

河川-帶水層 흐름系의 数值模型

沈 淳 輔*

李 慶 燮**

韓 在 錫**

1. 서 론

인구의 급속한 증가와 산업의 발달에 따라, 물의 사용량이 급증되고 이에 따른 지하수의 효율적인 개발이 절실히 요구되고 있다.

하천 및 저수지의 지표수와 지하수의 부존량을 동시에 고려하여 지하수 개발을 계획하는 것이 바람직하다.

본 연구의 목적은 하천-대수층 흐름계 내에서의 부존 지하수를 개발하기 위한 지하수 흐름을 해석하는데 있다. 하천-대수층계의 흐름에 대한 수치모형은 물리적 자연현상에 따라 3차원 및 2차원의 흐름으로 고려할 수 있다.

이들 모형의 적용상 다음과 같은 가정이 필요하다.

1) 하천이 대수층과 수리적으로 연결되었다면 흐름은 대수층 바닥까지 고려되며 경계수두로서 적용한다.

2) 하천이 대수층과 수리적으로 연결되지 않았다면 흐름은 대수층까지 고려되지 않으며 Boundary Recharge로 적용한다.

3) 지하수는 수직단면에서 수평흐름이고 등류이다.

4) 지하수의 등수주배는 완만하고 속도는 지하수의 경사에 비례한다.

5) 하천 수위의 과다한 pumping 및 급속하게 지하수위가 변화할때 부정류 및 비포화 흐름이 필수 있으므로 수직방향의 흐름을 고려한 3차원의 수치모형을 적용한다.

모형의 검증으로 충청남도 태전 북부 유성천의 일부를 적용하였다.

* 충북대학교 토목공학과 부교수, 기술사

** 충북대학교 토목공학과 대학원 재학

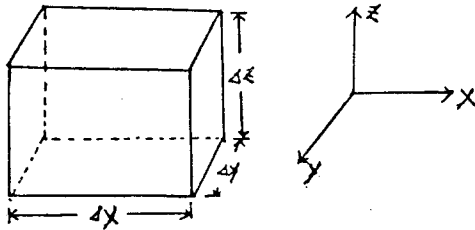
2. 기본 이론의 정립

하천 대수층간의 흐름에 관한 수리모형에는 1) 지하수의 3차원 포화 흐름식과 2) 지하수의 2차원 포화 흐름식 3) 지표면 유출 4) 하천과 대수층 간의 흐름 관계식이 필요하다.

2-1. 지하수의 3차원 흐름식

지하수의 흐름을 해석하기 위한 3차원의 식은 (1)과 같이 표현할수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{K_x K_r}{\mu} \left(\rho g \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Delta y \Delta z \right] \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{K_y K_r}{\mu} \left(\rho g \frac{\partial H}{\partial y} \right) \Delta x \Delta z \right] \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K_z K_r}{\mu} \left(\rho g \frac{\partial H}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \right] \Delta z = \phi \frac{\partial}{\partial t} (S \cdot \Delta x \cdot \Delta y) \Delta z + Q \quad \dots \dots \dots (1)$$



K_x, K_y, K_z : x, y, z 방향의 절대투수계수

K_r : 상대투수계수, ϕ : 대수층의 공극률

ρ : 유체의 밀도, μ : 점성계수

g : 중력가속도, S : 포화도

Q : Grid 내의 Sink나 Source

Fig.1 3차원 흐름에 대한 유도

포화도 S 와 상대투수계수 K_r 은 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$S = S(P) \quad , \quad P < 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$S = 1.0 \quad , \quad P \geq 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$K_r = K_r(P) \quad , \quad P < 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$K_r = 1.0 \quad , \quad P \geq 0 \quad \dots \dots \dots (5)$$

수평적 투수계수 K 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$K_x = \frac{K_x K_r}{\mu} g \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$K_y = \frac{K_y K_r}{\mu} g \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$K_z = \frac{K_z K_r}{\mu} g \quad \dots \dots \dots (8)$$

식 (1)에서의 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 는 시간에 따라 일정하며, $\frac{\partial S}{\partial t}$ 는 Charm 법칙에 의해 식 (9)와 같이 표현할수 있다.

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{dS}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} \quad \dots \dots \dots (9)$$

(6), (7), (8), (9) 식을 (1) 식에 치환하면 다음과 같은 (10)식으로 표시되는 3차원의 일반식을 구할수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} \Delta y \Delta z \right] \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y \frac{\partial H}{\partial y} \Delta x \Delta z \right] \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z \frac{\partial H}{\partial z} \Delta x \Delta y \right] \Delta z = \phi \Delta x \Delta y \Delta z \frac{dS}{dH} \frac{\partial H}{\partial t} + Q \quad \dots \dots \dots (10)$$

2-2. 지하수의 2차원 포화 흐름식

지하수의 2차원 포화 흐름식은 3차원 흐름식에서 수직방향 성분을 무시하고
 (1). 흐름의 속도는 지하수위의 경사에 비례하고 (2). 흐름은 수평이며 수직단면
 에서도 등류라고 가정하여 간단히 하면 식(11)과 같이 표현할수 있다.

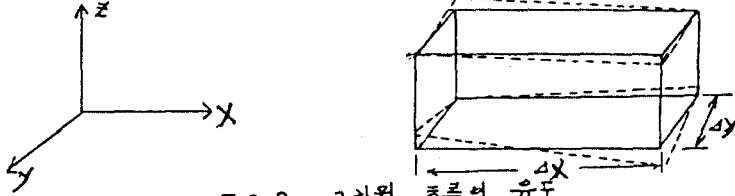


Fig. 2 2차원 흐름의 유도

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial H}{\partial x} m \Delta y \right] \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y \frac{\partial H}{\partial y} m \Delta x \right] \Delta y = S_y \Delta x \Delta y \frac{\partial H}{\partial t} + Q \quad \text{----- (11)}$$

m은 포화두께로서 대수층 바닥높이 h_b 에 의해 식(12)와 같이 정의되며

$$m = H - h_b \quad \text{----- (12)}$$

포화 흐름이므로 K_x, K_y 는 K_x, K_y 에 대한 상수로 간주된다.

2-3. 지표면 유출식

지표면 유출은 강수로 부터 수로제릉에 이르기까지 지표면 위를 흐르는 유수로서
 식(13)과 같은 연속식이 사용된다.

$$D_{t+\Delta t} = D_t + \Delta D - \bar{Q} \Delta t \quad \text{----- (13)}$$

여기서

$D_t, D_{t+\Delta t}$: 각시간 term에 대한 지표면 저유량

ΔD : Δt 시간동안 지표저유량 변화량

\bar{Q} : Δt 시간 동안의 지표유하수에 평균유출율

2-4. 하천 - 대수층사이의 흐름 관계식

하천 - 대수층 사이에서 일어나는 흐름을 다음의 3가지 경우로 제한하여 적용하면

- 1) 대수층에서 하천으로의 침투
- 2) 대수층과 하천이 수리적으로 연결되어 서로의 압력차에 의해
 조정되는 하천에서 대수층으로의 흐름
- 3) 하천과 대수층이 수리적으로 연결이 안된 하천에서 대수층으로의 흐름

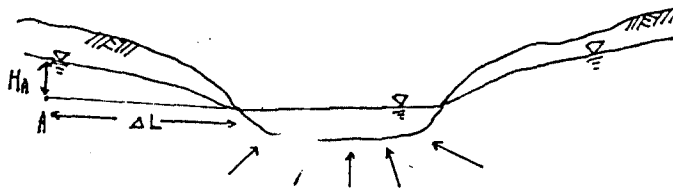


Fig. 3 대수층에서 하천으로의 흐름

1)의 경우는 A점에서 하천으로 침투되는 속도를 Darcy's law에 의해 표시된다.

$$V = K_L \frac{\Delta H}{\Delta L} \quad \text{----- (14)}$$

여기서 K_L 는 A점과 하천사이의 포화상태 투수계수이며 ΔH 는 Silt층에 의한 수두의 손실과 대수층에서의 수두손실을 분리하여 고려하면 식(15)와 같다.

$$\Delta H = \Delta H_s + \Delta H_b = V \left(\frac{t_s}{K_s} + \frac{\Delta L}{K_b} \right) \quad \text{----- (15)}$$

여기서 K_b, K_s 는 aquifer 및 Silt의 투수계수

t_s 는 Silt층의 두께

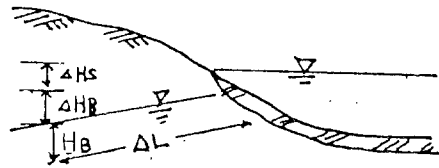
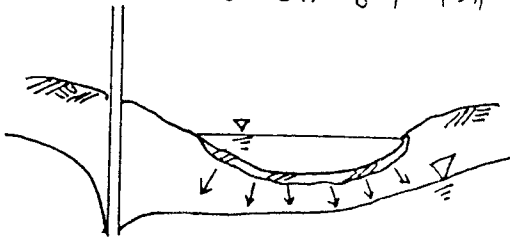


Fig. 4 수리적으로 연결이 없는 하천에서 피수층으로의 흐름

Fig. 5 수리적으로 연결된 하천에서 피수층으로의 흐름

하천 바닥의 실트층 하부에서 압력수두의 감소는 물의 흐름을 증가시키는 것보다 공기의 흐름을 일으킬수 있다. 실트층을 통한 정류상태에서의 최대 흐름은 Darcy's law에 의해 식(16)과 같이 구하여진다.

$$V_{max} = K_s \left(\frac{d + t_s - h_{pb}}{t_s} \right) \quad \text{----- (16)}$$

여기서 d 는 하천의 수심

t_s : 실트층의 두께

h_{pb} : 실트층에 의한 bubbling pressure

K_s : 실트층의 수리적 투수계수이다.

그림 (5)와 같이 수리적으로 연결이 안된 하천에서 피수층으로의 흐름이 일정한다면 하천의 깊이에 대한 이 하천 제방의 단위폭당 최대 침투량은 식(17)과 같다

$$Q_{max} = \frac{K_s}{t_s} \int_0^d (h - h_{pb}) dh = \frac{K_s d (d/2 - h_{pb})}{t_s} \quad \text{----- (17)}$$

식 (17) 은 하천과 파수층 사이의 모든점에서 수리적인 연결이 없을 때 저방을 통과하는 침투량으로 생각할수 있다.

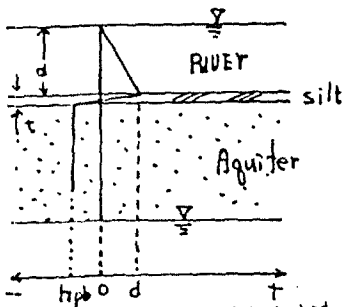


Fig. 6 하천에서 지하수위까지 압력분포

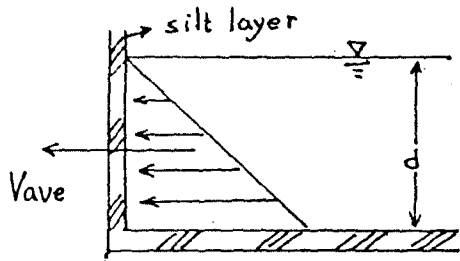


Fig. 7 하천 저방의 비포화 흐름에 대한 압력분포

3. 하천 - 파수층 흐름계의 수치모형

지하수 흐름에 대한 F. D. M 의 정계에는 Dupuit - Forchheimer 의 가정을 만족하는 Grid에서 3차원 흐름 계차식이 사용되며 동수점사가 급격히 변하는 Grid에서는 2차원 흐름 계차식이 사용된다.

3-1. 지하수의 3차원 흐름 모형

은 $grid\ i$ 와 $grid\ i+1$ 사이의 유량은식(18), (19)와 같다.

$$Q_{i-o} = Q_o = K_i A_i \frac{(H_i - H_o)}{\Delta x_i / 2} \quad \text{----- (18)}$$

$$Q_{o-i+1} = Q_o = K_{i+1} A_{i+1} \frac{H_o - H_{i+1}}{\Delta x_{i+1} / 2} \quad \text{----- (19)}$$

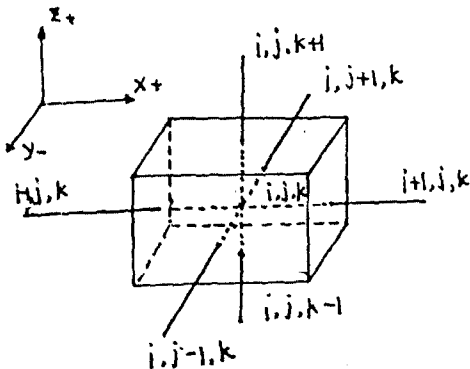


Fig. 8 3차원 F.D.M Grid

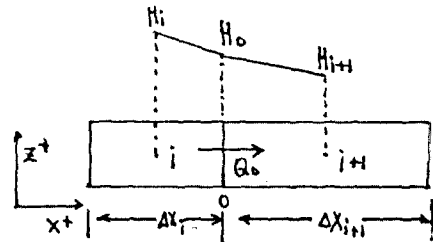


Fig. 9 3차원 모형의 두 Grid 사이의 흐름

첫번째에서 가로판면 A는 $g\ d$ 의 길이로 표현할수가 있다.

$$A = A_i = A_{i+1} = 4y \quad \text{----- (20)}$$

식 (20)을 식 (18) 과 (19) 에 치환하여 H_o 를 제거하면 Q_o 를 구할수 있다.

$$Q_0 = \frac{2 K_i K_{i+1} \Delta y \Delta z}{\Delta x_i K_{i+1} + \Delta x_{i+1} K_i} (H_i - H_{i+1}) \dots \dots \dots (21.)$$

식(10)의 H에 대한 시간의 미분수를 식(22)의 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial H}{\partial t} \sim \frac{H^{t+\Delta t} - H^t}{\Delta t} \dots \dots \dots (22)$$

여기서 Δt 는 시간의 증가치이다.

식(22)와 식(21)을 식(10)에 대입하면 식(23)과 같은 2차수의 2차원 흐름 계차식이 유도된다.

$$AH_{i-1, j, k}^{t+\Delta t} + BH_{i+1, j, k}^{t+\Delta t} + CH_{i, j+1, k}^{t+\Delta t} + DH_{i, j-1, k}^{t+\Delta t} + EH_{i, j, k+1}^{t+\Delta t} + FH_{i, j, k-1}^{t+\Delta t} - (A+B+C+D+E+F+G)H_{i, j, k}^{t+\Delta t} = Q - GH_{i, j, k}^t \dots \dots \dots (23)$$

여기서

$$A = \frac{2 K_{i-1, j, k} K_{i, j, k} \Delta y_j \Delta z_k}{\Delta x_{i-1} K_{i, j, k} + \Delta x_i K_{i-1, j, k}} \dots \dots \dots (24)$$

$$B = \frac{2 K_{i+1, j, k} K_{i, j, k} \Delta y_j \Delta z_k}{\Delta x_{i+1} K_{i, j, k} + \Delta x_i K_{i+1, j, k}} \dots \dots \dots (25)$$

$$C = \frac{2 K_{i, j, k} K_{i, j, k} \Delta x_i \Delta z_k}{\Delta y_{j+1} K_{i, j, k} + \Delta y_j K_{i, j-1, k}} \dots \dots \dots (26)$$

$$D = \frac{2 K_{i, j+1, k} K_{i, j, k} \Delta x_i \Delta z_k}{\Delta y_{j+1} K_{i, j, k} + \Delta y_j K_{i, j+1, k}} \dots \dots \dots (27)$$

$$E = \frac{2 K_{i, j, k+1} K_{i, j, k} \Delta x_i \Delta y_j}{\Delta z_{k+1} K_{i, j, k} + \Delta z_k K_{i, j, k+1}} \dots \dots \dots (28)$$

$$F = \frac{2 K_{i, j, k-1} K_{i, j, k} \Delta x_i \Delta y_j}{\Delta z_{k-1} K_{i, j, k} + \Delta z_k K_{i, j, k-1}} \dots \dots \dots (29)$$

$$G = \frac{\phi \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k (ds/dH)_{i, j, k}}{\Delta t} \dots \dots \dots (30)$$

3-2. 2차수의 2차원 흐름 모형

2차원 모형에서는 grid의 단면이 시간에 따라 식(31)에 의해 변한다.

$$A = m \Delta y$$

여기서

m : 파수층의 두께

$$\dots\dots\dots(31)$$

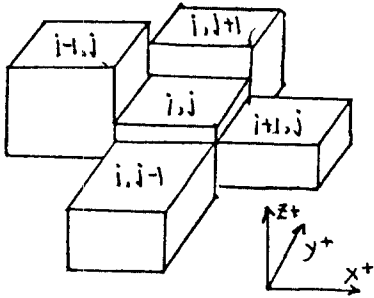


Fig. 10 2차원 F.D.M Grid

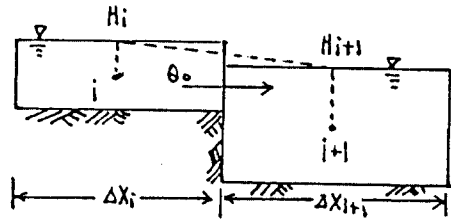


Fig. 11 2차원 포형의 두 Grid 사이의 흐름

2차원 포형에서 grid i 와 grid $i+1$ 사이의 흐름식은(32),(33)과 같다.

$$Q_{i \rightarrow 0} = Q_0 = K_i m_i \Delta y \frac{H_i - H_0}{\Delta X_i / 2} \dots\dots\dots(32)$$

$$Q_{0 \rightarrow i+1} = Q_0 = K_{i+1} m_{i+1} \Delta y \frac{H_0 - H_{i+1}}{\Delta X_{i+1} / 2} \dots\dots\dots(33)$$

식(32), (33)에서 H_0 를 제거하고 Q_0 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$Q_0 = \frac{K_i K_{i+1} m_i m_{i+1} \Delta y}{K_i m_i \Delta X_{i+1} + K_{i+1} m_{i+1} \Delta X_i} (H_i - H_{i+1}) \dots\dots\dots(34)$$

파수층의 두께 m 은 수두의 함수이며 식(35)와 같이 표현된다.

$$m = H - h_b \dots\dots\dots(35)$$

여기서 h_b 는 파수층의 바닥높이이다.

식(34)을 2차원 흐름식(11)에 치환하면 다음과 같은 저차수의 2차원 흐름 계차식을 구할수 있다.

$$\begin{aligned} & AH_{i,j}^{t+\Delta t} + BH_{i+1,j}^{t+\Delta t} + CH_{i,j+1}^{t+\Delta t} + DH_{i,j+1}^{t+\Delta t} - (A+B+C+D+G)H_{i,j}^{t+\Delta t} \\ & = Q - GH_{i,j}^{t+\Delta t} \end{aligned} \dots\dots\dots(36)$$

여기서

$$A = \frac{2K_{i-1} K_{i,j} m_{i-1,j} m_{i,j} \Delta y_i}{K_{i-1,j} m_{i-1,j} \Delta X_i + K_{i,j} m_{i,j} \Delta X_{i-1}} \dots\dots\dots(37)$$

$$B = \frac{2K_{i+1,j} K_{i,j} m_{i+1,j} m_{i,j} \Delta y_i}{K_{i+1,j} m_{i+1,j} \Delta x_i + K_{i,j} m_{i,j} \Delta x_{i+1}} \quad \text{--- (5)}$$

$$C = \frac{2K_{i,j+1} K_{i,j} m_{i,j+1} m_{i,j} \Delta x_i}{K_{i,j+1} m_{i,j+1} \Delta y_i + K_{i,j} m_{i,j} \Delta y_{j+1}} \quad \text{--- (6)}$$

$$D = \frac{2K_{i,j+1} K_{i,j} m_{i,j+1} m_{i,j} \Delta x_i}{K_{i,j+1} m_{i,j+1} \Delta y_j + K_{i,j} m_{i,j} \Delta y_{j+1}} \quad \text{--- (4)}$$

$$G = \frac{S_y \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad \text{--- (41)}$$

5-3. 하천 유출에 대한 연속식

하천의 유량은 L 구간에서 식(42)를 사용하여 L+1구간의 유량을 구할 수 있다

$$Q_{L+1} = Q_L - D_L + R_{L+1} + Q_{SL} \quad \text{--- (4)}$$

여기서 Q는 하천의 유출량

D_L : 구간 L에서 취하여지는 관개 및 농업 용수량

R_L : 구간 L에서 하천과 파수층 간의 침투량

Q_{SL} : 구간 L에서 지표유하수량이다.

하천의 수두 d는 Manning's formula에 의한 수위에 하천 바닥 높이를 더해 줌으로서 구할 수 있다.

$$d = \left[\frac{Q \cdot m}{1.49 W \cdot S^{1/2}} \right]^{3/5} + hr \quad \text{--- (4)}$$

여기서 Q는 유출량 hr: 하천 바닥 높이

S: 하천 경사 W: 하천폭 m: Manning의 조도계수

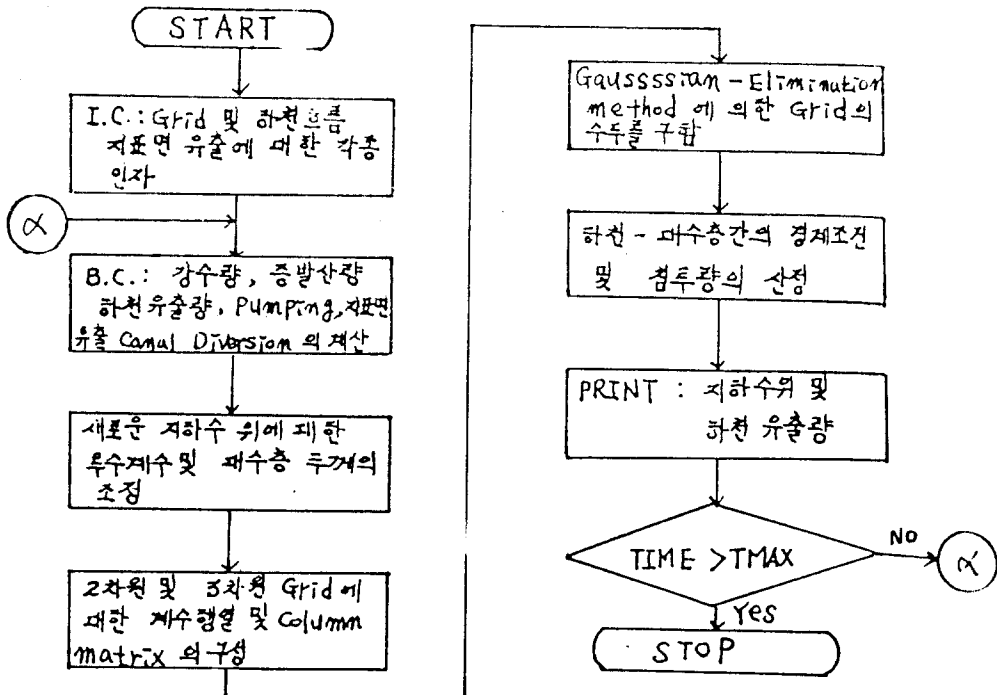


Fig. 12 Flow chart

4. 수치실험 및 고찰

Fig. 12의 Algorithmic flow chart 에 따른 제 계산 및 Model의 검증을 위한 수치실험을 유성천에 대해 실시하였다.

유성천 중류 11.7 Km²의 유역을 가로 24 세로 18개의 Grid로 나뉜 九峯里와 土場垌의 3개지점의 지하수위와 하천유출량을 1979년 6월에서 9월 까지 모의하였으며, 이의 실측자료는 1982년 한국동력자원연구소가 실시한 갑천 유역의 수리지질도 및 동 설명서를 참조하였다.

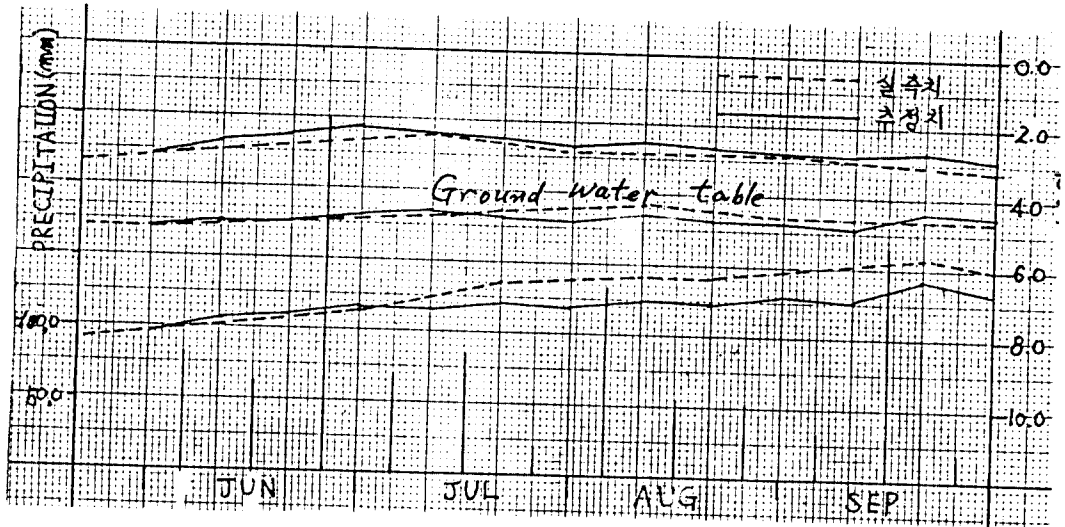


Fig. 13 Fluctuation of groundwater table(유성)('79 JUN.~SEP.)

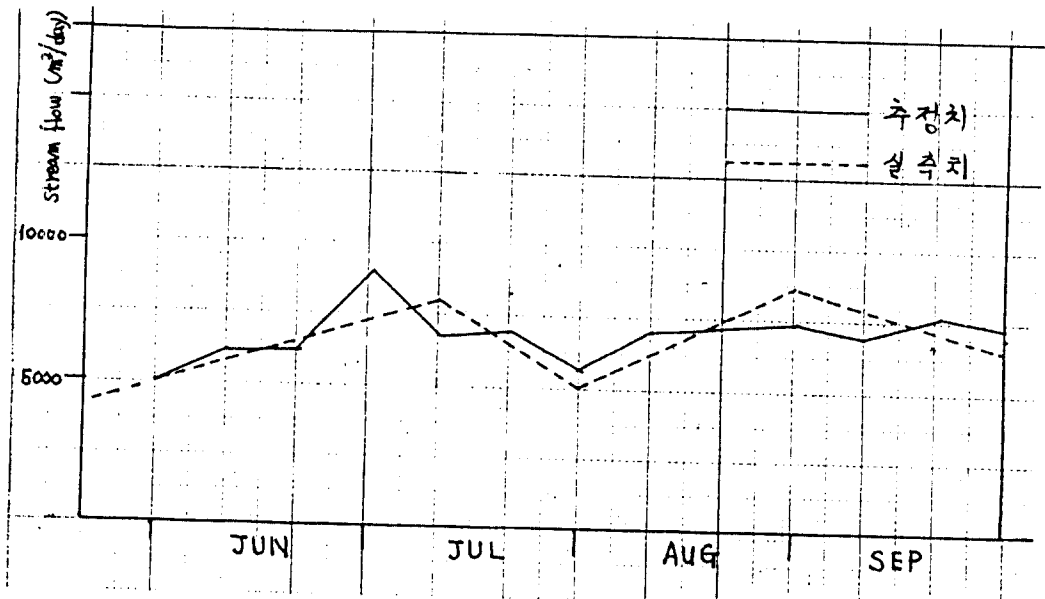


Fig. 14 Hydrographs in Yuseong sub-drainages

이 지역의 지하수의 분포는 해발 47~61m로 대수층에서 하천으로 직접 침투되며 유역의 중간지점으로 지하수가 집중한다.

지하수위의 동수구배는 $\frac{1}{200} \sim \frac{1}{400}$ 로 약간 급한 편이다. 모형의 실행결과 지하수위에서 Fig. 13과 같이 실측치와 접근하나 하천 유출량에서 다소 차이가 있다.

5. 결 론

하천-대수층 흐름계의 수리모형을 유성천의 일부에 적용하여 지하수위 변동과 하천유출량을 추정하였다.

1. 지하수위 변동은 단기간의 큰 강우강도 보다 지속적인 중소규모 강우강도의 recharge Condition에 의하여 영향을 많이 받으며 하천수위가 변함에 따라 하천유출량에 변화를 준다.
2. 하천-대수층 간의 흐름은 하천바닥의 Silt층의 두께와 Silt층의 투수계수에 의해 큰 영향을 받는다.
3. 지하수위 변동 및 하천-대수층 간의 흐름예측의 정확도를 높이기 위해서 각 대수층의 투수계수 및 하천 저면에 깔려있는 Silt층의 두께 등 지하수역 특성을 지배하는 제반 인자들의 정확한 자료가 대단히 중요한 변수로 작용된다.