

경계요소법에 의한 전기기기의 자기적특성 해석에 관한 연구

A Study on the Analysis of the Magnetic Characteristics of Electric Machines by Boundary Element Method

임 답 호 (한양대)  
김 하 식 (경기개발대)  
김 찬 오 \* (경기개발대)

1. 서 론

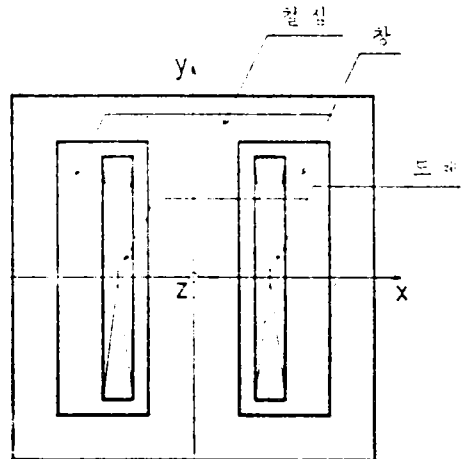
종래에 전기기기의 특성해석에 주로 사용되어 왔던 유한요소법에서는 해석하고자 하는 해석영역의 전체를 유한요소로서 분할하게 되므로, 선형대수방정식의 형태로 주어지는 계 방정식의 계수가 커져서, 이 방정식을 풀기 위해서는 대용량의 전자계산기가 사용되어야 한다는 문제점이 있기 때문에, 실제로 전기기기의 설계분야나 응용분야에서는 사용하기에 곤란한 점이 많았다.

한편, 최근에 들어와 새로운 수치해석방법으로 인정받기 시작한 경계요소법은 해석대상영역의 요소분할할 때 경계에 대해서만 경계요소를 사용하여 분할하게 되므로, 영역적분의 차원을 한 차원 낮출 수 있을 뿐만 아니라 계 방정식의 계수도 상당히 작아 지므로 계산기의 계산용량이 줄어 들어 소량의 전자계산기 심지어는 개인용 전자계산기의 사용도 가능하게 되므로, 전기기기의 설계 및 응용에 있어서는 경제적인 해석방법이 될 수 있다.

본 연구에서는 이러한 점을 고려하여 전기기

기중에서 변압기를 해석모델로 선택하여 내부의 자기적 특성을 2차원적으로 해석하는데 있어 경계요소법을 적용하였으며, 같은 모델에 대해 유한요소법을 적용하여 얻은 해석결과와 또한 유한요소법과 경계요소법을 혼합적으로 사용한 경우의 결과와도 비교, 검토하여 보았다.

2. 해석모델



3. 기본방정식

$$\nabla \cdot \nabla^2 A = -J \quad (3-1)$$

4. 적응 이론

4-1 기본해

- $\nabla^2 G(r, r') = -\delta(r, r'), (r, r' \in R)$
- $G(r, r') = 0 \quad (r = \infty, r' \in R)$  (4-1)

•  $G(r, r') = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{|r-r'|}$  (4-2)

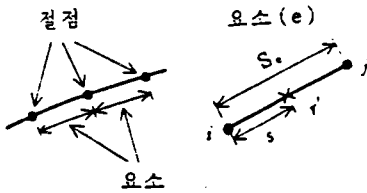
4-2 경계적분 방정식

•  $\iint_R [\nu G(r, r') \nabla^2 A(r) - \nu A(r) \nabla^2 G(r, r')] dx dy$   
 $= \oint_S [\nu G(r, r') \frac{\partial A(r)}{\partial n} - \nu A(r) \frac{\partial G(r, r')}{\partial n}] ds$  (4-3)

•  $\frac{\partial A(r)}{\partial n} = \lambda(r), \quad \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} = \lambda^*(r, r')$  (4-4)

•  $\frac{1}{2} \nu A(r) = \iint_R G(r, r') J(r') dx dy + \int_S \nu G(r, r') \lambda(r') ds$   
 $- \int_S \nu \lambda^*(r, r') A(r') ds$  (4-5)

4-3 경계요소



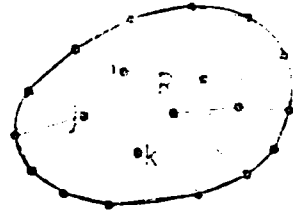
•  $A^e(r) = \sum_{p=2}^j N_p A_p, \quad \lambda^e(r) = \sum_{p=2}^j N_p \lambda_p$  (4-6)

•  $N_i = \frac{s_j - s}{S_e}, \quad N_j = \frac{s}{S_e}$  (4-7)

•  $\int_S \nu G(r, r') \lambda(r') ds = \sum_{q=1}^m [\nu \int_{S_e} \sum_{p=2}^j G(r, r') N_p \lambda_p ds]$   
 $= \sum_{q=1}^m G_{pq} \lambda_q$  (4-8)

•  $\int_S \nu \lambda^*(r, r') A(r') ds = \sum_{q=1}^m [\nu \int_{S_e} \sum_{p=2}^j \lambda^*(r, r') N_p A_p ds]$   
 $= \sum_{q=1}^m H_{pq} A_q$  (4-9)

4-4 입력전류의 영역적분

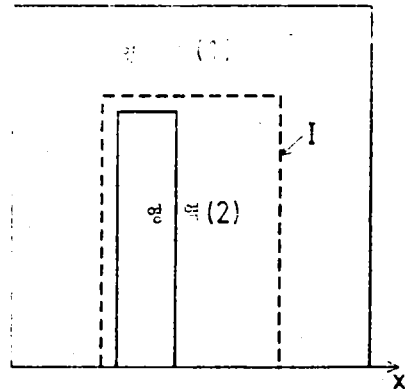


•  $\iint_R G(r, r') J(r') dx dy$   
 $= \sum_{l=1}^e [\sum_{m=2}^k N_m \{G(r, r') J(r')\}_m \Delta_l]$   
 $= B_p$  (4-10)

4-5 계방정식

•  $\frac{1}{2} \nu A_p + \sum_{q=1}^m H_{pq} A_q - \sum_{q=1}^m G_{pq} \lambda_q = B_p$  (4-11)

•  $[H]\{A\} - [G]\{\lambda\} = \{B\}$  (4-12)



• 결합조건

•  $A_I^{(1)} = A_I^{(2)} = A_I$  (4-13)

•  $\lambda_I^{(1)} = -\lambda_I^{(2)} = \lambda_I$  (4-14)

$$\begin{bmatrix} H^{(1)} & H_x^{(1)} & 0 \\ 0 & H_z^{(1)} & H^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^{(1)} \\ A_x \\ A^{(2)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} G^{(1)} & G_z^{(1)} & 0 \\ 0 & -G_x^{(1)} & G^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda^{(1)} \\ \lambda_x \\ \lambda^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ B^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (4-15)$$

$$[H] \{A\} - [G] \{\lambda\} = \{B\} \quad (4-16)$$

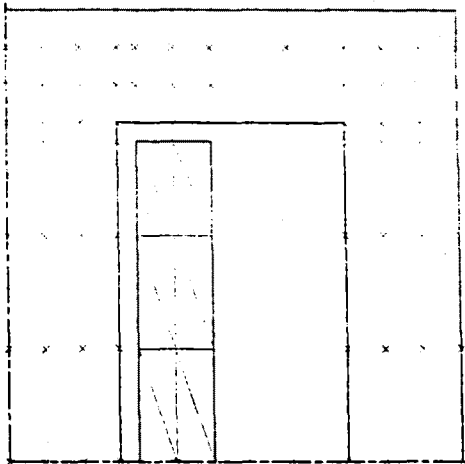
4-6 영역내의 임의점의 함수치

$$\begin{aligned} \circ A(r) = \mu \left[ \iint_R G(r,r') J(r') dx dy + \oint_{S'} G(r,r') \lambda(r') ds \right. \\ \left. - \oint_{S'} \nu \lambda^*(r',r) A(r') ds \right] \quad (4-17) \end{aligned}$$

$$\circ A_p = \mu \left[ \frac{\pi}{\beta_1} G_{pp} \lambda_\beta - \frac{\pi}{\beta_1} H_{pp} A_p + B_p \right], \quad (p \in R) \quad (4-18)$$

5. 계산처리

5-1 요소분할



5-2 경계조건 및 입력조건

(1) 고정경계조건

$$A = 0 \quad (5-1)$$

(2) 자연경계조건

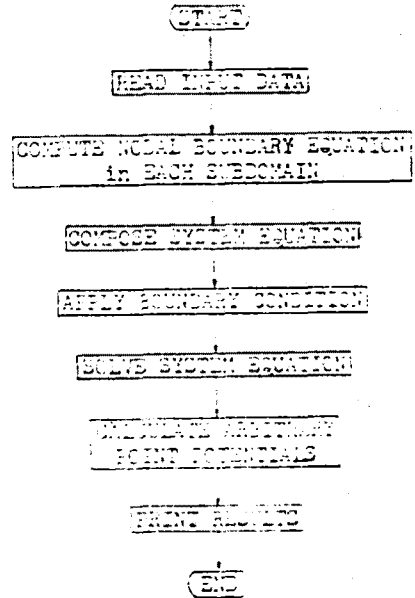
$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (5-2)$$

(3) 입력조건

$$J = 1 \times 10^8 \text{ [A/m}^2\text{]} \quad (5-3)$$

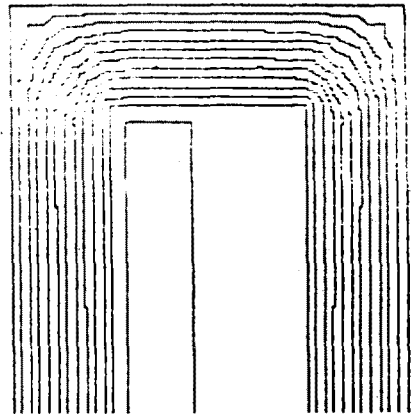
$$\mu = 0.018 \text{ [H/m]} \quad (5-4)$$

5-3 계산처리과정



6. 해석결과 및 검토

6-1 자속분포도



6-2 벡터퍼텐셜의 평균값 ( $\times 10^{-2}$  [Wb/m])

B E M ; 4.998561

F E M ; 5.351069

FEM+BEM ; 5.179468

6 - 3 계산용량 및 계산시간

(1) 계산용량 [KByte]

BEM ; 22.944

FEM ; 37.676

FEM+BEM ; 24.382

(2) 계산시간 [sec]

BEM ; 2143.5

FEM ; 1046.9

FEM+BEM ; 1786.3

7. 결 론

본 연구에서는 단상 외침형 변압기를 해석모델로 하여, 경계요소법에 의해 자기적 특성을 해석한 것으로서, 종래에 주로 사용하여 오던 유한요소법에 의한 결과와 또한 유한요소법과 경계요소법을 혼합적용한 방법의 결과와도 비교하였으며, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 해석모델에 대한 전반적인 자속분포양상은 세 방법에서 유사한 형태로 되었지만 경계요소법에서는 그른 분포를 보인 반면, 유한요소법의 경우에는 자속선이 변압기의 참측으로 몰리는 경향이 나타났다. 이것은 결국 유한요소법에서는 철심 안쪽의 자속밀도가 높고 바깥쪽의 자속밀도가 낮게 되어 그른 분포가 되지 못한다는 것을 말해주는 것이다.
- 2) 벡터퍼센테지는 경계요소법에서의 값이 유한요소법에서의 값보다 약간 낮은 값으로 나타났지만 정확도의 면에서는 혼합방법에서의 결과를 기준으로 할 때 서로 비

슷하다고 할 수 있다.

- 3) 계산용량의 면에서는 경계요소법의 경우가 바 방법보다 유리하였으나, 계산시간의 면에서는 현재 상태에서 불리한 것으로 나타났다. 그러나 이것은 절점의 선정에 따라서는 더 유리할 수도 있게 된다.

이상에서 언급한 것은 자기적인 선형을 가정하여 해석한 경우인데, 일반적으로 선형해석의 결과는 비선형해석의 결과보다는 만족스럽지 못한 것이다. 따라서 앞으로 전기기기의 해석분야에 경계요소법이 실용화되기 위해서는 비선형해석을 할 수 있는 방법을 개발하는 것이 필수적이라고 할 수 있겠다.

\* 참 고 문 헌

- 1) 임달호, 김찬오, " FEM 과 BEM 의 혼합적용에 의한 정상자계의 해석에 관한 연구 ", 대한전기학회 논문지, 제34권, 제7호, '85.
- 2) C.A.Brebbia, " The Boundary Element Method for Engineers ", Pentech Press, 1978.
- 3) C.A.Brebbia & S.Walker, " Boundary Element Techniques in Engineering ", Newnes - Butterworths, 1980.
- 4) Ivar Stakgold, " Green's Functions and Boundary Value Problems ", John Wiley and Sons., 1979.
- 5) Jaswon Symm, " Integral Equation Methods in Potential Theory and Elastostatics ", Academic Press, 1977.