

10. 河川流量의 模擬發生을 위한 Monte carlo 方法과 Auto-Regressive 方法的 比較

高麗大學校 工科大學 教授

高麗大學校 工科大學 教授

慶熙大學校 工科大學 助教授

崔 榮 博

尹 龍 男

李 殷 泰

1. 서 론

추계학적 이론에 의해 하천유량을 모의발생하는 근본적인 목적은 한정된 기간의 짧은 유량기록 만으로는 수자원 시스템의 거동 예측이나 시스템 조작기준의 설정을 정확하게 할수 없기 때문에 가용한 짧은 유량기록의 통계학적 특성을 유지하는 장기간의 하천유량을 발생시켜 시스템에 입력시킴으로서 보다 완전한 시스템 분석을 실시하는 데있다.

하천유량의 모의발생 방법은 일반적으로 유량자료 계열이 수문학적 지속성을 가지는지의 여부에 따라 2가지 각각 다른 추계학적 방법을 사용한다. 지속성을 안가지는 경우에는 소위 Monte Carlo 방법을 사용하는 것으로서 유량자료 계열의 적정 확률분포를 선정 한 후 해당확률분포의 각종 변수를 기존 유량자료로부터 산정하고, 난수의 발생에 의해 유량자료를 모의발생하는 방법이며 윽하천 유량의 경우에는 이방법의 적용은 불가능한 것으로 알려져 있다. 자료 계열의 지속성을 가질 경우에는 수문변량의 모의발생을 위해 Auto regressive model, Moving Average model, ARMA model, ARIMA model

및 Fractional Gaussian noise model 등이 사용되며, 윽유량과 같이 다계절성을 가지는 시계열의 발생을 위해서는 Auto regressive Seasonal model, Thomas-Fiering 모형 및 Box & Jenkins 모형등의 사용되어왔으며 이중 Thomas-Fiering 의 다계절 모형과 Box & Jenkins 모형에 속하는 ARIMA (1, 0, 1)모형이 대체로 윽유량의 발생에 적합한 Univariate 모형으로 알려져 있다. 이들 다계절 모형에 의한 윽유량의 모의발생을 위해서는 모형의 변수를 결정하는 것이 큰 문제로 되어 있다.

본 연구에서는 Annual 모형으로서의 Monte-Carlo 모형의 윽유량의 모의발생 모형으로의 적용 가능성을 보기위해 일반적으로 윽유량의 모의발생 모형으로 잘 알려져 있는 Thomas-Fiering 모형에 의해 발생된 윽유량과 실측 윽유량과의 통계적 특성치를 비교 분석하고자 한다.

2. 모의 발생 모형의 이론적 고찰

1) 단일계절 모형

본 연구에서 사용한 단일계절모형 (Single Season Model)에는 Monte-Carlo Model로서 분포형이 정규분포, 대수정규분포, 2변수 Gamma 분포의 경우에 대하여 검토하였다.

정류분포의 경우 Monte - Carlo Model 의 일반식은 다음과 같다.

$$Y = \mu + \sigma z_t \quad \text{----- (1)}$$

단, Y : 발생 자료 계열

μ : 원자료의 평균

σ : 원자료의 표준편차

z_t : 분산이 1이고 평균이 0인 정규난수 $N(0, 1)$

대수 정규분포의 경우는 다음과 같다.

$$Y = \exp(\mu + \sigma z_t) \quad \text{----- (2)}$$

단, Y : 발생자료 계열

μ : 원자료의 대수적용 취한 값들의 평균

σ : 원자료의 대수적용 취한 값들의 표준편차

z_t : 분산이 1이고 평균이 0인 정규난수, $N(0, 1)$

2변수 감마분포의 경우

$$Y = \mu + \sigma y \quad \text{----- (3)}$$

단, Y : 발생자료 계열

μ : 원자료의 평균

σ : 원자료의 표준편차

y : 분산이 1이고 평균이 0인 Gamma 난수

여기서 Gamma 난수는 주어진 자료의 왜곡도 계수를 g_y 라 할때 다음과 같이 구한다.

$$g_y = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \bar{\alpha})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\alpha_i - \bar{\alpha})^2 \right)^{1.5}} \quad \text{----- (4)}$$

$$g_{\xi} = \frac{1 - r^3}{(1 - r^2)^{3/2}} g_y \quad \text{----- (5)}$$

$$y = \frac{2}{g_{\xi}} \left(1 + \frac{g_{\xi}}{6} z_t - \frac{g_{\xi}^2}{36} z_t^3 \right) - \frac{2}{g_{\xi}} \quad \text{----- (6)}$$

여기서 X_i 는 주어진 시계열이며 \bar{X} 는 그 시계열의 평균 n 는 주어진 시계열의 자료수, αy 는 주어진 시계열의 왜곡도 계수, γ_j 는 Gamma 난수 y 의 왜곡도 계수이며 r_n 은 주어진 시계열의 Lag - One 계열 상관계수이고 Z_t 는 정규난수 $N(0, 1)$ 이다.

2) 다계절 모형

본 연구에서 사용한 모형을 Thomas - Fiering 모형으로 이모형을 1차 Markov 형의 모형이며 월유량자료의 발생에 주로 사용되며 발생 방정식은 다음과 같다.

$$Q_{ij} = \bar{Q}_j + r_j \frac{S_j}{S_{j-1}} (Q_{i,j-1} - \bar{Q}_j) + z_{ij} S_j \sqrt{1 - r_j^2} \quad \text{----- (7)}$$

여기서 Q_{ij} 은 i 년 j 월의 모의 발생 우량이며 \bar{Q}_j 은 j 월의 평균유량, r_j 은 j 및 $(j-1)$ 월의 유량간의 계열상관계수 S_j , S_{j-1} 은 각각 j 월과 $(j-1)$ 월 유량의 표준편차이고 다음 식들에 의해 모든 월유량들로부터 구해지며 z_{ij} 은 정규분포 혹은 2변수 Gamma 분포를 갖는 난수이다.

$$\bar{Q}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{ij} \quad \text{----- (8)}$$

$$0 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2 \quad \text{----- (9)}$$

$$r_j = \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)(Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_{ij} - \bar{Q}_j)^2 \sum_{i=1}^n (Q_{i,j+1} - \bar{Q}_{j+1})^2}} \quad \text{----- (10)}$$

만일 월유량 Q_{ij} 가 대수정규분포를 갖는 시계열이라면 유량의 대수적으로 표시된 것이므로 발생하는 유량은 이를 변환하여 얻게 된다.

$$Q_{ij}^* = \text{EXP}(Q_{ij}) \quad \text{----- (11)}$$

또한 2변수 Gamma 분포의 Gamma 난수는 정규난수를 z_{ij} , $N(0, 1)$ 이라 할 때 다음과 같이 구하였다.

$$g_j = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_{ij}^3 - 3S_j^2 \bar{Q}_j + \bar{Q}_j^3}{S_j^3} \quad \text{----- (12)}$$

$$g_j' = \frac{g_j - r_{j-1}^3 g_{j-1}}{(1 - r_j^2)^{1.5}} \quad \text{----- (13)}$$

$$z_{ij}' = \frac{2}{g_j'} \left(1 + \frac{g_j' z_{ij}}{6} - \frac{g_j'^3}{36} \right) - \frac{2}{g_j'} \quad \text{----- (14)}$$

여기서 n 은 유황시계열의 연수이며 Q_{ij} 는 i 년 j 월의 유황, \bar{Q}_j 는 j 월 유황평균치 S_j 는 j 월유황의 표준편차, r_j 는 j 월과 $(j-1)$ 월사이의 월 유황의 상관계수를 의미한다.

3. 자료 및 분석방법

본 연구에 사용한 자료는 한강본류의 화천 댐 지점의 과거 30년치 월유황 실측 자료 (1953-1982)와 남한강 상류 괴산지점의 과거 25년치 월유황 실측자료 (1958-1982)를 그 대상으로 하였다.

년 유황의 모의발생을 위해서는 각 지점의 월유황을 합하여 얻은 년유황 시계열을 사용하였다.

Monte-Carlo Model 은 원래 년유황 발생 모델이나 본 연구에는 각각의 월유황을 Single Season 으로 생각하여 월유황을 모의발생시켰을때의 그 적용 타당성을 검토하기 위해 적용해 보았다. 물론 Single Season Model 에는 지속성 여부에 따라 AR, MA, ARIMA, ANFA 모형등이 있으나 본 연구에 사용한 지점의 월유황 자료들은 엄밀로 적용 분포 함수를 결정하기 위해 지속성 테스트 (Persistence Test)를 한결과 모두 지속성이 결여 되었으며, 년유황 자료 역시 지속성이 결여된것이 판명되어 Monte Carlo 모형을 적용 하되 각각의 최적 분포 함수에 따라 발생 시켜고 또한 전부를 같은 분포(정규, 대수 정규, 2변수 감마)라고 했을 때 발생시켰다. 또한, Multi-Season 모형인 Thomas-Fiering 모형을 적용 하되 역시 정규, 대수 정규, 2변수 감마분포라고 했을 때 각각에 대하여 월유황을 발생시켰으며 월유황의 합계를 년유황으로 하여 각각 비교 하였다.

비교의 방법으로 먼저 월유황들을 하나의 시력즈로 하여 Correlogram 을 그리고 Young-Pisano 의 Standardization 에 의한 월유황을 하나의 시력즈로 하여 Correlogram 을 비교 하였다. 이때 비교 자료는 Monte-Carlo 방법에 의한 발생 월유황과 Thomas-Fiering 모델에 의한 월유황계열 및 실측치를 비교 하였다. 또한, 통계 특성치로서 평균, 표준편차, 왜곡도 계수, 편협상관계수등을 비교 하였으며 년유황에 대하여도 같은 방법으로 비교 하였다.

4. 결과의 분석 및 검토

본 연구에서는 Monte Carlo 모형으로서 월별 적정 확률분포에 맞도록 각월의 유량을 발생시켰고 또한 각각의 정규분포, 대수정규분포, 2변수 Gamma 분포로 통일하여 발생시켰는데 분석결과를 종합해볼 때 2변수 Gamma 분포가 실측자료와 통계특성치가 잘 맞아 이에 대하여 Correlogram 과 각종 통계특성치를 비교 검토 하였으며, 다계절 모형으로서 Thomas-Fiering 모형의 경우에 있어서도 정규, 대수정규, 2변수 Gamma 분포를 이용하여 각각에 대하여 모의 발생시켰으나 대수정규분포의 경우가 적합한 것으로 판명되어 이에 대한 Correlogram 및 각종 통계치의 비교에 사용하였다.

1) 년모형에 의한 월유량의 Correlogram 비교

Correlogram 은 시계열을 구성하는 확정성분과 추계성분을 파악하는데 유용하게 사용 되는데 곡산지점의 실측월유량으로부터 월에 대하여 Correlogram 을 그렸을 때 12개월을 주기로 하여 파동하고 있음을 보이고 있으며, 년 모형인 Monte Carlo 모형을 월유량 발생에 적용하여 12개월 각월의 200년치의 유량을 발생시킨 후 Correlogram 을 그렸던 결과가 그림 - 1에 있으며 여기서 알수 있는 바와 같이 실측치와 비교할 때 진폭은 미소한 차이가 있으나 주기성은 같은 양상을 보임을 알수 있으며, 따라서 년모형인 Monte Carlo 모형으로 각월유량을 발생시키더라도 실측자료의 주기성을 잘 재현시켜주고 있다고 할수 있을 것이다. 이는 곡산 지점의 경우도 같은 결과를 보였다. 그러나 그림-2에서 보듯이 Young-Pisano 의 표준화 과정을 거친 자료에 있어서는 실측자료 및 Thomas-Fiering 모형에 의해 발생된 자료는 지속성 존재이나 Monte-Carlo 모형의 경우는 지속성 부재로 나타났다.

2) 다계절 모형에 의한 월유량의 Correlogram 비교

Thomas-Fiering 모형의 정규분포, 대수정규분포, 2변수 Gamma 분포에 의해 월유량을 각각 발생 시킨 결과 대수정규분포의 경우가 실측치를 가장 잘 재현시켜주고 있었으며, 그때의 Correlogram 이 그림- 1에 나타나 있다. 여기서도 대체로 실측치와 같은 주기성을 보이고 있음을 알수 있으며 표준화 과정을 거친 자료 계열 역시 실측치와 같이 지속성 존재로 나타났다.

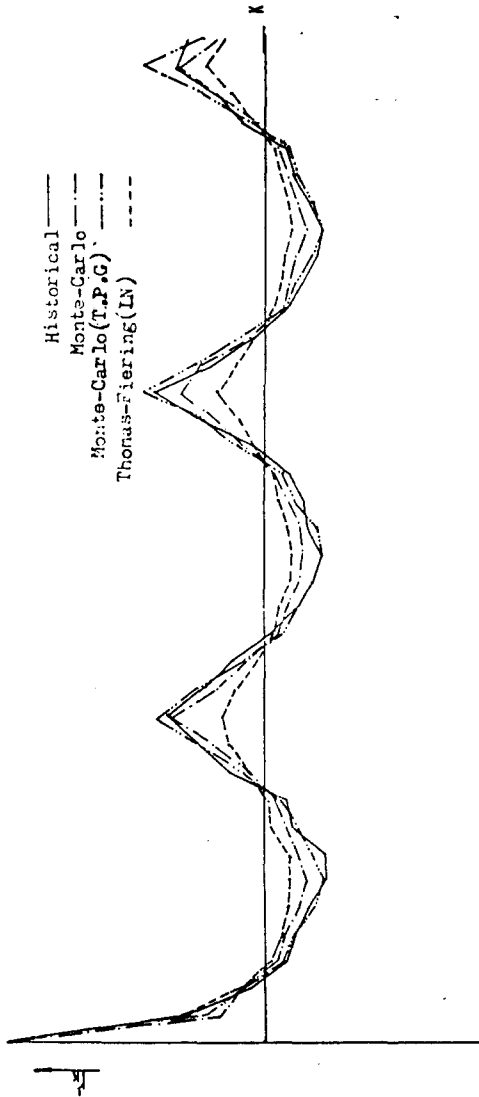


Fig 1. Correlograms for Monthly flow

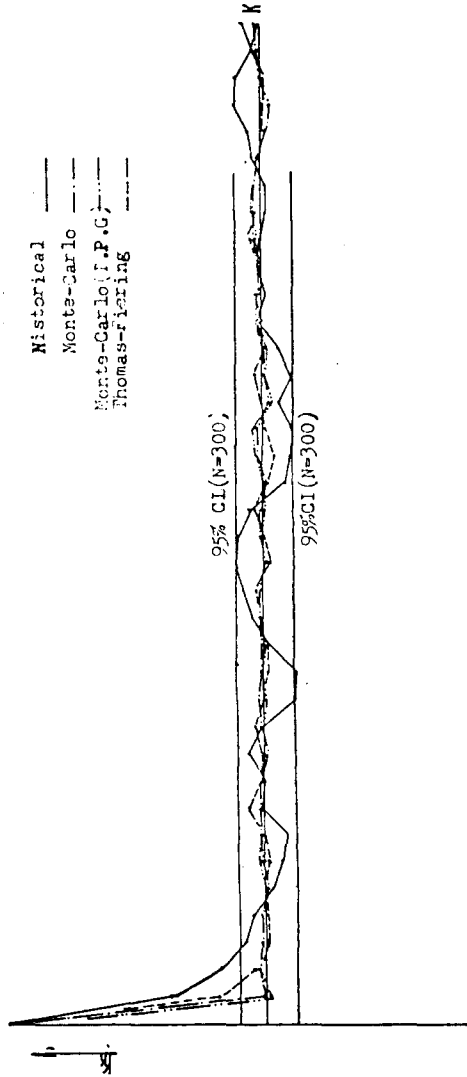


Fig 2. Correlograms for Standardized Monthly flow

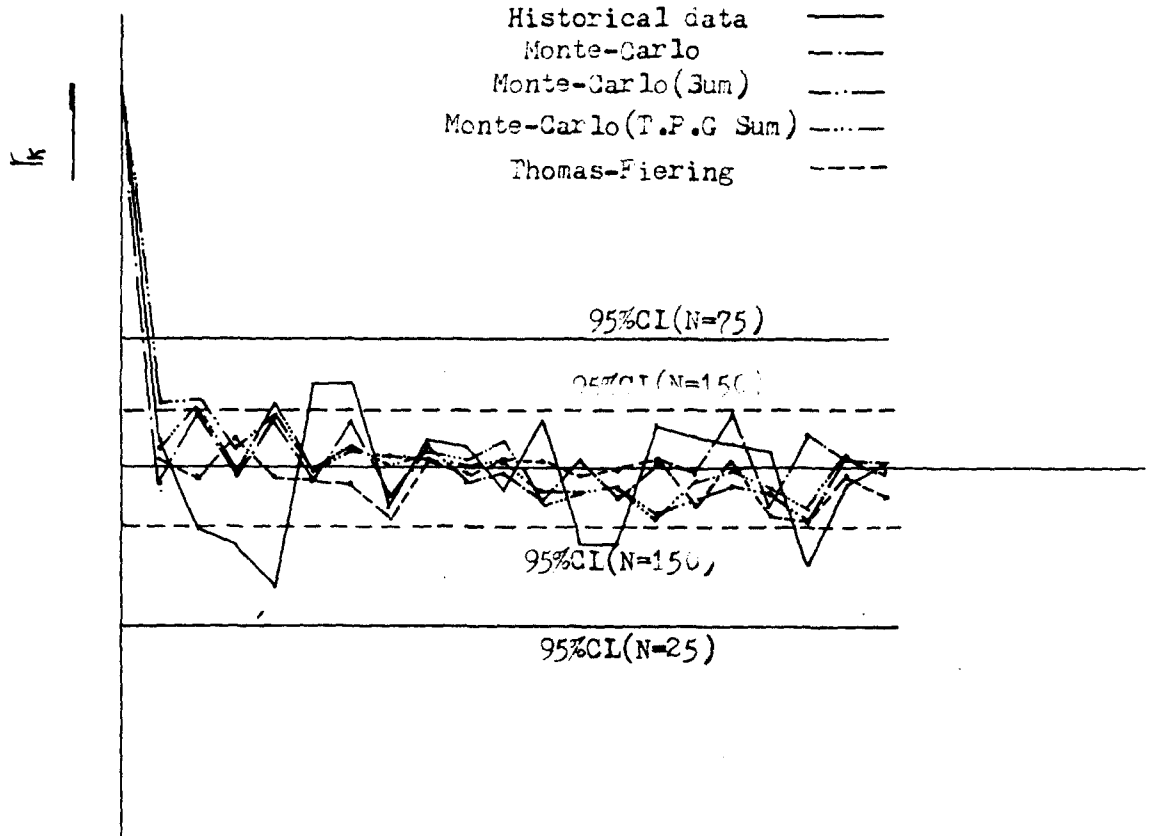


Fig 3. Correlograms for Annual flow

3) 년유량의 Correlogram 비교

년 모형(Monte-Carlo)에 의한 경우와 실측치, 년모형에 의한 각월유량 계열의 합으로부터 구한 년유량 계열, 월유량 모형인 Thomas Fiering 모형으로부터의 각월유량의 합으로 구한 년유량 계열에 대한 Correlogram 을 비교한 결과가 그림 - 3에 표시되어 있으며 발생 자료 계열들이 실측치의 특성을 잘 재현시켜 주고 있음을 알수 있다.

4) 통계특성치의 비교

실측 유량자료와 다계절 모형인 Thomas-Fiering 모형, 년모형에 의한 월유량 발생계열들의 월 및 년에 대한 통계특성치를 정렬한 것이 표-1,2와 같다.

표에서 알수있듯이 Monte Carlo모형으로서 월별 적정 본포특성을 고려한 경우와 모든 월을 2변수 Gamma 분포로 한 경우가 발생 월유량자료의 통계특성치의 재현에 유리함을 보이고 있다.

평균치는 상대오차가 대체로 작으나 왜곡도에 있어서는 전반적으로 상대오차가 1.3%-770.8%표준편차에 있어서는 상대오차 1.0%-327.5%로서 년모형인 Monte Carlo모형에 의해 월유량을 발생시켰을 경우가 상대오차가 작게나타나고 있음을 보이고 있다.

년유량의 경우에 있어서는 년모형에 의해 월별로 발생시킨 후 합하여 년유량 계열을 형성한 경우보다는 실측 자료로부터 바로 년유량을 Monte Carlo 모형에 의해 발생시킨 경우가 실측치의 통계성치를 잘 재현시키고 있음을 보이고 있으나, Thomas-Fiering 모형에 의해 월유량을 발생시킨 후 합성한 년유량 계열에 비해서는 년모형에 의해 월유량을 발생시킨 후 합성한 년유량 계열이 실측치의 통계특성치를 더 잘 재현해주고 있음을 보이고 있다.

Table 1. 열유량계 열의 공계표형 비교(역산)

열유량계	공계표형		표준편차		역공도 계수		상관계수(자기열)		
	절대계	상대오차(%)	절대계	상대오차(%)	절대계	상대오차(%)	절대계	상대오차(%)	
1	Historical	79.36		79.81		3.1520		-0.0793	
	M - C	75.4	5.0	51.7	35.2	2.1568	31.6	0.0818	203.2
	M - C (T.P.C)	77.3	2.6	76.0	4.8	2.9953	5.0	0.0694	187.5
2	T - F (IN)	76.7	3.4	51.7	36.1	1.4644	53.5	-0.8925	1025.5
	Historical	114.49		94.27		1.5844		0.4871	
	M - C	112.4	1.8	83.3	11.6	1.4336	9.5	-0.0252	105.8
3	M - C (T.P.C)	112.4	1.8	83.3	11.6	1.4336	9.5	-0.0146	103.3
	T - F (IN)	121.3	5.9	100.9	7.1	2.7917	76.2	-0.1114	125.5
	Historical	289.79		305.39		2.2111		0.2798	
4	M - C	263.7	9.0	226.0	26.0	2.2396	1.3	-0.0472	116.9
	M - C (T.P.C)	269.7	6.9	263.0	13.9	1.9899	10.0	-0.0384	113.7
	T - F (IN)	288.0	0.6	258.2	15.5	2.0245	8.4	-0.0496	117.7
5	Historical	442.8		448.26		2.1851		-0.0395	
	M - C	481.4	8.7	512.0	14.2	2.7290	24.9	0.0734	285.8
	M - C (T.P.C)	463.4	4.7	422.0	5.9	1.7147	21.5	0.0441	211.6
6	T - F (IN)	533.3	20.4	988.8	120.6	6.5542	199.9	-0.2556	547.1
	Historical	311.08		327.29		1.5129		0.4612	
	M - C	399.70	20.7	558.0	70.5	3.3800	153.2	0.1160	74.8
7	M - C (T.P.C)	349.0	5.4	340.0	3.9	1.3164	13.0	0.0404	91.2
	T - F (IN)	492.9	48.9	1398.4	327.3	9.4482	524.5	0.7524	63.1

연 유 럽 계 연 의 동 계 투 성 서 비 고

연 월	동 계 기 구 분 모 형	평 균 저		포 존 면 차		외 국 도 계 수		상 관 계 수 (인 거 령)	
		절 대 치	상 대 요 차 (%)	절 대 치	상 대 요 차 (%)	절 대 치	상 대 요 차 (%)	절 대 치	상 대 요 차 (%)
6	Historical	379.80		529.8		1.4665		0.3331	
	M - C	359.6	5.3	610.0	15.1	4.5390	209.5	-0.0005	100.2
	M - C (T.P.C)	377.5	0.6	513.0	3.2	1.1527	21.4	0.0238	92.9
	T - F (IN)	550.6	45.0	1326.5	150.4	5.0590	245.0	0.5779	73.5
7	Historical	1507.22		1086.18		1.3610		0.0495	
	M - C	1646.6	9.2	1280.0	17.8	1.8258	34.2	0.1356	173.9
	M - C (T.P.C)	1646.6	9.2	1280.0	17.8	1.8258	34.2	0.0854	72.5
	T - F (IN)	1654.4	9.8	2117.4	94.9	6.9335	409.4	0.2431	391.1
8	Historical	1183.66		865.4		1.0109		-0.0426	
	M - C	1315.5	10.7	1390.0	60.0	2.5257	149.8	-0.0891	109.2
	M - C (T.P.C)	1184.6	0.3	891.0	3.0	1.1094	9.7	-0.1035	143.0
	T - F (IN)	1555.3	30.8	1641.6	89.7	2.8840	185.3	-0.3535	729.8
9	Historical	901.8		750.23		0.8224		0.1189	
	M - C	1080.9	19.9	1650.0	119.9	5.5570	607.9	0.0067	94.4
	M - C (T.P.C)	959.3	6.4	743.0	1.0	1.0004	32.3	-0.0239	120.1
	T - F (IN)	1201.6	33.2	2084.7	177.9	7.1613	770.8	-0.0247	120.8
10	Historical	170.75		123.65		1.3990		0.5293	
	M - C	176.4	3.3	116.0	6.2	1.4276	2.0	-0.1141	121.6
	M - C (T.P.C)	176.4	3.3	116.0	6.2	1.4276	2.0	-0.1012	119.1
	T - F (IN)	211.2	23.7	256.5	107.4	8.0693	476.8	0.7669	44.9

일반유량계연의 통계특정서 비교

연월	통계적 구분	평균치		표준편차		외국도계수		상관계수 (이-이 원)		
		절대치	상대오차(%)	절대치	상대오차(%)	절대치	상대오차(%)	절대치	상대오차(%)	
11	Historical	135.00		99.81		1.6353		0.7338		
		M - C	136.0	0.7	92.1	7.7	1.5374	6.0	-0.0376	105.1
		M - C (T.P.G)	136.8	1.3	96.6	3.2	1.3046	20.2	-0.0322	104.4
		T - P (IN)	154.6	14.5	113.7	13.9	1.7566	7.4	0.2295	68.7
12	Historical	105.4		70.39		1.3952		0.8413		
		M - C	118.8	12.7	86.4	22.7	1.6853	20.8	-0.0021	100.2
		M - C (T.P.G)	118.8	12.7	86.4	22.7	1.6853	20.8	0.0043	99.5
		T - F (IN)	105.1	0.3	57.4	18.0	1.1829	15.2	0.0686	91.8

* Historical : 실측 자료

M - C : Monte Carlo Model 모 가설의 적정 확률분포에 따른 경우

M - C (T.P.G) : Monte Carlo Model 모 Two-Parameter Gamma 분포의 경우

T - F (IN) : Thomas-Fiering Model 모서 대수적구분포의 경우

Table 2. 년유 량 계업외 통계 특성 비교 (괴 산)

모 형	통 계 치 구 분	평 균		표 준 편 차		왜 곡 도 계 수	
		절 대 치	상 대 오 차 (%)	절 대 치	상 대 오 차 (%)	절 대 치	상 대 오 차 (%)
	Historical data	5646.19		2005.19		-0.0613	
	M - C	5591.9	1.0	1890.0	5.7	-0.1108	80.8
	M - C (Sum)	6166.4	9.2	2850.0	42.1	2.4675	4125.3
	M - C (T)	5594.4	0.9	1890.0	5.7	-0.1559	154.3
	M - C (T, Sum)	5871.8	4.0	1960.0	2.3	0.9984	1728.7
	T - F (IN)	6945.0	23.0	4941.1	146.4	3.9252	6503.3

5. 결 론

년모형인 Monte Carlo 모형을 월유량발생에 적용시키고 월모형으로 일반화되어 있는 Thomas-Fiering 모형을 이용하여 발생시킨 결과와 실측치와를 비교 하여 검토한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 년모형인 Monte Carlo 모형을 월유량 발생에 적용한 월유량 계열과 월모형인 Thomas-Fiering 모형을 이용한 경우의 월유량 계열은 다같이 실측 유량 계열과 같은 주기성을 뚜렷이 보이고 있다.
- (2) 년모형인 Monte Carlo 모형을 이용하여 발생시킨 년유량 계열이 Monte Carlo 모델을 이용한 월유량 발생 계열로부터 합성한 년유량 계열이나 Thomas Fiering 모델로부터 발생된 월유량 계열의 합성에 의한 년유량 계열 보다는 실측치의 통계적 특성을 잘 재현해주고 있다.
- (3) 년모형인 Monte Carlo 모형에 의한 발생 월유량 계열의 통계특성치가 Thomas-Fiering 모형에 의한 발생 월유량 계열의 통계 특성치 보다는 다소 실측치의 월유량 통계특성을 잘 재현해주고 있다.
- (4) 년모형인 Monte-Carlo 모형에 의해 발생된 월유량 계열의 표준화 과정을 거쳐 계열의 Correlogram 을 지속성부재도 나타냈으나 실측치나 Thomas-Fiering 모형의 경우는 지속성 존재도 나타났다.

이상을 요약하면 월유량 모의발생에 있어서는 Monte Carlo 모형의 적용이 불가한 것으로 인식되어 오고 있으나 Monte Carlo 모형을 월유량의 모의발생에 적용해본 결과 지금까지의 비교분석방법으로 볼 때는 그것을 확인할 수 있는 결과를 얻지 못했으며 년유량의 모의 발생에 있어서는 Monte Carlo 모형에 의한 월유량으로부터의 합성년유량이나 Thomas-Fiering 모형으로부터의 월유량의 합성에 의한 년유량 계열 보다는 Monte Carlo 모형에 의한 년유량의 모의발생 계열이 실측치의 통계적 특성을 잘 재현해주고 있음이 확인되었다.