

상태변수 개환에 의한 직류전동기의 과도특성 개선에 관한 실험적 연구  
 An experimental study on improving the transient characteristics of a DC motor by a state variable feedback.

정재기\* ; 한양대  
 양해원 ; 한양대

1. 서론

상태공간 해석법을 이용하는 제어시스템에 있어서는 상태변수에 관한 정보가 필요하므로, 측정할 수 있는 정보에 의해 측정 불가능한 상태들을 추정하는 관측자 설계는 가장 기본적이고 중요한 문제중의 하나이다.

관측자를 설계하는 경우 우선 고려해야할 점은 구성된 관측자에 의해 추정된 상태가 실제 상태에 가능한 한 신속히 수렴해야 하는 것이다. 따라서 관측자의 설정 고유치가 충분히 큰 음의 실수부를 갖도록 선택해야 한다. 그렇지만 이러한 경우에는 실현상 문제를 초래하기 마련이다. 결국 관측자의 고유치들을 적절하게 선정함으로써 이 문제를 해결할 수 있다.

본 연구에서는 plant를 DC motor로 선정하였으며, motor에서 직접 얻을 수 있는 입력과 출력의 A/D 변환한 정보를 사용하여 micro-processor로 reduced order observer를 구성하였다. 또한 motor의 과도특성을 개선하기 위하여 motor에서 측정가능한 상태와 관측자에서 얻은 상태를 feedback시켜 바람직한 결과를 얻을 수 있었다.

2. 문제의 설정

n차원 선형 시불변 시스템의 상태 방정식이 다음과 같이 관측자 표준형으로 주어진다 하자.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2-1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2-2)$$

여기서  $x(t)$ 는 n차원 상태 벡터,  $u(t)$ 는 입력,  $y(t)$ 는 출력이며 A, B 및 C는 적절한 차원을 갖는 상수 행렬들이다. 또한 이 시스템은 가제어, 가관측하다고 가정한다.

이때 식 (2-1), (2-2)를 측정가능한 상태와 측정불가능한 상태로 분할하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} U(t) \quad (2-3)$$

$x_1(t) = y(t)$ 를 이용하여 식(2-3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\dot{y}(t) = A_{11}y(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \quad (2-4)$$

$$\dot{x}_2(t) = A_{22}x_2(t) + A_{21}y(t) + B_2u(t) \quad (2-5)$$

여기서,

$$\bar{u}(t) = A_{21}y(t) + B_2u(t),$$

$$w(t) = \dot{y}(t) - A_{11}y(t) - B_1u(t)$$

로 정의하면  $\bar{u}(t)$ 와  $w(t)$ 는 측정가능한  $u(t)$ 와  $y(t)$ 의 함수이다. 결국 (n-1)차원을 갖는  $x_2(t)$ 의 상태관측자는 식(2-6)과 같은 형태로 구성할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = (A_{22} - LA_{12})\hat{x}_2(t) + Lw(t) + \bar{u}(t) \quad (2-6)$$

$\bar{u}(t)$ 와  $y(t)$ 를 식(2-6)에 대입하여 식(2-7)을 얻는다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2(t) = & (A_{22} - LA_{12})\hat{x}_2(t) \\ & + L(\dot{y}(t) - A_{11}y(t) \\ & - B_1 u(t)) + (A_{21}y(t) \\ & + B_2 u(t)) \end{aligned} \quad (2-7)$$

여기서 L은  $(A_{22} - LA_{12})$ 의 고유치가 충분히 큰 음의 실수부를 갖도록 임의로 선정한다. 또한 출력의 미분항을 없애기 위하여

$$z(t) = \hat{x}_2(t) - Ly(t)$$

를 정의하면

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) = & (A_{22} - LA_{12})z(t) \\ & + ((A_{22} - LA_{12})L \\ & + (A_{21} - LA_{11}))y(t) \\ & + (B_2 - LB_1)u(t) \end{aligned} \quad (2-8)$$

이고,  $x_2(t)$ 의 추정상태  $\hat{x}_2(t)$ 는 다음 식으로 유도된다.

$$\hat{x}_2(t) = z(t) + Ly(t) \quad (2-9)$$

또한 실제상태와 추정상태사이의 오차는

$$\dot{e}(t) = (A_{22} - LA_{12})e(t)$$

가 되므로 L값의 적절한 선택에 의해서  $t \rightarrow \infty$ 가 됨으로써 '0'으로 수렴한다.

본 논문에서는 이러한 이론하에서 실시간 제어가 가능하도록 micro-processor를 이용하여 디지털 제어기를 구성한다. 디지털 제어기를 사용할 경우의 장점은 첫째가 설계 사양이 임의로 변경되어도 간단히 software를 수정함으로써 설계의 신뢰성을 회복할 수 있으며, 둘째로 hardware-controller 구성에 따른 여러가지 제약과 이때 나타나는 noise 및 disturbance에 대한 문제를 해결할 수 있다는 것이다.

### 3. Control Algorithm

DC motor의 상태 방정식을 다음과 같이 2차계로 구한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3-1a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3-1b)$$

이 연속계의 입력과 출력을 A/D변환기를 통하여 디지털 제어기의 입력으로 사용하였다. A/D 변환기를 통한 입출력 정보를 이용한 디지털 관측자는 다음과 같다.

$$z(k+1) = Fz(k) + Gy(k) + Hu(k) \quad (3-2a)$$

$$x(k) = z(k) - Ly(k) \quad (3-2b)$$

이 연산을 수행하기 위해서는 4번의 곱셈과 3번의 덧셈이 필요하다. 이 연산 수행시간을 최소로 하기 위해서 micro-computer의 monitor ROM에 내장되어 있는 subroutin을 최대한 활용하였으며 D/A 변환기가 8bit만을 처리할 수 있으므로 floating point 연산결과를 정규화하는 과정을 수행하여 제한되어 있는 bit로 인해 발생할 수 있는 error를 최소화 하였다.

### 4. 실험

motor의 전달함수를 얻기 위하여 참고문헌 [5]의 방법에 따라 구하였다.

$$\frac{\omega(s)}{E(s)} = \frac{K_g / K_T}{(\tau_e s + 1)(\tau_m s + 1)} \quad (4-1)$$

여기서  $\omega(s)$ 는 속도이고,  $E(s)$ 는 인가 전압이며,  $K_T, K_g$ 는 각각 torque 상수, tachogenerator의 전압상수로서 (v/rad/sec)의 차원을 갖는다.

이 시스템의 상태를 각속도  $\omega(t)$ 와 그 시간 변화율을  $\dot{\omega}(t)$ 로 놓고 상태 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} U(t) \\ y(t) = & x_1(t) \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } a_1 = & (\tau_e + \tau_m) / \tau_e \tau_m \\ a_2 = & 1 / \tau_e \tau_m \\ b = & K_g / (K_T \tau_e \tau_m) \end{aligned}$$

이다.

시스템 구성도는 그림1에 제시하였으며, DC drive 회로도도 그림2에 제시하였다.

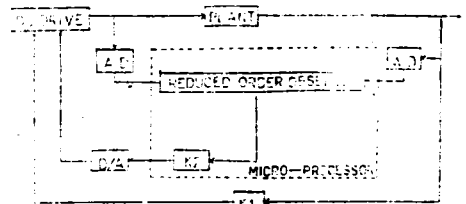


그림 1 시스템 구성도

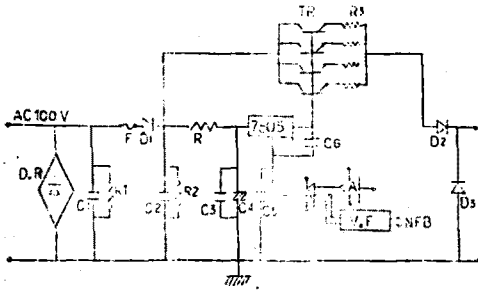


그림 2 DC 구동회로

본 실험의 타당성을 입증하기 위해서 analog simulator로 plant를 구성하여 실험을 수행한 후 DC motor를 대상으로 실험 하였다.

이러한 실험과정에서 상태들이 빠른 속도로 변화하는 구간에서는 약간의 error가 발생하였다. 또한 구동회로에서는 소전력과 대전력 사이의 연계 문제에 어려움이 발생하였다.

### 5. 결론

본 연구의 결과로는 plant에서 측정가능한 상태인 속도와 측정불가능한 상태인 가속도를 구성된 관측자로부터 얻어 feedback시킴으로써 개선된 동특성을 얻을 수 있었다. 여기에서는 2차계에 대해서 적용하였으나 빠른 수행시간을 갖는 micro-processor가 범용화됨에 따라 좀더 복잡한 계에도 적용가능할 것으로 기대된다. 또한 bit 수가 확장됨에 따라 D/A, A/D 변환의 분해능이 개선되면 bit수의 제한에 따른 error도 감소시킬 수 있을 것으로 기대된다.

### 6. 참고문헌

- [1] Luenberger, D. G., "Observing the State of a Linear System." IEEE Trans. Mil. Electron., Vol. MIL-8, pp. 74-80. 1964
- [2] Ramar, K., and Gourishankar, V., "Optimal Observers With Specified Eigenvalues." Int. J. Control. Vol. 27, No. 2, pp. 239-244. 1978
- [3] N. K. De, S. Sinha, A. K. Chattopadhyay, "Microcomputer as a Programmable Controller for State Feedback Control of a DC Motor Employing Thyristor Amplifier" IEEE Trans. Industry Applications, Vol. IA-21, No. 4, pp. 571-579. 1985.
- [4] B. C. Kuo, J. Tal, "DC Motors and Control Systems", SRL Publishing Co., Champaign, Illinois, 1978
- [5] Electro-Craft Co. "DC Motors Speed Controls Servo Systems." Pergamon Press.