

박 관 수 *
한 민 구
한 승 엽
정 현 교

서울대학교
서울대학교
서울대학교
강원대학교

1. 서 론

1964년에 Gummel¹⁾이 반도체소자의 전류-전압관계를 수치해석적으로 구하는 방법을 제시한 이래 이에 따른 적합한 수치해석방법을 도입하는 것과, 실제 반도체에 잘 맞는 Parameter를 설정해주는것이 연구과제가 되어 왔다. 그 중 수치해석 방법으로는 지금까지 유한차분법²⁾ (Finite Difference Method)이 많이 사용되어 왔으나 이 방법은 해석 모델의 형상이 불규칙해지거나, 해가 일부 영역에서 급격하게 변할 경우에는 적용에 제한이 따르고, 초기값도 실제값에 근사하게 주어야하는 어려움이 있었다. 반도체는 Junction부근의 좁은영역에서 전자와 정공의 농도가 급격하게 변화하며, 이러한 부분에는 절점을 세밀하게 많이 잡아야하는데 F.D.M.의 경우에는 해의 수렴에 필요한 인접절점과의 거리허용비가 작기때문에 절점의 수가 비효율적으로 많아지며, 임의의 모델에서 초기값을 잘 설정하는것도 쉽지않다. 따라서 최근 들어 유한요소법(Finite Element Method)을

이용한 반도체해석방법³⁾이 제시되고 있다. 반도체 Equation은 1차와 2차 미분항이 함께 존재하는 일종의 비선형 Convection-Diffusion Equation (C.D.E.)이다. 따라서 각 계수의 크기에 따라 oscillation 또는 dissipation effect가 일어난다. 이러한 불필요한 effect를 줄이기 위하여 Upwind method를 도입한다.

본 연구에서는 반도체 방정식에 Upwind method를 이용하는 방안을 제시하였으며, 이것을 PN Diode에 적용하여 여러 bias에서의 carrier 분포를 구하였다.

2. 본 론

2.1. 유한요소법의 적용

반도체 내의 전기적 특성은 Poisson 방정식, 전류연속방정식, 그리고 전류밀도방정식 등으로 아래와 같이 표현된다.

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = -q(p - n + N_D^+ - N_A^-) \dots \dots (1)$$

$$q \frac{\partial p}{\partial t} = - \nabla \cdot q (p \vec{\nu}_p - D_p \nabla p) + qU \dots (2)$$

$$q \frac{\partial n}{\partial t} = - \nabla \cdot q (n \vec{\nu}_n - D_n \nabla n) + qU \dots (3)$$

여기서 $\vec{\nu}_p, \vec{\nu}_n$ 은 carrier의 drift velocity이다.

식 (1) ~ (3)에서 가중잔차법⁴⁾을 사용하여 유한요소방정식을 얻는다. 보간함수 $\phi_i(x)$ 를 정의하여 잔차(Residual)를 구하면 아래와 같다.

$$R_p^e = \{ \nabla \cdot (\epsilon \nabla V) + q(p - n + N_D^+ - N_A^-) \} w_i \dots (4)$$

$$R_p^e = \{ - \nabla \cdot q(p \vec{\nu}_p - D_p \nabla p) + qU - q \frac{\partial p}{\partial t} \} w_i \dots (5)$$

$$R_n^e = \{ - \nabla \cdot q(n \vec{\nu}_n - D_n \nabla n) + qU - q \frac{\partial n}{\partial t} \} w_i \dots (6)$$

여기서 w_i 는 가중함수이다.

2.2. Upwind Technique

식(2), (3)을 보면 1차 및 2차 미분항이 함께 존재하는 C.D.E.이며, 1차 미분항의 계수가 2차미분항의 계수보다 크다. 따라서 carrier의 농도가 급격하게 변하는 부분에서 oscillation이 일어날수 있다. 이것을 줄이기 위하여 가중함수를 그림 2와 같이 준다.⁴⁾

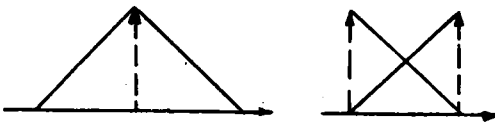


그림 1. 선형 가중함수



그림 2. Upwind 가중함수

$$w_i = \phi_i + \alpha \psi_i$$

$$= \frac{x-x_i}{x_i-x_{i-1}} + \frac{\alpha(x-x_{i-1})(x_i-x)}{(x_i-x_{i-1})^2}, x_{i-1} \leq x \leq x_i$$

$$= \frac{x_{i+1}-x}{x_{i+1}-x_i} - \frac{\alpha(x-x_i)(x_{i+1}-x)}{(x_{i+1}-x_i)^2}, x_i \leq x \leq x_{i+1}$$

..... (7)

식(7)의 가중함수를 써서 잔차로부터 유한요소방정식을 구한다.

$$[KV] \vec{V} = [KM] (\vec{p} - \vec{n}) + \{FV\} \dots (8)$$

$$[KM] \frac{dp}{dt} - [KH] \vec{p} - \{FH\} = 0 \dots (9)$$

$$[KM] \frac{dn}{dt} - [KN] \vec{n} - \{FN\} = 0 \dots (10)$$

단 $KV_{ij} = \int \nabla w_i \cdot \nabla \phi_j dS$

$$KM_{ij} = \frac{q}{\epsilon} \int w_i \phi_j dS$$

$$KH_{ij} = \vec{\nu}_p \cdot \int \nabla w_i \phi_j dS - D_p \int \nabla w_i \cdot \nabla \phi_j dS$$

$$KN_{ij} = -\vec{\nu}_n \cdot \int \nabla w_i \phi_j dS + D_n \int \nabla w_i \cdot \nabla \phi_j dS$$

$$FV_i = \frac{q}{\epsilon} \int w_i (N_D^+ - N_A^-) dS$$

$$FH_i = \int w_i U dS$$

$$FN_i = - \int w_i U dS$$

여기서 α 는 scaling factor로서 Upwind bias의 방향과 정도를 정하여주는 계수⁵⁾이며 $\alpha = 0$ 일때는 Galerkin method와 같게 된다. (그림 1)

2.3. 모델설정 및 결과

본 연구에서는 먼저 PN 다이오드의 정상상태를 모델로 삼았으며 소자모양은



그림 3. 소자 모양

실리콘의 경우 recombination rate 는 Shockley - Read - Hall model 을 사용한다.

$$U = \frac{np - n^2 i_e}{\tau_p(n + n_t) + \tau_n(p + p_t)} \dots\dots (11)$$

carrier 의 drift velocity 는 $\vec{v}_p = \mu_p \vec{E}$,
 $\vec{v}_n = -\mu_n \vec{E}$ 로 나타내어지나 mobility 는 field 의 함수로 주어지므로 Caughey와 Thomas⁶⁾ 가 제시한 실험식을 사용한다.

$$\mu = \mu_0 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{\mu_0 |E|}{\nu_{max}} \right)^\beta \right\}^{-\frac{1}{\beta}} \dots\dots (12)$$

$$\mu_0 = \mu_{min} + \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{1 + \left(\frac{N_A + N_D}{N_{ref}} \right)^\alpha}$$

	μ_{max}	μ_{min}	N_{ref}	α	β	ν_{max}
n	1360	92	1.3×10^7	0.91	2	1.1×10^7
p	520	65	2.4×10^7	0.61	1	9.5×10^6

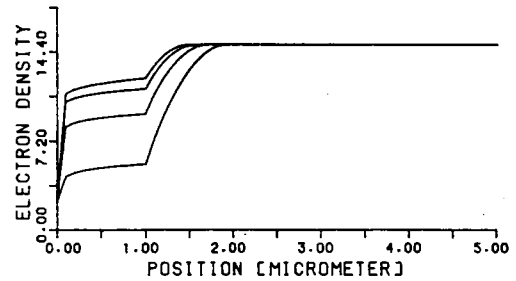
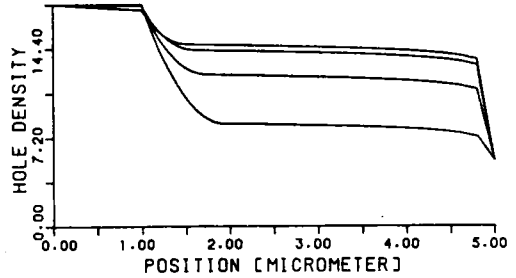
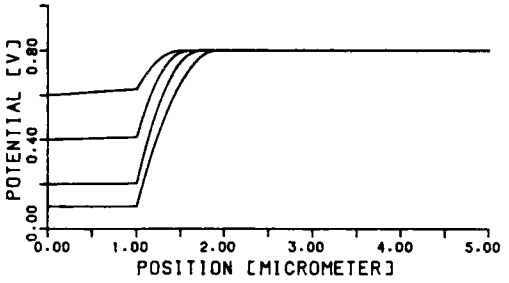


그림 4. 전위, 정공 및 전자분포
 (V=0.1, 0.2, 0.4, 0.6 [V])

3. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 반도체특성해석방법을 다루었다. 반도체 방정식은 1차와 2차미분항이 함께 존재하는 C.D.E. 이기 때문에 해를 구하는데 oscillation이 일어나기 쉬우므로 Upwind method 를 이용하여 수렴안정화를 이루는 방법을 제시하였다.

이것을 1차원 PN Diode 에 적용하여

또한 degeneration 은 일어나지 않으며 ohmic contact 를 만족하며, 전 구간의 온도는 일정하다고 본다.

이상과 같은 모델에 여러 bias (0.1V, 0.2V, 0.4V, 0.6V) 를 가했을 경우의 전위와 전자, 정공의 농도분포는 그림 4 와 같다.

만족할 만한 결과를 얻었으며, 이것은 Transistor, Field effect device 등에도 이용될 수 있다.

<참 고 문 헌 >

- (1) H. K. Gummel, A self-consistent interative scheme for one-tim sional steady state transistor calculations, IEEE Trans, Electrib Devices ED-11, 455 (1964)
- (2) L.Lapidus and G.F. Pinder, Numerical solution of partial differential equations in science and Engineering, John Wiley & Sons, New York, 1982
- (3) J. J. Barnes and R.J. Lomax, Finate-Element method in semiconductor device simulation, IEEE Trans. Electron Devices ED-24, 1082 (1977)
- (4) J.T. Oden and G.F. Carey, Finite Elements-Computational Aspects, Vol.3, Printice Hall, 1984
- (5) M.D. Broissia and J.Bazinet, An 'Upwind' Finite Element Method via Numerical Integration, Int. J. Mum. Meth. Engng., Vol.18, 381, 1982
- (6) D. M. Caugbey and R.E. Thomas, Carrier mobilities in silicon empirically related to doping and field, Proc. IEEE, Vol.55, 2192, 1967