려워진다. 따라서 제어루우프내의 제어기들의 이득을 선정하는 문제는 아직까지 거의 초보적인 단계에 머물러 있다. 대부분의 전동기 속도 제어루우프에서 사용되는 제어기는 주로 parameter-optimized controller 이므로 이의 최적이득을 구하는 것은 매우 중요하다.

본 연구에서는 시스템을 제어루우프들까지 포함시킨 하나의 이산형 상래방정식으로 나타낸 후, 제어루우프내의 전류 PI 제어기와 속도 PID 제어기의 5개 parameter의 최적치를 구하고자 한다. 이를 구하기 위해서 이산형으로 표시되는 공액경사법을 이용하였으며, 전동기의 동작점의 변화 및 cost function 내의 weight factor의 변화에 따르는 최적이득값의 경향을 고찰하려 한다.

2. 시스템의 구성

그림 1은 전류형 인버터-유도전동기 시스템 중 슬립주파수가 전동기 입력전류를 제어하는 방식을 나타낸다.

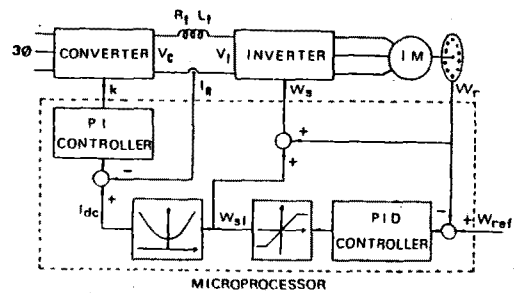


그림 1. 시스템 블록선도

시스템의 제어루우프는 모두 마이크로프로세서의 소프트웨어로 구현되었으며, 이 때 입력으로 는 전동기속도와 직류링크전류가 되고 출력으로는 콘버터 점호과 인버터 주파수가 된다. 이 시스템을 해석하기 위하여 먼저 유도전동기의 전압·전류방정식과 로오크식을 동기속도로 회전하는 d,q 변환식으로 표시한다. 2)

이 식에 전류형 인버터 시스템을 첨가하면 비선형방정식이므로 소신호 해석으로써 선형화시키면 다음과 같다.

$$\dot{X}a(t) = AaXa(t) + BaUa(t)$$

$$Xa(t) = [\Delta i_{ds} \quad \Delta i_{dr} \quad \Delta i_{dr} \quad \Delta w_r]^T \quad (1)$$

$$Ua(t) = [\Delta k \quad \Delta w_s \quad \Delta T_L]^T$$

$$A_a = \begin{bmatrix} -\frac{L_r R_s'}{L_l} & \frac{M}{L_l} R_r & -\frac{L_r M \omega_{ro}}{L_l} & -\frac{L_r M I_{dr0}}{L_l} \\ \frac{M}{L_l} R_s' & -\frac{L_s' R_r}{L_l} & \frac{L_s' L_r \omega_{ro} - \omega_{s0}}{L_l} & \frac{L_s' L_r I_{dr0}}{L_l} \\ \frac{M}{L_r} \omega_{s0} & \omega_{s0} & -\frac{R_r}{L_r} & -\left(\frac{M}{L_r} I_{gs0} + I_{gr0}\right) \\ \frac{P^2}{J} M I_{dr0} & 0 & \frac{P^2}{J} M I_{gs0} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{L_l} & 0 & 0 \\ -\frac{M}{L_l} K_c & -I_{dr0} & 0 \\ 0 & \frac{M}{L_r} I_{gs0} + I_{gr0} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{P}{J} \end{bmatrix}$$

단,  $L_l = L_s' L_r - M^2$

$P$ : 전동기 자속쌍수

그런데 전류형인버터-유도전동기 시스템은 마이크로프로세서에 의해 제어되는 이산형 시스템이므로 (1)의 연속형 식을 (2)의 이산형 식으로 바꾸어 준다.

$$X_1(n+1) = A_1 X_1(n) + B_1 U_1(n) \quad (2)$$

$$X_1(n) = [\Delta i_{gs}(n) \Delta i_{gr}(n) \Delta i_{dr}(n) \Delta \omega_r(n)]^T$$

$$U_1(n) = [\Delta f_c(n) \Delta \omega_s(n) \Delta T_L(n)]^T$$

$$A_1 = e^{A_a T} = \{a_{ij}\}$$

$$B_1 = \left(\int_0^T e^{A_a c} dc\right) B_a = \{b_{ij}\}$$

이 식에 슬립주파수 제어식(3), 전류 PI 제어기 식(4), 속도 PID 제어기식(5)를 첨가한다. 3)

$$\Delta \omega_s(n) = \Delta \omega_{s2}(n) + \Delta \omega_r(n) \quad (3)$$

$$\Delta Q(n+1) = \Delta Q(n) + \Delta I_{dc}(n) - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \Delta i_{gs}(n) \quad (4)$$

$$\Delta f_c(n) = (\delta_{oc} + \delta_{ic}) \Delta Q(n) + \delta_{oc} \Delta I_{dc}(n) - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \delta_{oc} \Delta i_{gs}(n)$$

$$\Delta P_1(n+1) = \Delta P_1(n) + \Delta \omega_{ref}(n) - \Delta \omega_r(n) \quad (5)$$

$$\Delta P_2(n+1) = \Delta P_2(n)$$

$$\Delta \omega_{s2}(n) = (\delta_{os} + \delta_{is}) \Delta P_1(n) + \delta_{os} \Delta P_2(n) + \delta_{os} \Delta \omega_{ref}(n) - \delta_{os} \Delta \omega_r(n)$$

(3), (4), (5) 식을 식(2)에 대입하여 정리하면 식(6)과 같은 최종 이산형 상태방정식을 구할 수 있다.

$$X_d(n+1) = A_d X_d(n) + B_d U_d(n) \quad (6)$$

여기서

$$X_d(n) = [\Delta P_1(n) \Delta P_2(n) \Delta Q(n) \Delta i_{gs}(n) \Delta i_{gr}(n) \Delta i_{dr}(n) \Delta \omega_r(n)]^T$$

$$U_d(n) = [\Delta \omega_{ref}(n) \Delta T_L(n)]^T$$

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{c1} \delta_{os} \delta_{is} & k_{c1} \delta_{os} & 1 & -\frac{\pi}{3\sqrt{2}} & 0 & 0 & -k_{c1} \delta_{os} \\ a_{11}' & a_{12}' & a_{13}' & a_{14}' & a_{15}' & a_{16}' & a_{17}' \\ a_{21}' & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' & a_{25}' & a_{26}' & a_{27}' \\ a_{31}' & a_{32}' & a_{33}' & a_{34}' & a_{35}' & a_{36}' & a_{37}' \\ a_{41}' & a_{42}' & a_{43}' & a_{44}' & a_{45}' & a_{46}' & a_{47}' \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & k_{c1} \delta_{os} & b_{11}' & b_{21}' & b_{31}' & b_{41}' \\ 0 & 0 & 0 & b_{13}' & b_{23}' & b_{33}' & b_{43}' \end{bmatrix}^T$$

단,  $a_{k1}' = (b_{k2} + k_{c1} b_{k1} \delta_{oc}) (\delta_{os} + \delta_{is})$

$a_{k2}' = (b_{k2} + k_{c1} b_{k1} \delta_{oc}) \delta_{is}$

$a_{k3}' = b_{k1} (\delta_{oc} + \delta_{ic})$

$a_{k4}' = a_{k1}' - b_{k1} \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \delta_{oc}$

$a_{k5}' = a_{k4}' + b_{k2} - (b_{k2} + k_{c1} b_{k1} \delta_{oc}) \delta_{os}$

$b_{k1}' = (b_{k2} + k_{c1} b_{k1} \delta_{oc}) \delta_{os}$

$k = 1, 2, 3, 4$

편의상 상태변수들을 아래와 같이 정의한다.

$$[\Delta P_1(n) \Delta P_2(n) \Delta Q(n) \Delta i_{gs}(n) \Delta i_{gr}(n) \Delta i_{dr}(n) \Delta \omega_r(n)]^T = [X_1(n) X_2(n) X_3(n) X_4(n) X_5(n) X_6(n) X_7(n)]^T$$

### 3. Cost function 의 선정. 4)

최소화하려는 cost function을 다음과 같이 정의한다.

$$J = T \sum_{j=0}^{N-1} [\{1 - \alpha X_7(j)\}^2 + R \{\Delta f_c(j)\}^2] + W \{1 - \Delta \omega_r(N)\}^2 = T \sum_{j=0}^{N-1} [\{1 - X_7(j)\}^2 + R \{\Delta f_c(j)\}^2] + W \{1 - X_7(N)\}^2 \quad (7)$$

여기서 T는 샘플링주기, R 과 W는 가중치이다. 도로 표시된 두항중 첫째항은 기준속도에 대한 실제속도의 error치를, 둘째항은 시스템입력치를 최소화하기 위한 항이다. 마지막항은 속도의 최종치  $\Delta \omega_r(N)$ 이 기준속도에 도달할 수 있도록 해준다.

이 cost function을 상태함수로 나타내기 위하여 dummy variable  $X_8(n)$ 을 도입한다.

식(7)의  $\Sigma$  안의항을  $X_8(n)$ 의 미분치로서 표시하면 식(8)과 같이 된다.

$$X_8(n+1) = X_8(n) + T [\{1 - X_7(n)\}^2 + R \{\Delta f_c(n)\}^2] \quad (8)$$

따라서 식(7)은 식(9)로 정리되어진다.

$$J = X_8(N) + W \{1 - X_7(N)\}^2 \quad (9)$$

또한  $\Delta f_c(j)$ 도 상태변수로 표시된다.

$$\Delta f(j) = (g_{oc} + g_{ic})x_3(j) - \frac{\pi}{3\sqrt{2}} g_{oc} x_4(j) + k_w g_{oc} \{ (g_{os} + g_{is})x_1(j) + g_{zs}x_2(j) - g_{os}x_7(j) + g_{os}\Delta w_{ref}(j) \} \quad (10)$$

4. 공액경사법 ( Conjugate gradient method )

다음은 시스템방정식에서 cost function 을 최소화하기 위한 시스템 parameter 를 구하기 위하여 공액경사법을 사용한다.

(6) 식을 달리 표현하면 (11) 식과 같다.

$$x_d(n+1) = f(x_d(n), u) \quad (11)$$

$$x_d(0) = 0$$

이때 u 는 구하고자 하는 이득으로 구성된 Vector 이다.

$$u = [g_{oc} \ g_{ic} \ g_{os} \ g_{is} \ g_{zs}]^T \quad (12)$$

Cost function 의 gradient 를 구하기 위해서 편의상 adjoint system 을 도입한다.

$$\lambda(n) = f_x^T(x_d(n-1), u) \lambda(n) \quad (13)$$

$$\lambda(N) = \nabla_x \phi(x) |_{x=x(N)}$$

단, n = 1, 2, ..... , N

이를 이용하면 gradient 는 식(14) 과 같이 구해진다.

$$g(u) = \sum_{j=0}^{N-1} f_u^T(x(j), u) \lambda(j+1) \quad (14)$$

$$(f_x(x, u))_{i,j} = \frac{\partial f_i(x, u)}{\partial x_j}$$

$$(f_u(x, u))_{i,j} = \frac{\partial f_i(x, u)}{\partial u_j}$$

(9) 식과 (14) 식을 이용하여 최적이득을 구하는 흐름도는 그림 2와 같다.

5. 결 론

본 연구에서는 마이크로프로세서로 제어되는 전류형 인버터-유도전동기 속도제어시스템을 두개의 제어루우프 모두를 포함시킨 단일 이산형 상태

방정식으로 해석하였다. 제어루우프내의 PI, PID 두 제어기의 다섯개의 최적이득을 각 동작점에서 공액경사법에 의해 구해 내었다.

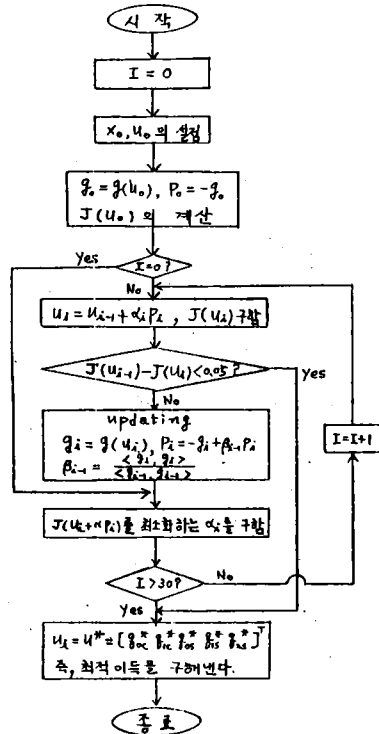


그림 2. 최적이득을 구하는 흐름도

\* 참고 문헌 \*

- 1) Kenneth P. Phillips, "Current-Source Converter for AC motor drives", IEEE Trans. IA. Vol. IA-8. pp.679-683, Nov./Dec. 1972.
- 2) M.L. MacDonald and P.C. Sen, "Control loop Study of induction motor drive using d.q model", IEEE IAS. Annual Meeting, pp.897-903, 1978.
- 3) Rolf Isermann, "Digital Control Systems", Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1981.
- 4) Lawrence Hasdorff, "Gradient Optimization and Nonlinear Control", A Wiley-Interscience Publication, 1976.