

混合粒徑 모래河床의 限界掃流力에 관한 研究.
The Critical Tractive Force of Nonuniform Sand Bed

建國大學校 高在 左

1. 序 論

河床 모래의 始動機構를 규명하자면 흐름의 流體力學的인 特性뿐 아니라 河床 모래의 物理的, 幾何學的 특성을 함께 고려해야만 한다. 河床 모래는 크기나 形狀이 다른 粒子들의 集合體이다. 따라서 각 粒子들은 입자 자체의 고유한 특성뿐 아니라 입자 주변의 다른 粒子들과의 相對的인 狀況과 흐름의 條件에 따라 始動의 狀況이 異된다.

本 研究의 目的은 粒徑構成이 다른 混合粒徑 모래河床에서의 限界掃流力이 均一粒徑에서의 限界掃流力과 어떠한 差異를 나타내는지 즉 混合粒徑인 河床구성 材料 때문에 생기는 限界掃流力의 變동을 규명하기 위한 것이다.

現在 널리 인정되고 있는 그리고 적용되어지고 있는 Shields diagram (6)은 均一粒徑에 대해서 始動條件을 대표해 주고 있다. 뿐 아니라 混合粒徑의 경우에 있어서도 中央粒徑 d_{50} 이나 平均粒徑 d_m 을 가지고 粒徑分布를 대표시켜 Shields diagram 을 써드라도 이에 따른 精度的 誤차는 모히려 始動의 定義하여 생기는 差異 또는 誤차 때문에 別當하게 되지 않는 것으로 說明한 사람 (2)도 있다.

그렇다면 始動條件의 定義를 같이 한다면 그래서 混合粒徑에서 얻은 限界掃流力이 어떤 差異를 보인다면 이러한 異動은 混合特性이 작용한 結果라고 인정할수 있을 것이다. 本 研究에서는 이런 점을 2. 이하에 實驗水槽에서 混合粒徑으로 구성된 여러가지 모래河床材料가 平坦하게 놓여 있을때 그리고

흐름은 완전히 발달된 하류이며, 限界掃流力을 실현하여 Shields diagram 상에서 어떻게 나타내기를 확인하였다.

2. 實驗裝置의 方法

本 實驗에서 사용한 實驗水路는 다음 Fig. 1. 에 나타낸듯이 길이 12m 断面의 크기 $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ 인 傾斜可變型水路에서 실시하였다. 河床試料는 上流 Weir에서 7m 下流인 점을 시점으로 下流側으로 두께 10cm를 깔았으며 모래를 깎아낸 河床의 맨 끝에 바른 연결하여 수위를 횡단하여 $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ 断面의 採砂 筒을 설치하였다.

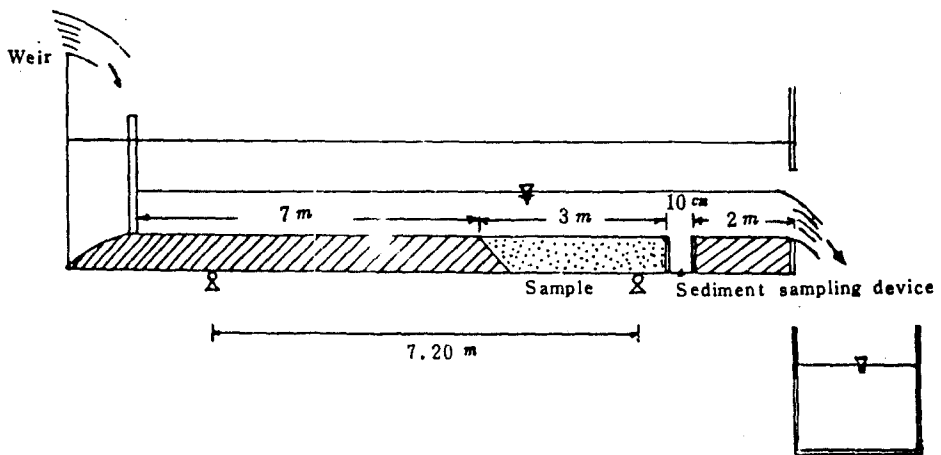


Fig. 1 . Schematic of experimental flume

本 實驗에서는 良材에서 採取한 河床砂를 사용하여 混
合粒径의 種類를 폭 넓게 대응시킬수 있도록 人工的으로 여
러가지 種類를 組合키로 하였다. 먼저 다음 Fig. 2.와 같이
無次元 粒度分布曲線을 다섯가지로 구분하여 가정해 놓고 여기에
있는 河床試料를 粒径別로 混合 組成 하였다.

無次元 粒度分布曲線에서 다섯가지 類型은 각각 B, C, D, E, F 分布 類型으로 나타냈으며 Fig. 2.에 나온 A 類型은 均一粒徑인 경우가 된다.

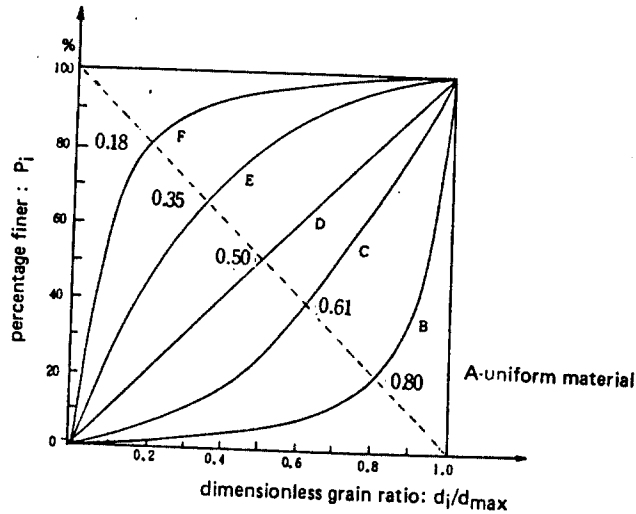


Fig. 2. Dimensionless grain size distribution curves for selected samples.

위에 나온 다섯가지 分布類型에 대해서 각 類型별은 이를 다 시 最大粒徑 d_{max} 이 각각 3mm, 4mm, 5mm, 6mm 가 되도록 비가지를 변동시켜서 B 型分布이면 最大粒徑이 3mm 인 河床 試料은 B-1 그리고 同-한 B 型이면 最大粒徑이 4mm 인 경우 를 B-2 등으로 나타내어 20 組의 河床試料을 만들었다.

本 실험에서는 限界條件을 Yalin (10)의 提示한 方法에 따라 統一시켰다. 각 試料의 中央粒徑 d_{50} 이 다르니 河床試料을 끼는 面우측과 掃流되어 떠버리는 流砂의 掃砂시

간을 결정하였다. 이에 따라 결정된 河床試料을 이는 길이가 B 類질에서 3m가 되고 나머지 네가지 類質에서는 점과 적에 나오기 때문에 항상 3m가 되도록 맞추기 위해 결정된 길이만 試料을 잘고 그 나머지 부분은 試料보다 입경이 큰 均-모래를 채웠다.

각 試料에 대한 실험은 먼저 유량을 일정하게 해 주고 난 후 河床傾斜을 조정하면서 河床面의 모래 粒이 始動하게 되는 상태와 水面傾斜을 測定하는 것과 동시에 일정시간에 더 내려가는 掃流砂를 掃砂하는 방식을 택하였다.

동일한 河床試料에 대하여 세가지 각기 다른 實驗條件을 설정하여 測定하였는데 그 實驗條件은 다음과 같은 기준이 된다.

- 1). 첫번째는 가장 微細한 粒이 움직일려는 정도가 눈이 볼수 있을 때
 - 2). 두번째 實驗조건은 첫조건 1)에서 보다 약간 큰 粒(河床面의 뚜렷이 노출된) 몇개가 굴러 내리는 것을 볼수 있는 정도의 상태
 - 3). 세번째 實驗조건은 두번째 조건에서의 粒들이 河床바닥面 斜面에서 斜방향으로 굴러 내려오는 것을 볼수 있을 때
- 은 4수의 각각에 대하여 水面傾斜과 流砂掃取를 하는 실험을 하였다.

전 실험기간 동안 水溫은 거의 일정하여 18°C 였기 때문에 動粘係數 $\nu = 0.01057 \text{ cm}^2/\text{s}$ 로 假定하여 사용키로 하였다. 바닥면에 작용하는 掃流力 τ_0 은 다음 식(1)에 의하여 결정하였으니까 여기서 또한 摩擦速度 u_* 도 알수 있다.

$$\tau_0 = \gamma R S_f = \rho u_*^2 \quad \text{----- (1)}$$

3. Shields diagram의 작성

Yalin이 提案한 限界상태의 결정 方法을 모든 輪子가 조금
 은 움직이지 않고 지금 막 움직으려는 상태인 時刻으로 정의하고 있는
 바 이는 실험으로는 포착할수 없는 상태에 해당된다. 그렇기 때문
 에 실험조건에 해당되는 推移砂量을 縱軸으로 잡고 이에 상
 응하는 각 時刻에서의 無次元推移力 (mobility no.)을 橫軸으
 로 하여 나타낸 점들을 연결시킨 曲線을 연장하여 橫軸인
 座標軸에 접선을 그렸을 때 접점을 推移砂量이 零인 限界條
 件에 해당되는 無次元推移力으로 결정하도록 하고 있다.

본 실험에서도 이에 따라서 세가지 실험조건에 대해 이룬
 프롯트하여 접선으로 연장하지는 않았지만 직선적인 연장선과 라
 도속과의 교점을 限界條件에서의 無次元推移力으로 보아 다음
 식 (2)에 의해 20組에 대한 Shields 함수를 계산하였다.

$$\frac{\tau_{cr}}{(\gamma_s - \gamma) d_{50}} = f \left(\frac{u_{*c} d_{50}}{v} \right) \quad \text{----- (2)}$$

실험성상을 바탕으로 Shields 함수를 계산한 값이 다음 表-1
 에 나와 있다. 表-1의 마르막 欄에는 均一粒徑에 대해서
 적용할 때 쓰이는 Shields의 無次元推移力 값이 提示되었기
 때문에 실험성상에서 얻을 이룬 값과의 차이를 알 수 있다.

Fig. 3. 은 表-1에 나와 있는 자료들을 Shields diagram on
 나타낸 것이다. 여기서 보면 B, C 分布類型에서는 均一粒
 徑에 보다 훨씬 쉽게 떠나려 하는 것? 나타났으며 D, E 및
 F 分布類型은 반대로 均一粒徑인 경우보다 더 큰 推移力이 작
 응해야만 움직이게 되는 것으로 나타났다.

Table 1. Experimental results

Bed Sample	Median diameter cm	shear velocity cm/s	mobility number	shear Reynolds number	Shields Curve
B-1	0.270	3.95	0.042	86	0.045
2	0.350	4.93	0.043	163	0.052
3	0.460	5.72	0.044	249	0.055
4	0.570	6.58	0.047	355	0.059
C-1	0.220	3.82	0.041	80	0.044
2	0.240	4.49	0.052	102	0.046
3	0.320	4.88	0.046	148	0.050
4	0.380	5.14	0.043	185	0.053
D-1	0.140	3.19	0.045	42	0.037
2	0.180	3.93	0.053	67	0.040
3	0.250	4.45	0.049	105	0.047
4	0.300	5.39	0.060	153	0.051
E-1	0.075	2.63	0.057	19	0.034
2	0.095	2.96	0.057	27	0.036
3	0.130	3.43	0.056	42	0.038
4	0.160	3.70	0.053	56	0.041
F-1	0.040	1.89	0.055	7	0.034
2	0.039	1.98	0.062	7	0.034
3	0.037	2.10	0.074	7	0.034
4	0.037	2.21	0.082	8	0.034

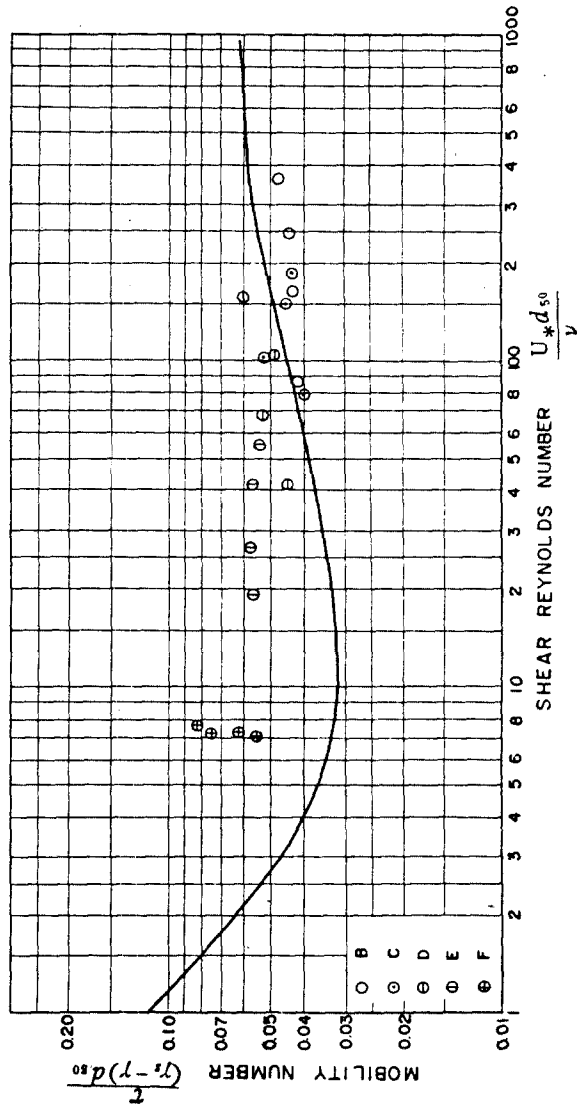


FIG. 3. SHIELDS DIAGRAM WITH RESPECT TO MEAN DIAMETER

4. 代表粒徑 (Representative grain size ; d_r)의 결정

混合粒徑인 2개 河床에 있어서 실험한 값들을 均一粒徑에서 나온 Shields curve에서 찾아 내고 있기 때문에 그대로 混合粒徑의 限界掃流力 결정을 Shields curve를 쓴다면 무리가 따르다지 것을 알수 있었다. 이러한 점을 양에고 合理的으로 하려면 다음 두가지 方法을 고려해 볼수 있다. 즉

1) Shields 항수 속에 들어 있는 粒徑項을 混合粒徑을 대표시키는 경우 中央粒徑 d_{50} 를 쓰지 않고 다른 特性粒徑을 찾는 方法과

2) 그대로 混合粒徑을 대표시키기에 있어 中央粒徑을 쓰되 限界掃流力 결정에서는 混合效果가 감안 되도록 均一粒徑의 資料를 補正해 주는 方法

으로 나누어서 검토해 볼수 있다.

첫번째 方法에 의하여 생각한다면 粒度分布曲線의 類型에 따라서 Fig. 3. 에 나와 있는 실험 값들이 特정한 경향을 보이며 극과 있어 이를 바탕으로 다음과 같이 새로운 粒徑으로 代表粒徑을 定義해서 Shields diagram을 訂正해 주기로 하였다

Fig. 2. 에 나와 있는 無次元粒度曲線에서 粒度分布曲線과는 반대인 方向으로 對角線을 끈다. 이 對角線과 각 粒度分布曲線의 交點을 찾아서 이 점에서의 d_i/d_{max} 값을 위하여 이 값에서 d_{max} 를 곱한 값 즉 $d_i = d_r$ 로 하여 여기서 이 값을 限界掃流力 결정을 위한 代表粒徑으로 定義한다.

B, C, D, E, F 類型에서 $\frac{d_i}{d_{max}}$ 의 값은 각각 0.80, 0.61, 0.50,

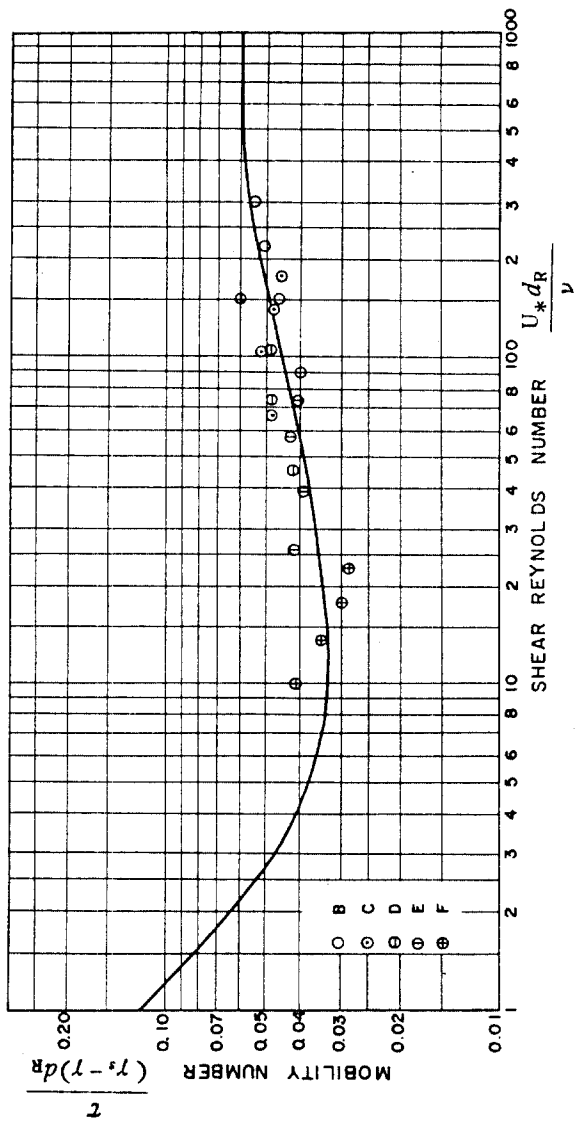


FIG. SHIELDS DIAGRAM WITH RESPECT TO REPRESENTATIVE GRAIN SIZE

0.35. 0.18 를 나왔다.

이를 가지고 식(2)에 나와 있는 Shields 함수를 다시 식(3)과 같이 하여 나타내면 Fig. 4. 와 같게 된다.

$$\frac{\tau_{cr}}{(\gamma_s - \gamma) d_m} = \psi \left(\frac{u_{*cr} d_m}{\nu} \right) \text{----- (3)}$$

실험값들이 Shields curve에 완전 일치는 하지 않았지만 中央 粒徑 d_{50} 으로 나타낸 경우보다는 좋은 결과가 되고 있다.

이에 대한 해석은 限界掃流力 문제를 다루는 경우 本論文에서 제1장 Yalin의 限界條件의 定義를 바탕으로 한다면 中央 粒徑 이나 平均 粒徑을 가지고 混雜 粒徑을 대를시키지 말고 여기서 定義된 代表 粒徑의 경우가 보다 合理的일수 있음을 보여 주는 것이다.

5. 補正係數 (Correction factor; E_R)

一般的인 경우 混雜 粒徑을 대표하는 것은 中央 粒徑 d_{50} 이나 平均 粒徑 d_m 이 보편화되고 있다. 따라서 이에 좇아 中央 粒徑으로 Shields diagram을 나타냈을 때에는 실험값들의 分散이 현저하여 補正해 무의야한 精度를 向上시킬수 있다.

Fig. 3. 에 있는 實驗結果值들의 Shields curve와의 차이를 나타내는 비율 다음 식(4)를 표시하여 이를 補正係數로 하였다. 즉 補正係數 E_R 은

$$E_R = \frac{\tau_{rci}}{\tau_{rcm}} \text{----- (4)}$$

補正係數 E_R 은 混雜 粒徑인 모래 河床의 限界掃流力 결정에 영

항을 이치는 특성값들과 相關關係가 있는 것으로 볼수 있다.

지금까지 限界掃流力 문제에서 混合粒徑의 영향을 감안할수 있도록 채택하여온 특성값으로는 먼저 均等比 (uniformity modulus; M) (1)(3)(8), M을 補正한 係數 β (5) 그리고 混合粒徑의 標準偏差 $\sqrt{\frac{ds_4}{d_{16}}}$ (4)(7) 등을 볼수 있다. 均等比 M은 식 (5)와 같으며 係數 β 는 식 (6)과 같다.

$$M = \frac{\sum_{p=60}^{100} d_{ap}}{\sum_{p=0}^{50} d_{ap}} \text{ ----- (5)}$$

$$\beta = \frac{2+M}{1+2M} \text{ ----- (6)}$$

여기서 M: 均等比

다음으로는 여기서 定義된 代表粒徑 d_R 를 그대로 쓰지 않고 粒徑의 無次元比로써 $\frac{d_R}{d_{50}}$ 를 하나의 특성값으로 선정하였으며 다음 대시 토류 (Tsuchiya) (7)가 混合粒徑 限界掃流力 결정에서 提示한 河床面에 가장 露出이 많이 된 것으로 나타낸 粒徑 d_{50} 도 같이 無次元 粒徑比 $\frac{d_{50}}{d_{50}}$ 으로 하여 분석 대상으로 하였다. d_{50} 의 결정방법은 다음 식 (7)에 의한다.

$$\ln\left(\frac{d_{50}}{d_{50}'}\right) = 2\sigma_0^2 \text{ ----- (7)}$$

여기서
$$\sigma_0 = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{d_{84}}{d_{16}}\right)$$

van Rijn (9)은 掃流砂를 고려하여 particle parameter d_* 를 사용하여 無次元 掃流力과의 함수關係를 분석한바 다음식 (8)로 정의된 particle parameter d_* 를 찾아서 그대로 쓰지 않고 이도 shear Reynolds No. R_* 로 바꾸어서 $\frac{d_*}{R_*}$ 로 하여 특성값으로

결정하였다.

$$d_x = d_{50} \left\{ \frac{\left(\frac{P_s}{P} - 1\right) g}{D^2} \right\}^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (8)$$

이상에서 알아본 여섯가지 특성값을 즉 $M, \beta, \sqrt{\frac{d_{50}}{d_{16}}}$ 그리고 $\frac{d_R}{d_{50}}, \frac{d_{50}}{d_{50}}, \frac{d_x}{R_x}$ 와 補正係數 ϵ_R 과의 相關關係를 조사하여 이러한 특성값들이 混合粒徑 모래河床의 限界掃流力 결정에 關係가 크기를 알아 보았다. Fig. 6.

Fig. 6. 그리고 Fig. 7. 에 이들 關係를 도시하였다.

補正係數 ϵ_R 과 이들 여섯가지 특성값들이 모두 비교적 높은 相關성을 보여 주고 있었다. 이 가운데에서 $\frac{d_R}{d_{50}}$ 와의 상관성이 가장 높아 93%의 상관계수를 나타내고 있다. 이 경우 指數型으로 相關式을 가정했을 때 다음 식(9) 와 같게 나타났다.

$$\epsilon_R = 1.039 \left(\frac{d_R}{d_{50}}\right)^{0.915} \dots\dots\dots (9)$$

식(9)를 검토해 보면 이 식이 均一粒徑 모래에 완전히 성립해야 하므로 均一粒徑 즉 $\frac{d_R}{d_{50}} = 1$ 에서 補正係數 $\epsilon_R = 1$ 이 되어야 한다. 따라서, 식(9)에서 보면 係數 1.039가 1이 되어야 마땅하다. 다행이도 상관식에서 나온 실제 값이 거의 1과 같은 것으로 비합당한 결과로 보인다. 식(9)를 다음과 같이 근정사용하여 混合粒徑 모래의 限界掃流력을 均一粒徑 모래의 限界掃流力 값에서 補正해 주기로 한다.

$$\epsilon_R = \left(\frac{d_R}{d_{50}}\right)^{0.92} \dots\dots\dots (10)$$

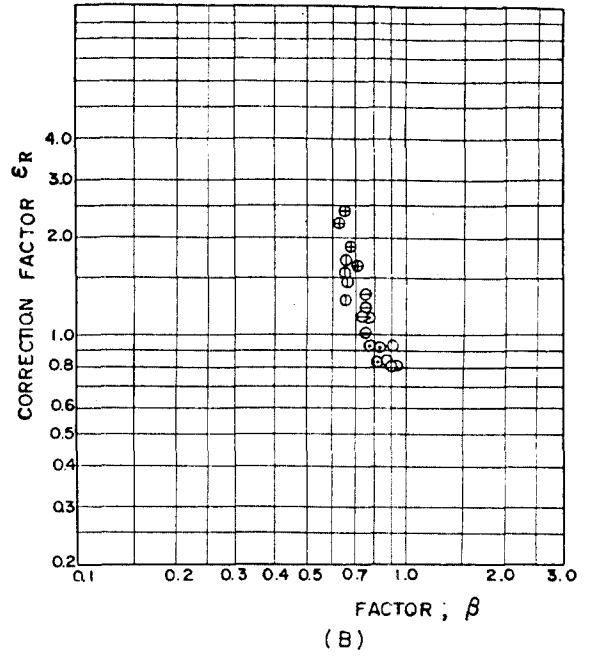
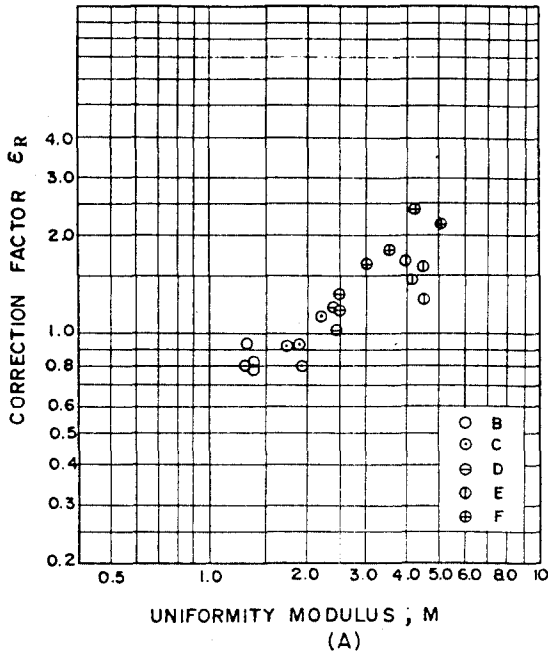


FIG. 5. CORRELATION GRAPH OF CORRECTION FACTOR WITH M AND β

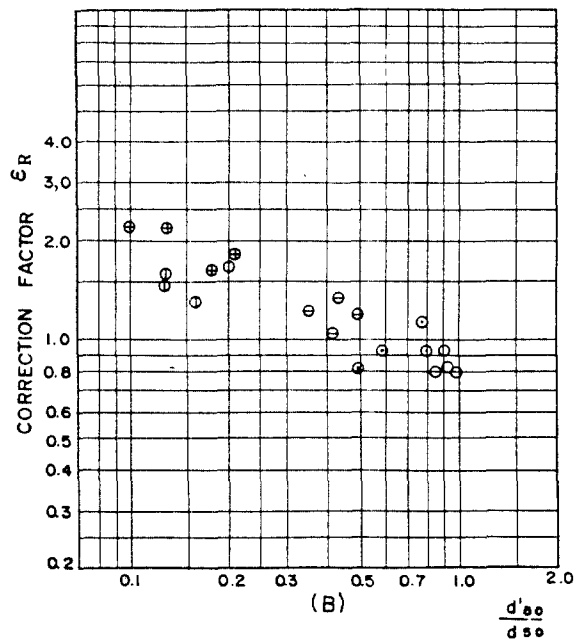
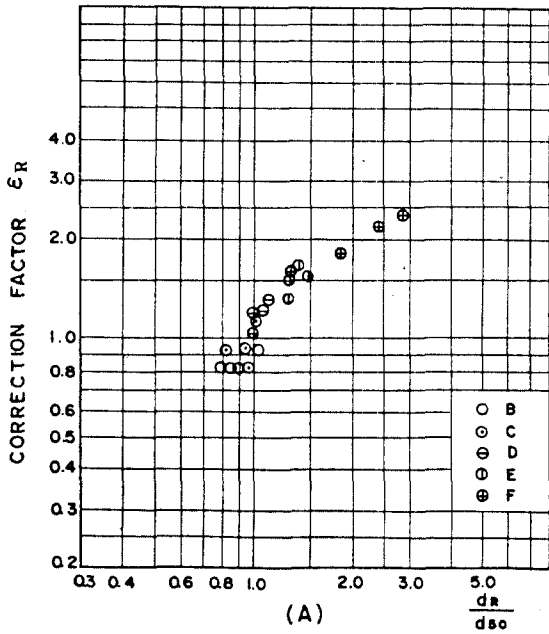


FIG. 6. CORRELATION GRAPH OF CORRECTION FACTOR WITH $\frac{d_R}{d_{50}}$ AND $\frac{d'_{50}}{d_{50}}$

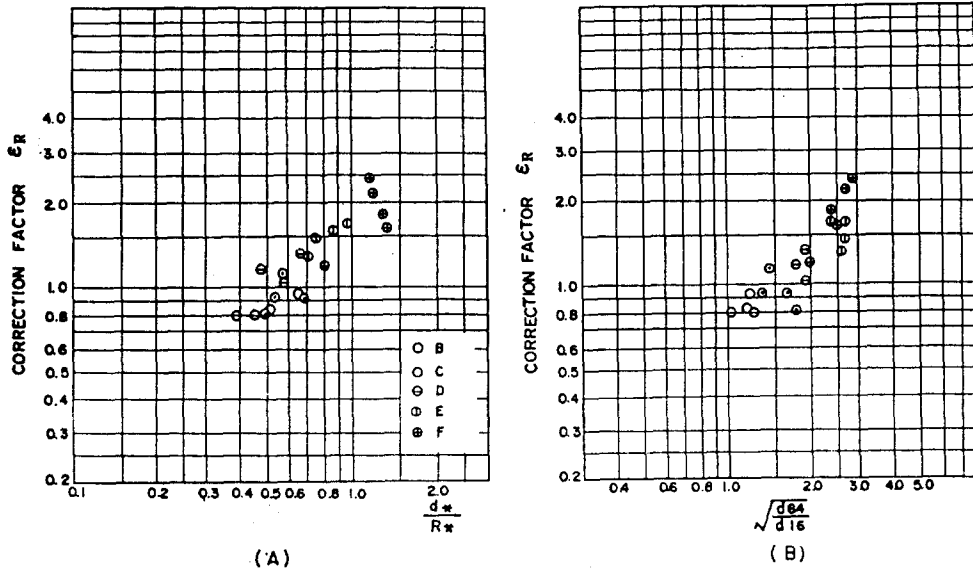


FIG. 7. CORRELATION GRAPH OF CORRECTION FACTOR WITH $\frac{d^*}{R^*}$ AND $\sqrt{\frac{d^*}{d_{16}}}$

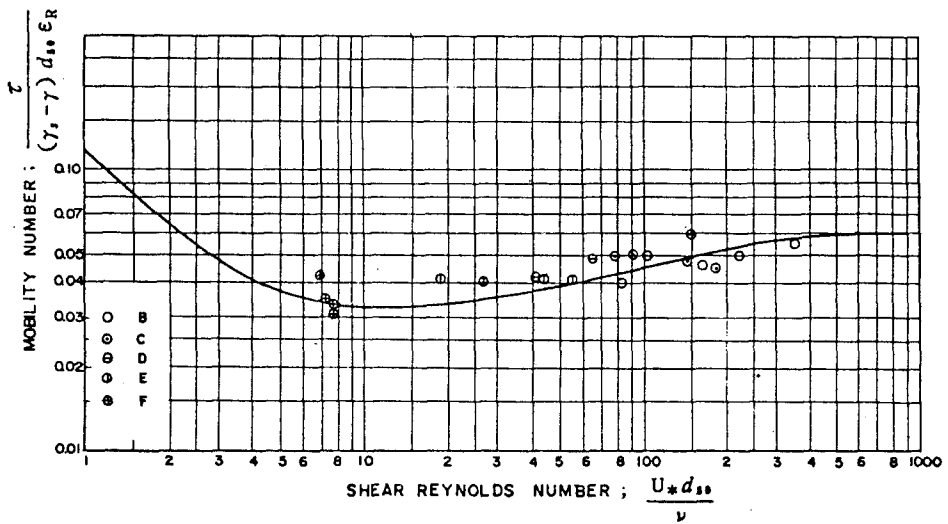


FIG. 8. ADJUSTED EXPERIMENTAL RESULTS USING COMPUTED CORRECTION FACTOR

Shields diagram을 그대로 써서 混合粒徑 모래 河床에서의 限界掃流力을 결정하려면 無次元粒徑分布曲線의 類型에 따른 補正係數 E_R 을 가지고 補正하는 다음식의 적용이 바람직 하다. 즉 식 (2)을 다음 식 (11)로 하여 산정하면 混合粒徑에 의하여 생기는 限界掃流力의 변동이 조정된다.

$$\frac{E_R \tau_{cr}}{(\gamma_s - \gamma) d_{50}} = \phi \left(\frac{u_{*cr} d_{50}}{\nu} \right) \quad \text{----- (11)}$$

식 (11)에 적용시킨 補正係數 E_R 을 다시 分布에 적용하여 Shields diagram을 드로트한다면 본 실험 결과의 실험 값들에 적용시킨 補正係數의 精度를 알수 있는 다음 Fig. 9. 와 같이 이를 圖示하였다.

5. 結 論

本論文에서는 粒徑分布曲線의 類型이 다른 다섯가지 分布型을 選定하여 각 分布類型별로 20개의 네이커로 最大粒徑을 변동시킨 모래 20가지의 河床試料을 만들어 平均河床에서의 混合粒徑로 모래 河床의 限界掃流力을 확인한바 다음과 같은 結論을 얻었다.

- 1) 混合粒徑인 모래 河床에서의 限界掃流力은 均一粒徑에서의 경우와 현저한 차이가 있어 補正이 必要가 있다.
- 2) 單一曲線으로 되어 있는 Shields curve를 混合粒徑의 경우까지 적용시킬수 있도록 하려면 代表粒徑 d_R 을 사용하것이 効果的이다.
- 3) 中央粒徑 d_{50} 으로 쓰라면 Shields diagram에는 補正係數 E_R 을 써서 混合粒徑의 限界掃流力을 補正해 주어야 한다
- 4) 補正係數 E_R 은 代表粒徑 d_R 의 相關性이 높다

Appendix I-References

1. Chang, Y., (1939), "Laboratory Investigations of Flume Traction and Transportation," Trans. ASCE, Vol. 104.
2. Iwagaki, Y., (1956), "Hydrodynamical Study on Critical Tractive Force," Trans. Japan Society of Civil Engineering, No. 41, Tokyo, Japan.
3. Kramer, H., (1935), "Sand Mixtures and Sand Movement in Fluvial Models," Trans. ASCE, Vol. 61, pp. 798 - 878.
4. Nakagawa, H., Tsujimoto, T., and Hara, T., (1981), "Roughness of Alluvial Bed Composed of Sand Mixtures and Incipient Motion of Individual Size-Class Sand," Proc. 25th Hydraulics Conference, Japan Society of Civil Engineering, Tokyo, Japan, pp. 67 - 72.
5. Sakai, T., (1946) "On the Critical Tractive Force of Sand River Bed," Trans. Japan Society of Civil Engineering, No. 31, pp. 1 - 8
6. Shields, A., (1936), "Anwendung der Ähnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Gerstiebbewegung," Mitteilungen der preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Heft 26, Berlin.
7. Tuchiya, Y., (1963), "Study on the Critical Tractive Force of Graded Sand Gravels," Trans. Japan Society of Civil Engineering, No. 98, Tokyo, Japan.
8. USWES, (1935), "Studies of River Bed Materials and Their Movement with Special Reference to the Lower Mississippi River," USWES, Vicksburg, Paper 17.
9. van Rijn, L.C., (1984) "Sediment Transport, Part 1; Bed Load Transport," Proc. ASCE, Vol. 110, No. HY 10, pp. 1431-1456.
10. Yalin, M.S., (1972), Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, New York.

Appendix 2. - Notation

The following symbols are used in this paper.

- d grain size of a uniform material
- d_i grain size corresponding to percentage i of a size distribution
- d_m mean grain size
- d_r representative grain size defined in this paper
- d_{50} median grain size
- d'_{50} grain size which corresponding to the greatest number of particle exposed on bed surface
- d_x particle parameter defined by van Rijn
- g acceleration due to gravity
- M uniformity modulus
- R hydraulic radius
- R_x shear Reynolds number
- S_f energy slope
- U_x shear velocity
- U_{xc} critical shear velocity
- γ specific weight of fluid
- γ_s specific weight of sand
- E_r correction factor of mobility number proposed in this paper
- ν kinematic viscosity
- ρ density of fluid
- ρ_s density of bed material
- β correction factor of critical tractive force proposed by Sakai

- τ shear stress in flowing water
- τ_0 shear stress acting on bed surface
- τ_{cr} critical shear stress at the point of incipient motion
- τ_* Shields mobility number
- τ_{*i} critical mobility number corresponding to grain size d_i
- τ_{*m} critical mobility-number corresponding to mean grain size d_m
- ϕ notation of function
- ψ notation of function