

임 담 호 한 양 대 학 교  
신 흥 교\* 한 양 대 학 교

1. 서 론

전기공학에 유한요소법이 도입된 이래 국내에서 비선형 자기회 유한요소 해석에 관한 연구가 많이 있었으나, 대부분이 자기저항률 또는 부자율을 사용한 지배방정식을 이용하였기 때문에 Hysteresis 효과를 고려하기에는 곤란한 점이 많아 이에 대한 연구는 거의 없는 실정이다. 이로 인해 증배에는 Hysteresis 손실의 계산에는 실험식이나 등가회로법등을 이용해 왔다. 그러나 이러한 결과치들은 실제와 잘 일치하지 않을 뿐만 아니라 Hysteresis 효과로 인한 자심체내의 자속분포 특성의 변화도 정확하게 알아볼 수 없었던 점이 많았다.

이에 따라 본 연구에서는 Hysteresis 효과를 고려할 때 자기저항률 또는 부자율의 불연속에 따른 해석상의 난점을 해결하기 위하여 자화의 개념을 도입하였으며, Hysteresis 곡선을 수치적으로 검정하는 Algorithm을 개발, Hysteresis 효과를 고려한 비선형 자기회 유한요소 해석을 시도하였다.

이로써 Hysteresis 효과로 인한 자심체 내부의 자속분포 특성의 변화를 예측할 수 있었으며, Hysteresis 효과를 무시한 비선형 해석의 경우에도 자화를 이용하면 계산시간의 절감 효과등이 뛰어난 것을 알 수 있었다. 그리고, 수치적으로 Hysteresis 손실의 계산이 가능하게 되어 전기기기의 설계 및 개발 분야에의 응용을 위한 비선형 자기회 분포 해석에 있어서의 유한요소법의 유용성을 높일 수 있었다.

2. 지배방정식과 유한요소법 적용

2-1 계방정식 (Field Equation)

1) 자기저항률 이용

$$\frac{\partial}{\partial x} (\nu \frac{\partial A}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu \frac{\partial A}{\partial y}) + J_o = 0 \quad (1)$$

2) 자화 이용

$$\nu_o (\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}) + J_o + J_m = 0 \quad (2)$$

단,  $J_m (= \partial M_y / \partial x - \partial M_x / \partial y)$ 은 동가자화 전류밀도이다.

2-2 요소 Matrix 식과 계방정식 (System Equation)

1) Galerkin 이론과 요소 Matrix 식

근사 벡터포텐셜 :  $A^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e A_i^e \quad (3)$

Galerkin 이론 :

$$G_j = \sum_{j=1}^{n_t} G_j^e = \sum_{j=1}^{n_t} \int_{\Delta^e} N_j^e \left\{ \nu_o \left( \frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2} \right) + J_o^e + \left( \frac{\partial M_y^e}{\partial x} - \frac{\partial M_x^e}{\partial y} \right) \right\} dx dy = 0 \quad (4)$$

요소 Matrix 식 :

$$G_j^e = \frac{\nu_o}{4\Delta^e} \sum_{i=1}^3 (b_i b_j + c_i c_j) A_i^e - \frac{\Delta^e}{3} J_o^e - \frac{1}{2} (c_j M_x^e - b_j M_y^e) \quad (5)$$

2) 계방정식과 자속밀도

계방정식 :

$$[S] \{A\} = \{F\} = \{F_o\} + \{F_m\} \quad (6)$$

각 요소의 자속밀도 :

$$B^e = \sqrt{(B_x^e)^2 + (B_y^e)^2} \quad (7)$$

여기서,  $B_x^e, B_y^e$  는 각각

$$B_x^e = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta^e} c_i^e A_1^0, B_y^e = \sum_{i=1}^3 \frac{-1}{2\Delta^e} b_i^e A_1^e \quad (8)$$

이다.

식(6)에서 반복에 따라 변형이 되는 항은 등가 자화 전류밀도항  $\{F_m\}$ 이다. 따라서 Newton-Raphson 법을 적용하면 반복 계산시마다 Jacobian 즉  $\partial(\{S\}\{A\} - \{F\})/\partial A$ 가 변화되므로 반복 계산 횟수 만큼 Jacobian 의 구성 및 삼각화, 그리고 치환과정을 거쳐야 한다. 반면에 직접수렴법만으로 계산하면 계산 횟수는 다소 증가하지만 계수 Matrix  $\{S\}$ 는 변화가 없으므로 한번만 구성하여 삼각화시켜 두고 반복 계산에 따라  $F$ 만 다시 구하여 치환과정만 거치면 해가 구해지게 된다. 따라서 계산 시간을 상당히 절감시킬 수 있다.

### 3. Hysteresis 효과를 고려한 비선형 자기 해석

#### 3-1 Hysteresis 효과와 B-H 특성

교번 자기장에 자성체가 존재할 때에는 그 자성체의 비선형성 및 Hysteresis 효과로 인하여 여자원이 정현파라 하더라도 자성체 각부의 자속 파형은 왜형이 되며 위상도 서로 다르게 된다. 이와 같은 자성체내의 자속 분포를 정확히 해석하기 위해서는 자성체내의 자기 이력을 알아야 하는데 모든 자기 이력에 대한 B-H 특성의 궤적을 얻는 것은 불가능하기 때문에 자속 분포 특성의 해석이 곤란하게 된다.

이에 따라 본 연구에서는 최대치가 임정한 정현 여자원이 인가된 경우의 자속 분포 특성을 해석하기 위하여 Hysteresis Loop를 보간 근사에 의해 결정하는 수치해석 Algorithm을 제안한다.

#### 3-2 Hysteresis Loop 의 선택법

먼저 자성체의 재질에 따라 최대 자속밀도가 다른 몇 종류의 Hysteresis Loop 즉

$$\begin{aligned} B_1(i, j) \\ H_1(i, j) \end{aligned} \quad (\text{단, } i=1, \dots, n_1, j=1, \dots, n_d)$$

를 계산기에 기억시킨다. 여기서  $n_1$ 은 계산기에 기억시킨 Hysteresis Loop 의 수이며,  $n_d$ 는 각 Loop 의 data 수이다. 또한 임의의 Loop 에 있어서 data 점 사이에서는 부분 선형 특성을 갖는다고 가정한다.

이로 부씩 계산기에 기억되어 있지 않은 최대 자속밀도를 갖는 Hysteresis Loop 는 이미 기억되어 있는 Loop 로 부씩 다음과 같은 보간 근사식을 사용하여 구한다.

$$\begin{aligned} B(k) &= B_1(i-1, k) + \delta \{B_1(i, k) - B_1(i-1, k)\} \\ H(k) &= H_1(i-1, k) + \delta \{H_1(i, k) - H_1(i-1, k)\} \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $\delta = \{B_m - B_1(i-1, n_d)\} / \{B_1(i, n_d) - B_1(i-1, n_d)\}$ 이다. 단,  $B_m$ 은 구하고자 하는 Loop 의 최대 자속밀도이며,  $i$ 는  $B_1(i-1, n_d) < B_m < B_1(i, n_d)$ 인 구간 번호이다.

이와 같은 Loop 를 선택하는 과정은 다음과 같다. 즉, 계산은 최초 계산기에 기억된 Loop 의 최대치를 연결한 초기 자화곡선을 사용하여 여자원의 크기가 비교적 작은 Step 부씩 시작하여 계산을 계속하다가 어느 요소에서의 자속밀도가 줄기 시작하는 순간 그 최대 자속밀도를 기억시키고 이로 부씩 식(9)에 의해 Loop 를 결정하며 이때부터는 Loop 를 따라서 비선형 반복 계산을 수행시킨다. 이와 같이 하여 모든 요소에 대해 Loop 가 결정된 후 정상해가 얻어질 때 까지 계산을 계속한다.

### 4. 적용 예 및 검토

#### 4-1 모델 및 입력 조건

이상과 같은 방법으로 자성체에 정현파 여자원이 인가된 경우의 자속 분포 특성을 해석하기 위해 그림 1과 같은 단상 외침형 변압기를 해석 모델로 하여 대칭성을 고려, 제 1상만에 해당하는 영역을 해석 영역으로 택해 그림 2와 같이 요소 분할하였다. 여기서 미지절점수는 62개, 총 절점수는 87개이며, 요소수는 138개(철심 128, 창 8, 도체 2)이다. 또한, 경계조건으로는  $x=0, 16$  (cm) 축 및  $y=16$  (cm) 축상에 Dirichlet 조건을 주었으며,  $x=0$  (cm) 축상에 자연경계조건을 주었다.

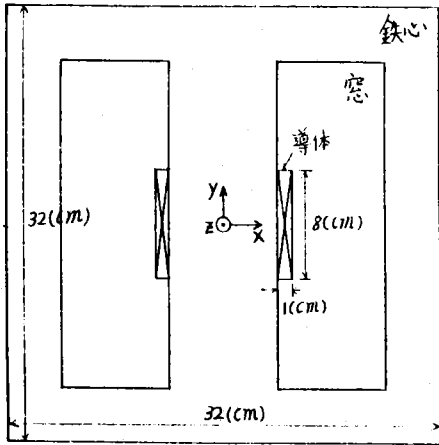


그림 1 해석 모델

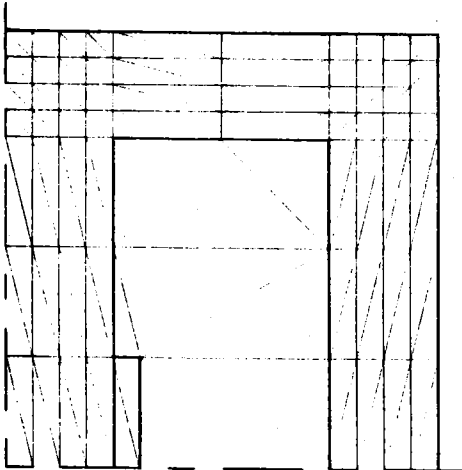


그림 2 요소 분할도

그리고, 전류 밀도의 최대치는  $0.225 \times 10^6$  ( $A/m^2$ )로 하였다. 또한 계산기에 기억시킨 Hysteresis Loop는 7개이고, 각 Loop 당 data 수는 33개이며, 최대 자속밀도는  $1.5$  ( $Wb/m^2$ ), 최대 자계의 세기는  $225$  ( $A/m$ )이다.

#### 4-2 계산 처리 과정

본 연구를 위해 작성된 계산기 Program 의 Flow Chart 는 그림 3과 같으며, 사용한 계산기 기종은 Zilog System Z - LAB 8000 model 21<sup>+</sup>이다.

#### 4-3 해석 결과 및 검토

앞에서 설정한 해석 모델에 대해 정면파 어자원이 인가된 경우의 자속 분포 특성을 Hysteresis 효과를 고려하여 해석한 결과 그림 4와 같은 자속 분포 파형을 얻을 수 있었다. 그림에서 보면 어자원이 정면파라고 할지라도 자성체의 Hys-

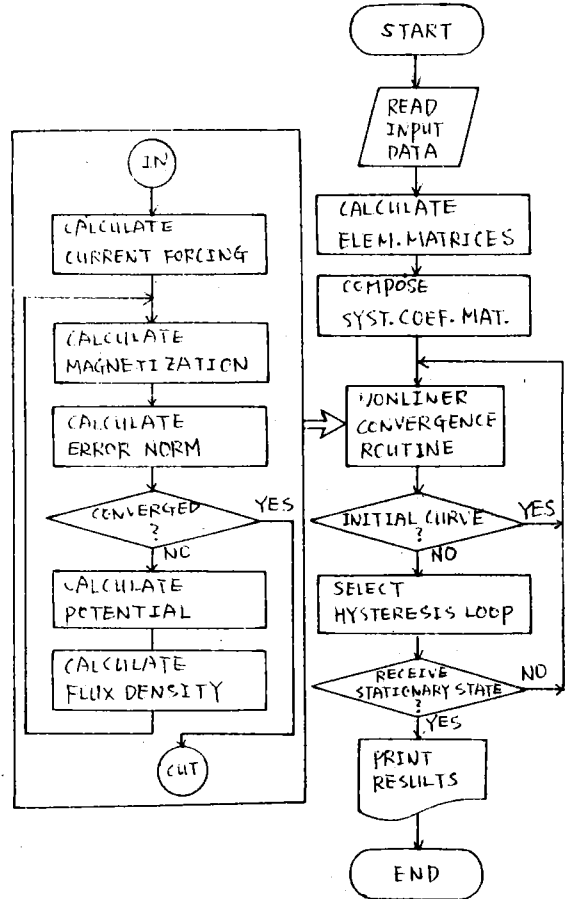


그림 3 Flow Chart

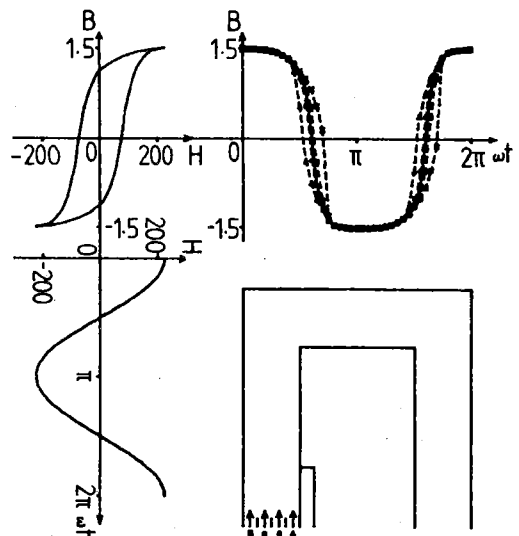


그림 4 자성체 각부의 자속 파형

teresis 효과로 인하여 자성체 내부의 자속은 왜형이 생기고 각부마다 위상도 차이가 남을 알 수

있다. 또한 Hysteresis Loop로 부벽 도식적으로 구한 자속 파형(그림의 심선)을 보면 파형의 왜형은 어느 정도 압수 있지만 위상의 차이등은 알아볼 수 없음을 알 수 있다.

그리고 표 1은 Hysteresis 효과를 무시한 비선형 해석시에 자화를 이용한 경우와 자기저항률을 이용한 경우에 대한 계산 시간의 비교로서 이것을 보면 자화를 이용한 경우가 반복횟수는 다소 늘어났지만 계산시간은 훨씬 절감되었음을 알 수 있다.

또한 본 해석 모델에 대한 Hysteresis 손실은 각 요소의 Hysteresis Loop의 면적을 계산하여 구한 결과 주파수 60(Hz)에서 1.461(W/kg)이었다.

그리고 그림 5는 최대 여자시의 자속분포도이다. 여기서, 자속선 사이의 포텐셜 간격은  $0.4 \times 10^{-2}$  (Wb/m)이다.

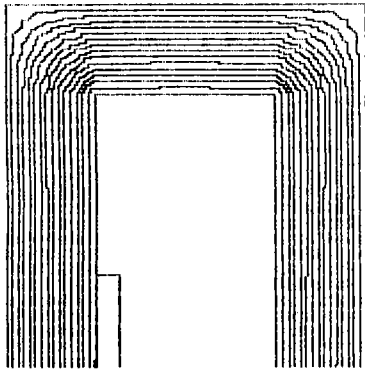


그림 5 최대 여자시의 자속분포도

### 5. 결 론

이상의 해석결과로 볼 때 유한요소법을 이용한 자계 해석시 자심체의 비선형 자화 특성 분

표 1 반복 횟수 및 계산 시간

허용 Error Norm 0.1%	반복 횟수	계산 시간	
		초	%
자 화	5	386.8	41.15
자기저항률	3	939.9	100.0

만 아니라 Hysteresis 효과도 고려하여야 정확한 특성을 구할 수 있으며, 이를 위해서는 부자속 또는 자기저항률이 아닌 자화를 사용하는 것이 매우 효과적임을 알 수 있었다. 또한 Hysteresis 효과를 무시한 비선형자기해석의 경우에 있어서도 자화를 이용하면 계산 시간 절감 효과등에 있어서 유리함을 알 수 있었다.

유한요소법을 이용하여 수치적으로 Hysteresis 손실의 계산이 가능함을 보였고, 앞으로 본 해석 방법에 악류 효과등을 고려하면 전기기기의 설계 및 개발분야의 응용을 위한 자기해석에 매우 정밀도를 높일 수 있으리라 사료된다.

### 6. 참 고 문 헌

- 1) 임달호, 신홍교, "전기기기의 비선형 자기적 특성 해석 방법에 관한 연구," 전기학회 논문지, Vol.35, No.3, pp.102-107, 1986.
- 2) T.Nakada, "Numerical Analysis of Flux and Loss Distributions in Electrical Machinery," IEEE Trans., Vol.MAG-20, No.5, pp.1750-1755, 1984.
- 3) G.R.Slemon, "Magnetolectric Devices," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1966.
- 4) O.C.Zienkiewicz, "The Finite Element Method," McGraw-Hill Book Co. (UK) Ltd., 1972.
- 5) 中田高義, 高橋則雄, "電氣工学の有限要素法," 森北出版, 1982.