하계학술대회
논문86-14-2

CDIDF로 記述된 非線形補償器에 의한 比例積分制御系의 操作量補償

Compensating the manipulated quantity of PI Controller by a nonlinear compensator describing the CDIDF.

李 炯 基○ 釜山開放大學 電子工學科
河 弘 坤 東義大學校 電子工學科
尹 炳 道 中央大學校 電氣工學科

1. 序 論

直流電動機의 速度制御系는 일반적으로 非線形素子를갖는 歸還制御系로 數學的인 解析이 복잡하고 等價回路的인 취급이 어려워 非線形素子의 非線形性을 準近似法에 기초를 둔 記述函數로 解析하여 等價線形化모델로 취급하고 있다.[1,2]

特히 非線形素子에 2개의 正弦波가 동시에 인가될때 雙入力記述函數(DIDF:Dual Input Describing Function)로 解析되고 있으며 復素 DIDF(Complex DIDF)의 合成法도 연구되고 있다.[3]

이 CDIDF로 記述되는 非線形補償器는 Nyquist 臨界點 -1+j0을 다른 점으로 이동시키고 實數軸에만 존재하는 M軌跡의 中心을 새로운 軸으로 이동시켜 주므로 系의 非安定度, 低速度應答, 外亂에 의한 速度變動을 개선하는데 利用되고 있다.[4]

本 論文에서는 CDIDF의 合成理論을 이용하여 非線形補償器의 構成法을 제시하고 구성하였다.

이 非線形補償器로 Digital比例積分制御系의 出力을 補償하여 그 實效性을 實驗的으로 확인하였다.

2. 理 論

2-1. CDIDF에 의한 補償系의 構成

그림1은 CDIDF로 記述된 非線形補償器(Nh)로 操作量을 補償하여 直流電動機의 速度를 補償하는 制御系의 構成圖이다.

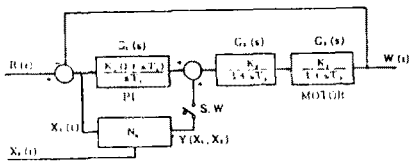


그림1. 操作量을 補償하기 위한 制御系

그림1의 구성도에서 Nh에 設定速度 R(t)와 直流電動機의 速度應答W(t)의 偏差 $X_1(t)$와 제2의 정현파 전압 $X_2(t)$를 인가하여 操作量을 補償하게 되며 스위치 S.W는 補償前.後의 速度應答特性을 얻기 위한 것이다.

2-2. DIDF에 의한 非線形素子의 變換理論

1價이고 奇函數의 특성을 갖는 非線形素子에 그림2와 같이 2개의 정현파

$$X_1(t) = h \sin \omega_1 t = h \sin \varphi_1 \qquad (\varphi_1 = \omega_1 t,\ -\pi \le \varphi_1 \le \pi) \quad (1)$$

$$X_2(t) = \ell \sin(\omega_2 t + \phi) = \ell \sin \varphi_2 \qquad (\varphi_2 = \omega_2 t + \theta,\ -\pi \le \varphi_2 \le \pi) \quad (2)$$

그림2. 2개의 정현파입력신호를 갖는 非線形素子

가 인가될때 非線形素子의 入力 $X(t)$ 는 $X_1(t)+X_2(t)$로 되고 ω_1 과 ω_2 의 비 ω_2/ω_1 이 非有理數일때 $X_1(t)$에 관한 雙入力記述函數 N_{hp} 는 $X_1(t)$과 $X_2(t)$의 진폭h와 ℓ에 관계하는 實數의 函數로 다음과 같이 定義된다.

$$N_{hp}(h, \ell) = \frac{4}{\pi^2 h^2} \int_0^h \int_0^{\ell} \frac{X_1 Y(X_1, X_2)}{\sqrt{(h^2 - X_1^2)}\sqrt{(\ell^2 - X_2^2)}} \partial X_1\, \partial X_2 \quad (3)$$

式(3)에 의해서 그림2의 非線形素子는 그림3과 같이 DIDF로 變換된다. DIDF의 出力 $Y(t)$는

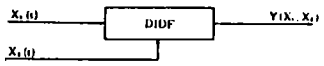


그림3. DIDF의 回路

$X_1(t)$ $X_2(t)$ 의 函數로 다음과 같이 定義된다.

$$Y(X_1,X_2)=\frac{1}{X_1}\frac{\partial^2}{\partial X_1\partial X_2}\int_0^{X_1}\int_0^{X_2}\frac{Y^1S\,N_{hp}(r,s)}{(X_1^2-r^2)^{1/2}(X_2^2-s^2)^{1/2}}\partial r\partial s \quad (4)$$

2-3. CDIDF의 合成理論

제2의 정현파 $Y_1(t)$가 진폭 ℓ 에 종속하는 CDIDF로 合成하기 위해서 한 例로 다음의 DIDF를 생각한다.

$$N_h(\ell)=N_{hp}(\ell)+jN_{hq}(\ell)=K_p\ell^2+jK_q\ell^2 \quad (5)$$

式(5)를 합성하기 위한 합성도와 Vector圖는 그림4의 (a), (b)이다.

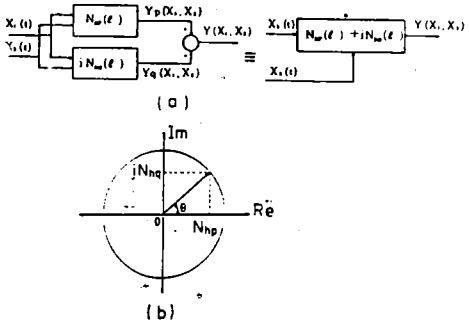


그림4. CDIDF의 合成과 Vector圖

式(5)의 N_{hp}을 式(4)에 代入하면 出力 $Y(X_1,X_2)$는

$$Y(X_1,X_2)=2K_pX_1X_2^2 \quad (X_1\in(-h,h),\ X_2\in(-\ell,\ell)) \quad (6)$$

이다. 式(6)은 CDIDF의 實數部의 出力이고 虛數部의 出力은 式(6)에 K_p 대신에 K_q를 곱하여 位相을 90° 이동시키면 된다.

2-4. 非線形補償器에 의한 操作量補償

그림1의 制御系에서 比例積分制御器, 1次遲延回路, 直流電動機의 周波數應答 $G(j\omega)$는

$$G(j\omega)=G_1(j\omega)\ G_2(j\omega)\ G_3(j\omega)=x+jy \quad (7)$$

이고 여기서 x와 y는

$$x=\frac{K_1K_2K_3\{T_1T_2T_3\omega^3-(T_1-T_2-T_3)\omega\}}{T_1\omega(1+T_2^2\omega^2)(1+T_3^2\omega^2)}$$

$$y=\frac{K_1K_2K_3\{1+(T_1T_2-T_2T_3+T_3T_1)\omega^2\}}{T_1\omega(1+T_2^2\omega^2)(1+T_3^2\omega^2)} \quad (8)$$

이다. 그림1의 制御系에서 補償前 系의 傳遞函數 F_0는

$$F_0=\frac{G}{1+G}=M_0\exp(-j\theta_0) \quad (9)$$

이고 M_0와 θ_0는

$$M_0=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{(1+x)^2+y^2}}$$

$$\theta_0=\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{y}{1+x}\right) \quad (10)$$

이다. 式(10)에서 x와 y의 關係는

$$(x-x_0)^2+y^2=R_0^2 \quad (11)$$

$$\left(x_0=\frac{M_0^2}{1-M_0^2},\ R_0=\frac{M_0}{1-M_0^2}\right)$$

이다.

式(11)은 中心이 X_0이고 반경이 R_0인 원의 방정식이며 中心과 반경이 M_0에 관계하는 것을 알 수 있다. 補償後의 傳遞函數 F_1은

$$F_1=\frac{GN_1}{1+GN_1}=M_1\exp(j\theta_1) \quad (12)$$

$$(N_1=1+N_1=\lambda_1+j\mu_1)$$

이고 λ_1과 μ_1은

$$\lambda_1=1+\frac{T_1\omega}{K_1(1+T_1^2\omega^2)}(N_{hp}T_1\omega-N_{hq})$$

$$\mu_1=\frac{T_1\omega}{K_1(1+T_1^2\omega^2)}(N_{hq}T_1\omega+N_{hp}) \quad (13)$$

이고 M_1과 θ_1은

$$M_1=\sqrt{\frac{(\lambda_1x-\mu_1y)^2+(\mu_1x+\lambda_1y)^2}{(1+\lambda_1x-\mu_1y)^2+(\mu_1x+\lambda_1y)^2}} \quad (14)$$

$$\theta_1=\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1x+\lambda_1y}{\lambda_1x-\mu_1y}\right)-\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1x+\lambda_1y}{1+\lambda_1x-\mu_1y}\right)$$

이다.

그리고 式(14)에서 x와 y의 관계식은

$$(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=R_1^2 \quad (15)$$

이고 x_1, y_1, R_1 은

$$x_1 = \frac{\lambda_1 N_1^2}{(1-M_1^2)(\lambda_1^2+\mu_1^2)}$$

$$y_1 = \frac{-\mu_1 M_1^2}{(1-M_1^2)(\lambda_1^2+\mu_1^2)} \qquad (16)$$

$$R_1 = \frac{M_1}{(1-M_1^2)\sqrt{(\lambda_1^2+\mu_1^2)}}$$

이다. 式(15)는 중심이 (x_1, y_1) , 반경이 R_1 인 원의 방정식이다. 그리고 式(16)에서

$$m_1 = \frac{y_1}{x_1} = -\frac{\mu_1}{\lambda_1} = \frac{T_1\omega(K_q T_1\omega + K_p)\ell^2}{K_1(1+T_1^2\omega^2)+T_1\omega(K_p T_1\omega - K_q)\ell^2} \qquad (17)$$

으로 중심은 기울기 m_1 인 직선상에 존재하게 되며 補償前 M_0의 궤적은 중심이 실수축에만 존재하지만 補償後 M_1의 궤적은 式(17)에 의해서 실수축이 회전하게 되므로 위상여유가 크게 되며 過渡應答 狀態를 줄일 수 있다. 그리고 Niquist臨界點 -1+j0은

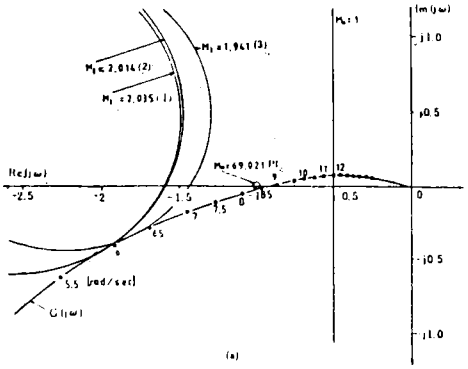
$$P_{c1} = -\frac{1}{N_1} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1^2+\mu_1^2} + j\frac{\mu_1}{\lambda_1^2+\mu_1^2} \qquad (18)$$

로 이동하게 되므로 系의 安定度를 향상시킨다.

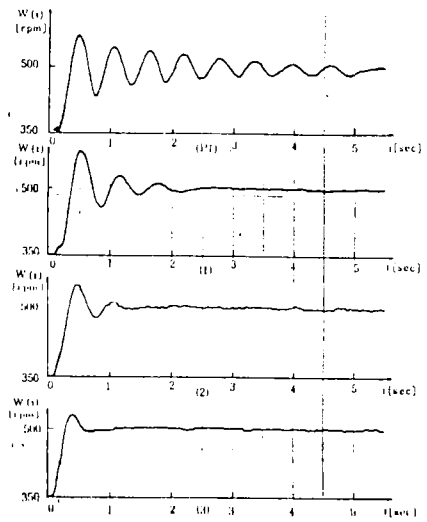
3. 實驗 및 考察

CIDIF로 기술되는 非線形補償器로 그림1의 Digital速度制御系에 操作量을 補償하여 直流電動機의 速度應答을 補償하였다.

操作量을 補償하는 λ_1 과 μ_1 은 式(13)에서 比例積分制御器의 利得 K_1 , 時定數 T_1 , 非線形補償器의 實數部 N_{hp}와 虛數部 N_{hq} , 그리고 角周波數 ω 에 관계하게 되므로 전 系의 利得과 操作量이 동시에 補償되게 된다. 지금K_1이 0.2, T_1이 0.02[sec], K_2가 1, T_2가 0.33[sec], 가 314[rad/sec]일때 Kp는 0.360, Kq가 1.673로 고정시키고 ℓ을 변화 시켰을때 M_1궤적과 直流電動機의 速度應答特性曲線을 그림5(a)와 (b)에 보인 것이다.



(a)



(b)

그림5. ℓ 을 變化시켰을때 操作量補償後 M_1軌跡 (a)와 直流電動機 速度應答特性曲線(b)

그림5의 (a)에서 M_1軌跡의 크기 M_1 , 中心(x,y)을 式(16)으로, Nyquist臨界點 Pc는 式(18)로 계산한 결과를 보인것이다.

표1. M_1軌跡의 크기 및 中心

(1)	0.360	1.673	0.65	2.035	-2.047	-0.452	1.962	-0.174+j0.849	5.8
(2)	0.360	1.673	0.70	2.014	-2.047	-0.453	1.966	-0.255+j1.163	5.8
(3)	0.360	1.673	0.75	1.961	-2.314	-0.640	1.174	0.240+j1.292	6.3

Nyquist臨界點이 다른점으로 이동하게 되므로 系의 安定度가 향상되므로 그림6의 (b)에서 ℓ이 적은 곡선(1)이 M_1이 크기 때문에 過渡應答狀態를 보이고 있지만 ℓ 이 큰 곡선(3)이 곡선(PI)의 過渡應答狀態를 改善시켰다. 式(17)에서 $\ell \to 0$ 일때 m_1

은 0이므로 制御系는 比例積分制御系로 동작하고 $\beta \to \infty$일때에는 $-(K_p T_i \omega + K_p)/(K_p T_i \omega - K_p)$이므로 比例積分制御器의 時定數, 角周波數, 非線形補償器의 實數部와 虛數部의 利得으로 결정된다.

4. 結 論

제2 正弦波入力신호의 振幅에만 관계하는 非線形 補償器를 구성하여 比例積分制御系에 操作量을 구성한 非線形補償器로 補償할때 直流電動機의 速度應答改善에 관해서 M 軌跡을 利用하여 理論的으로 규명하였고 實驗을 통해서 다음의 結論을 얻었다.

1. CDIDF로 記述된 非線形補償器가 操作量을 補償해 주므로써 系 전체의 利得을 변화시키고,
2. M 軌跡의 中心과 Nyquist臨界點 $-1+j0$ 이 CDIDF의 實數部, 虛數部, 比例積分制御器의 利得과 時定數로 결정되는 값만큼 회전하게 되므로
3. 利得 및 位相餘裕가 커져 系의 安定度가 향상되고 速度應答特性의 過渡應答狀態를 억제한다.

참 고 문 헌

(1) Parrell Willimsin "Describing Function Analysis and Oscillation in Non-linear Network" Int.J.Contr., vol.24, no.2, pp.283-293, 1976

(2) Richard K.Miller etal "On the Stability of Limit Cycles in Nonlinear Feetback System: Analysis using Describing Functions "IEEE Trans, Circuit and Syst., vol.CAS-30 NO 9, pp.684-696,1983

(3) A.Isidori and A.Ruberti "On the Synthesis of linear input-output responses for nonliear System" Stystems & Control Letters 4 pp.17-22 1984

(4) E.C.Servetas "A Non-linear Electronic Compensator for Automatic Control Systems" IEEE Trans. on Ind.Elec and Contr.Ins., vol IECI-22. No.2,pp.201-207. 1975