

노 회 석, 나 영 모
진 해 기 지 양

Observation of Geometrical Waves by Solid Elastic
Cylinders at Large Ka

H. S. ROH, J. Y. JA
Chinhae Machine Depot

요 약

철(Iron)을 재료로한 ka 가 큰 원통에서의 산란파를 측정 분석하였다. ka 가 클 경우 산란파는 주로 Geometrical wave 에 의해 구성되며, 이 Geometrical wave 는 기하광학의 법칙을 따르게 된다. 본 연구에서는 각 mode 의 Geometrical wave 에 대하여 송, 수신 위치에 따른 이론적인 펄스 도달 시간과 측정 분석된 도달시간을 비교하여 Geometrical wave 를 관찰하였다.

1. 서 론

원통에서의 산란파는 크게 표면파(Surface wave)와 Geometrical wave 의 두 형태로 구성되어 있음이 많이 연구되어 왔다. 그리고 ka (k: 입사음파의 파수, a: 원통의 반경)가 증가함에 따라 (ka >> 1) 원통으로부터 산란된 Geometrical wave 는 기하광학 법칙을 따름이 증명되어 왔다. 이 Geometrical wave는 Specular reflection, 원통 통과 음파, 원통 내부에서의 다중 반사음파등을 포함한다. 여기에서는 ka 가 큰 범위에서 철(Iron)을 재료로한 Solid 원통에서의 Geometrical wave 를 관찰하고자 한다.

2. Geometrical wave

원통 외부에 있는 관찰점에서의 총 음압은(1)

$$P(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n0}) i^n (B_n / I_n) \cos n\phi \quad (1)$$

이고

$$B_n = D_n J_n(kr) + b_n H_n^{(1)}(kr) \quad (2)$$

이다. Watson transformation 에 의하

$$P = P_I + P_R, \quad P_I = P_1 + P_2 + P_3 \quad (3)$$

이며

$$P_1 = -2\pi \sum_{j=R_1}^{\infty} \frac{\cos 4j\phi}{\sin \pi 2j} e^{-i 2j \pi \frac{b_{2j}}{D_{2j}}} H_{2j}^{(1)}(kr) \quad (4)$$

$$P_2 = -2\pi \sum_{j=R_2, F}^{\infty} \frac{\cos 4j(\pi - \phi)}{\sin \pi 2j} e^{i 2j \pi \frac{b_{2j}}{D_{2j}}} H_{2j}^{(1)}(kr) \quad (5)$$

$$P_3 = \int_{C_3} d\nu e^{i\nu(\frac{1}{2}\pi - \phi)} \frac{B_\nu}{D_\nu} \quad (6)$$

이다.

여기에서 $D_\nu = \frac{\partial D_\nu}{\partial \nu}$ 이고, (4), (5)식은 표면파를 나타낸다. P_3 는 Specular reflection 을 포함하여 Geometrical wave 를 나타낸다.

Geometrical wave 는 다시

$$P_3 = -\frac{1}{2} \int_{C_3} d\nu e^{i\nu(\frac{1}{2}\pi - \phi)} \frac{C_\nu}{D_\nu} H_\nu^{(1)}(\rho) \quad (7)$$

이다. 여기에서 C_ν/D_ν 는 원통 내부에서 다중 내부 반사와 compressional wave 및 shear wave 을 혼합에 대응되는 값을 가진 finite double series 로 전개될 수 있다.

(그림 2)는 원통이 입사한 음파에 대한 geometric-optical ray picture 를 도시한 것이다. 여기에서 실선을 compressional wave 를 점선은 shear wave 를 나타내며, (n, m) 표기에 의해 각 음파를 구분한다. n 는 원통 내부의 횡단중수이고 m 는 shear wave 의 횡단수이다.

3. 펄스 도달 시간

여기에서는 ray theory 를 이용하여 원통이 구형 펄스가 입사되었을 때 산란파의 도달 시간을 구상하고

자한다. (그림 3)에 보인바와 같이 A 에 음원용
 가진 음파는 원통에 입사각 α 를 가지고 입사하여
 원통 내부에서 다중 반사한 후 관찰점 P(r, ϕ) 에 도달
 한다. 이 관찰도에서 음파는 모드 번호를 하프 (반)
 의 내부 반사를 가진다고 가정하여 입사 BC 는 내부
 반파를 입사 CD 는 내부 반파를 나타낸다.
 입사각인 경우의 원통 내부에서 n 반의 반사, m 반
 의 입사각, (n-m)반의 반-입사각이 있을 때, 어느 방
 향으로가 관찰점 P(r, ϕ) 를 통과하는지 알고자한다.
 (α , n, m 으로 표시됨)

(그림 3)에서

$$\phi - 2\pi k = \pi - [2\alpha + (n-m)\pi_L + m\pi_T - \epsilon_0 - \epsilon] \quad (8)$$

이 쓰여진다. $2\pi k$ 요소는 원점 주위에서 반반이상
 다중 반사된 음파를 설명한다. 즉 $k=0, 1, 2, \dots$

l_{max} 이며 $l_{max} \leq m/2$ 이다.

(8)식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} \phi - 2\pi k = & -2\alpha + 2(n-m)\sin^{-1}(a\sin\alpha/R_0) \\ & + 2m\sin^{-1}(\sin\alpha/R_T) + \sin^{-1}(\sin\alpha/R_0) \\ & + \sin^{-1}(\sin\alpha/R) - (n-1)\pi \quad (9) \end{aligned}$$

이다.

입사파가 펄스일때 (9) 식의 각 항은 관찰점에서 다른
 경로로 도달 펄스를 나타낸다. 원통이 있을 때 중심
 O에 입사펄스의 도달 순간을 시작점으로 하면 (n, m)
 mode 의 도달 시간 t_{nm} (2)은

$$\begin{aligned} t_{nm} = & AB/C + AO/C + (n-m)(BC/CL) \\ & + m(CD/CT) + DP/C \quad (10) \end{aligned}$$

이다.

(10)식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} t_{nm} = & a/c [(R_0^2 - \sin^2\alpha)^{1/2} - R_0 \\ & + 2(n-m)(R_0^2 - \sin^2\alpha)^{1/2} \\ & + 2n(R_T^2 - \sin^2\alpha)^{1/2} + (R^2 - \sin^2\alpha)^{1/2} \\ & - 2(1 - \sin^2\alpha)^{1/2}] \quad (11) \end{aligned}$$

이다.

여기에서

- C : 유체에서의 음속
- CL : 고체에서의 종파 속도
- G : 고체에서의 횡파 속도

$$L : C/CL$$

$$T : C/CT$$

$$a : \text{원통 반경}$$

$$r_0 : \text{원통 중심에서 음원까지의 거리}$$

$$r : \text{원통 중심에서 수신기까지의 거리}$$

$$\phi : \text{수신기의 각 좌표 } (-\pi \leq \phi \leq \pi)$$

$$R_0 : r_0/a$$

$$R : r/a$$

$$\alpha : \text{원통에 입사한 음파의 입사각}$$

이다.

4. 결과 및 결론

ray theory 를 이용하여 산출된 송신 및 수신과
 에서의 Geometrical wave 에 대한 mode별 펄스 도달
 시간 분포는 (표 1)과 같다. 철(Iron)을 재료로 한
 Solid 원통은 반경 5 Cm, Compressional wave
 속도 4175.3m/s, Shear wave 속도 2308.0m/s의 변수를
 가지며, 수중 음속은 1447 m/s 이다.

원통 중심에서 송신 음원까지의 거리 5 m,
 원통 중심에서 수신기까지의 거리 2 m로 고정하
 고 수신기의 각도를 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 로 변화시
 키며 Geometrical wave 의 시간 분포를 Oscill-
 oscope 로 촬영하였다.

수신기의 각도가 180° 일때 이론적인 펄스 도달 시간
 은 (표 1)이고, 추정에 의한 산란파의 시간 분포는
 (그림 4)이다. (표 2)와 (그림 5), (그림 6)은 수신
 기의 각도가 87.72° 인 경우이다. (그림 4)-(그림 6)
 에서 산란파의 구성이 Specular Reflection 이외의
 또다른 전파 존재함을 알 수 있고 이는 Geometrical
 wave 이다. 다만 여기에서는 추정 구성 장비의
 주파수 제한 때문에 50 KHz의 주파수와 0.1ms 의
 펄스 길이(5 파장)를 사용하였으며, 그 때문에
 Specular wave 를 비롯한 각 mode 의 Geometrical
 wave 가 합성되어 나타났다. 따라서 (표 1), (표 2)
 와 펄스 도달 시간과 일치하는 각 mode 의 Geo-
 metrical wave 를 구별하지 못하였으며, 향후의
 추정에선 각 mode 의 시간차이보다 더 짧은 파장을
 가진 주파수와 펄스 길이를 사용함이 제시된다.

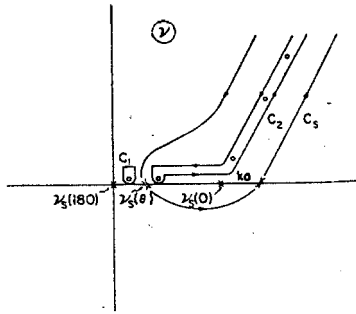
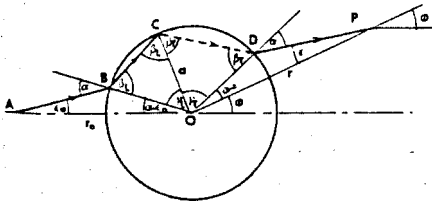


Fig. 2. Contour for separating out the geometrical wave.

(그림 1) Geometrical wave의 분리를 위한 contour

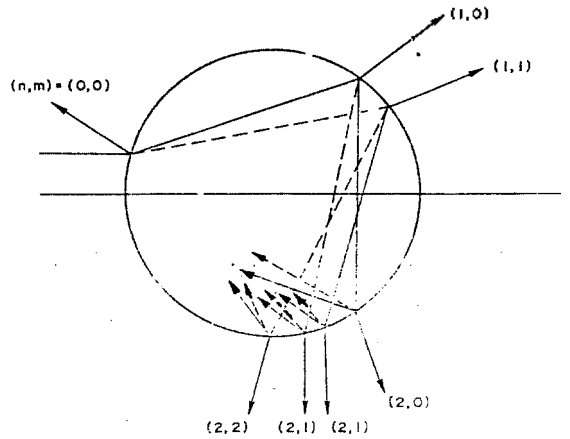


(그림 3) Geometrical wave의 음파경로 보기

(표 1) Geometrical wave의 mode별 시간분포

(수신기 각도 180°)

N	M	N-M	ALPHA	L	T _{nm}
0	0	0	0.0	0	.00000E+00
2	0	2	0.0	0	.42901E-04
2	1	1	0.0	0	.67279E-04
2	2	0	0.6	0	.86657E-04
3	0	3	0.0	1	.71852E-04
3	1	2	0.0	1	.91229E-04
3	2	1	0.0	1	.11861E-03
3	3	0	0.0	1	.12998E-03
4	0	4	0.0	2	.95802E-04
4	1	3	0.0	2	.11518E-03
4	2	2	0.0	2	.13456E-03
4	3	1	0.0	2	.15394E-03
4	4	0	0.0	2	.17331E-03
5	0	5	0.0	2	.11975E-03
5	1	4	0.0	2	.13913E-03
5	2	3	0.0	2	.15851E-03
5	3	2	0.0	2	.17789E-03
5	4	1	0.0	2	.19726E-03
5	5	0	0.0	2	.21664E-03
6	0	6	0.0	2	.14370E-03
6	1	5	0.0	2	.16308E-03
6	2	4	0.0	2	.18246E-03
6	3	3	0.0	2	.20184E-03
6	4	2	0.0	2	.22121E-03
6	5	1	0.0	2	.24059E-03
6	6	0	0.0	2	.25997E-03
7	0	7	0.0	3	.16765E-03
7	1	6	0.0	3	.18703E-03
7	2	5	0.0	3	.20641E-03
7	3	4	0.0	3	.22579E-03
7	4	3	0.0	3	.24516E-03
7	5	2	0.0	3	.26454E-03
7	6	1	0.0	3	.28392E-03
7	7	0	0.0	3	.30330E-03
8	0	8	0.0	3	.19168E-03
8	1	7	0.0	3	.21098E-03
8	2	6	0.0	3	.23036E-03
8	3	5	0.0	3	.24974E-03
8	4	4	0.0	3	.26912E-03
8	5	3	0.0	3	.28849E-03
8	6	2	0.0	3	.30787E-03
8	7	1	0.0	3	.32725E-03
8	8	0	0.0	3	.34663E-03



(그림 2) Geometrical wave의 기하광학적 도식

(실선 : 송파, 점선 : 입파)

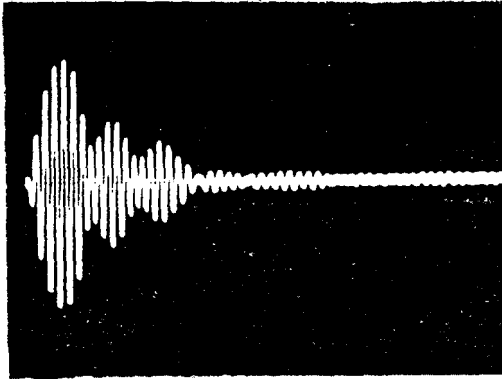
(표 2) Geometrical wave의 mode별 시간분포

(수신기 각도 87.72°)

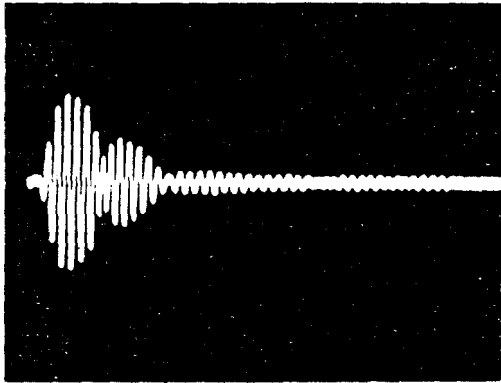
N	M	N-M	ALPHA	L	T _{nm}
0	0	0	20.2	0	.00000E+00
1	0	1	17.6	0	.11703E-04
1	1	0	20.2	0	.36145E-04
2	0	2	8.8	0	.42981E-04
2	1	1	11.8	0	.60295E-04
2	2	0	18.9	0	.74195E-04
3	0	3	5.6	1	.68944E-04
3	1	2	6.7	1	.87677E-04
3	2	1	8.4	0	.10599E-03
3	3	0	11.3	1	.12347E-03
4	0	4	4.1	1	.93742E-04
4	1	3	4.7	1	.11277E-03
4	2	2	5.4	1	.13178E-03
4	3	1	6.5	1	.15049E-03
4	4	0	8.0	1	.16899E-03
5	0	5	18.5	0	.48159E-04
5	1	4	10.5	1	.12295E-03
5	2	3	4.0	1	.15658E-03
5	3	2	13.2	1	.15709E-03
5	4	1	5.2	2	.19461E-03
5	5	0	6.2	2	.21340E-03
6	0	6	12.7	1	.11109E-03
6	1	5	2.9	2	.16166E-03
6	2	4	14.8	1	.14388E-03
6	3	3	3.5	2	.20010E-03
6	4	2	3.9	2	.21926E-03
6	5	1	4.4	2	.23837E-03
6	6	0	15.2	2	.23615E-03
7	0	7	6.8	2	.15757E-03
7	1	6	7.3	2	.17613E-03
7	2	5	12.6	2	.17430E-03
7	3	4	13.6	1	.19087E-03
7	4	3	3.1	2	.24364E-03
7	5	2	3.4	3	.26286E-03
7	6	1	3.8	2	.28202E-03
7	7	0	4.3	2	.30112E-03
8	0	8	13.1	1	.14495E-03
8	1	7	2.1	3	.20997E-03
8	2	6	14.6	2	.17796E-03
8	3	5	7.2	3	.23901E-03
8	4	4	2.6	3	.26784E-03
8	5	3	2.8	3	.28712E-03
8	6	2	3.0	3	.30641E-03
8	7	1	3.3	3	.32563E-03
8	8	0	3.7	3	.34478E-03

참 고 문 헌

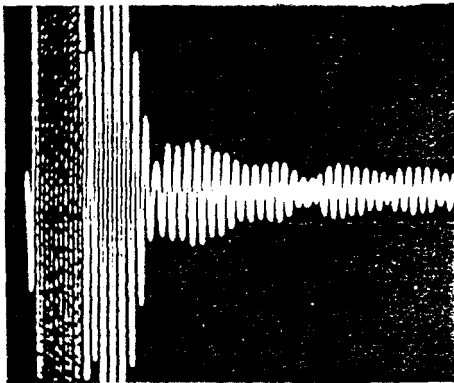
1. Donald Brill and H. Überall, "Acoustic Waves Transmitted through Solid Elastic Cylinders," J. Acoust. Soc. Am., Vol 50, No.3, 921-939, 1971
2. Gerard J. Quentin et al, "Comparison of Backscattering of short pulses by solid spheres and Cylinders at large ka," J. Acoust. Vol. 70, No.3, 870-878, 1981
3. P.C. Walton et al, "Backscattering of short Ultrasonic pulses by solid Electric Cylinders at large ka," J. Acoust. Soc. Am., Vol.67, No. 2, 470-476, 1980



(그림 4). Geometrical wave의 시간 분포
(수신각도 190° , 0.1mS/Cm)



(그림 5). Geometrical wave 의 시간 분포
(수신각도 87.12° , 0.1mS/Cm)



(그림 6). 그림 5의 진폭을 2.5배 확대한
시간 분포(수신각도 87.12° ,
 0.1mS/Cm)