

임 춘택*
조 규형

한국과학기술원
전기및 전자공학과

1. 머리말

스위칭 시스템의 모델링 방법에는, (I) 이상 전압원, 전류원 및 존재 함수 (existence function)로 표시된 스위치로 모델링하는 법 [1], (II) 자세한 동작을 무시하고 평균값 만을 생각하여 전달 함수로써 표시하는 법, (III) CAD 에서와 같이 개별 소자에 대해 식을 세우고 전체 시스템을 차분 방정식 (difference equation)으로 표시하는 법 [2][3], (IV) 스위칭 구간별로 나누어 미분 방정식 또는 상태 방정식으로 표시하는 법, (V) (VI)의 결과를 하나의 식으로 통합하고 (basic state-space averaged model) perturbation을 적용하여 해석하는 상태 공간 평균 모델링 (state-space average modelling)이 있다[4, 5, 6].

본 연구에서는 앞에 소개된 (I), (IV), (V)를 '스위칭 함수'개념을 써서 하나로 통합하여 일반적인 스위칭 전력 시스템에 대해 상태 방정식을 유도하는 방법을 소개한다.

2. 스위칭 함수를 이용한 상태 방정식의 유도 및

비교 검토

(1) 상태 방정식 유도 과정

[그림 1]과 같이 일반적인 스위칭 시스템이 이상적인 스위치 만으로 구성된 스위치 상자 (switch box)와 스위치가 없는 회로 N1, N2의 결합으로 되어 있다고 가정하면 다음과 같은 과정을 거쳐 상태 방정식이 유도된다.

- 1) N1, N2 내의 코일의 전류, 콘덴서의 전압에 대해 state를 할당한다.
- 2) N1의 state의 미분을 N1의 state, state의 미분, 전원, N1과 연결된 스위치 상자의 전류 및 전압의 선형 결합으로 표시한다. N2의 state의 미분도 N2쪽의 변수의 선형 결합으로 표시한다.
- 3) N1과 N2와 연결된 스위치 상자의 전류 및 전압을 스위칭 함수 (또는 존재 함수)를 써서 반대편 전류, 전압으로 표시한다.
- 4) N1과 연결된 스위치 상자의 전류 및 전압을 N1의 전원 및 state의 선형 결합으로 표시한다. N2쪽도 같은 요령으로 표시한다.
- 5) 2), 3), 4)를 연립하여 스위치 상자의 전류 및 전압을 소개하면 다음과 같은 표준형 상태 방정식 및 출력 방정식이 얻어진다.

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t): \text{상태 방정식} \dots\dots\dots (1)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + D(t)U(t): \text{출력 방정식} \dots\dots\dots (2)$$

(2) 상태 방정식의 검토

일반적으로 N1, N2가 선형 시변변이더라도 (1), (2)식은 시변이다. 또한 스위칭 함수(또는 존재 함수)가 state의 영향을 받으면 (1), (2)식은 비선형이 된다. 앞서 소개한 모델링 방법 [1]은 (1), (2)식에서 A = B = C = 0인 경우에 해당하고, [1]은 (1), (2)식을 스위칭 구간 별로 나누어 쓰면 된다. (1)은, 유도과정이 다르긴 하나 (1)식과 등가이므로 (1)식에 perturbation 을 적용하면 (1)와 같은 결론에 도달한다.

3. 스위칭 전력 시스템의 상태공간 모델링 예

(1) 초퍼 (boost converter)

[그림 2]에서 L 및 C에 state 를 할당한다.

$$x_1 = i_L, \quad x_2 = v_C$$

다음 x_1, x_2 의 미분을 표시하는 식을 찾는다.

$$\dot{x}_1 = \dot{i}_L = 1/L(v_s - v_1) \dots\dots (3)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{v}_C = 1/c(i_1' - v_C/R) = 1/c(i_1' - \frac{x_2}{R}) \dots\dots (4)$$

v_1, i_1' 에 관한 식을 찾으면 (단, $u(\cdot)$: 단위 계단 함수, h : 존재 함수)

$$v_1 = h \cdot 0 + \bar{h} \{u(i_1') \cdot v_1' + \bar{u}(i_1') v_s\} = \bar{h} \{u(x_1) \cdot x_2 + \bar{u}(x_1) \cdot v_s\} \dots (5)$$

$$i_1' = \bar{h} \cdot u(i_1) \cdot i_1 = \bar{h} \cdot u(x_1) \cdot x_1 \dots (6)$$

(5)식에서 $h \cdot 0$ 는 스위칭 상자의 1차측이 단락된 경우를 나타낸다. (5), (6) 식은 초퍼가 불연속

동작하는 경우까지 고려한 식이다. (5), (6) 식을 (3), (4)에 대입하면,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\bar{h}}{L} \cdot u(x_1) \\ \frac{\bar{h} \cdot u(x_1)}{c} & -\frac{1}{CR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \{1 - \bar{h} \cdot \bar{u}(x_1)\} \\ 0 \end{pmatrix} v_s \dots (7)$$

$x_1 > 0$ 이면 (7) 식은 h 만의 함수이므로 선형 시변이나, 일반적으로는 비선형 시변이다.

(2) 단상 전류원 인버터 (Single-phase current source inverter)

[그림 3]과 같이 state 를 할당하면

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L} (v_s - R_1 x_1 - v_1) \dots\dots (8)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{C} (i_1' - \frac{x_2}{R_2} - i_o) \dots\dots (9)$$

v_1, i_1' 은 각각 다음과 같다.

$$v_1 = h_{11} \cdot h_{22} x_2 + h_{12} \cdot h_{21} (-x_2) + h_{11} \cdot h_{21} \cdot 0 + h_{12} \cdot h_{22} \cdot 0 \triangleq h x_2 \dots\dots\dots (10)$$

$$i_1' = h_{11} x_1 + h_{21} (-x_1) + h_{11} \cdot h_{21} \cdot 0 = h x_1 \dots\dots\dots (11)$$

(10)식에서 h는 존재 함수의 곱의 합으로 이루어져 있으며 +1, 0, -1 의 값을 갖는다. 존재함수는 +1, 0 값만 가지므로 h 를 이와 구별하여 '스위칭 함수'라 하고 임의의 값을 취할 수 있다고 정의한다.

(10), (11) 식을 (8), (9)에 대입하면,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_1}{L} & -\frac{h}{L} \\ \frac{h}{C} & -\frac{1}{CR_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_s \\ i_o \end{pmatrix} \dots (12)$$

4. 맺음 말

간단한 스위칭 전력 시스템의 예를 통해 스위칭 함수로서 상태 방정식을 세우는 방법 - '스위칭 함수 상태 공간 모델링'을 소개하였다. 이 모델링 방법은 기존의 모델링을 통합한 것 이외에도 장점이 있다. 스위치가 많거나 PWM 같이 스위칭이 복잡한 시스템 모델링 시에도 간단하고도 단일한 식의 상태 방정식이 얻어진다. 예컨대 상태 공간 평균 모델링의 경우는 스위칭 형태가 복잡하면 수식도 비례해서 복잡해진다.

5. 참고문헌

- [1] Peter Wood, Switching Power Converters, N.Y., Van Nostrand Reinhold Company, 1981, Ch. 1 - Ch. 5
- [2] William J. McCalla and Donald O. Pederson, "Elements of Computer-Aided Circuit Analysis", IEEE Trans. Circuit Theory, Vol. CT-18, pp.14-26, January 1971.
- [3] Hiromasa Haneda, Yasuaki Kuroe and Toru Maruhashi, "Computer-Aided Analysis of Power-Electronic DC-Motor Drive : Transient and Steady-State Analysis", IEEE Power Electronic Specialist Conference pp.128-139, 1982.

- [4] R.D. Middlebrook and Slobadan Cuk, "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages", Advances in Switched-Mode Power Conversion Vol. I and II, Pasadena California, 1983, pp.73-89. Also in IEEE Proc. Power Electronics Specialists Conference, June 8-10, 1976, Cleveland, OH.
- [5] *ibid.* "A General Unified Approach to Modelling Switching DC-to-DC Converters in Discontinuous Conduction Mode", pp. 109-130. Also in IEEE Proc. Power Electronics Specialists Conference, June 14-16, Palo Alto, CA.
- [6] *ibid.* "State-Space Average Modelling of Converters with Parasitics and Storage-Time Modulation", pp.219-244. Also in IEEE Proc. Power Electronics Specialists Conference, June 16-20, 1980, Atlanta, GA.

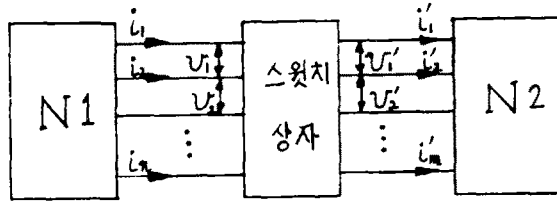


그림 1. 일반적인 스위칭 시스템

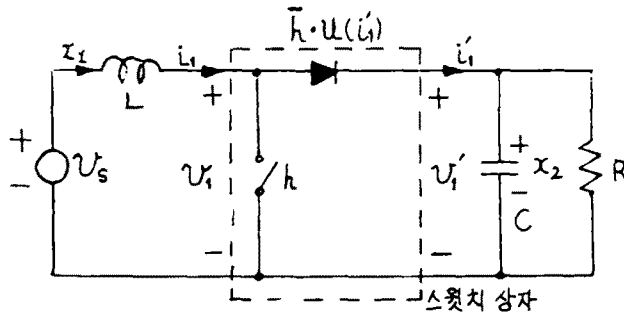


그림 2. Boost Converter

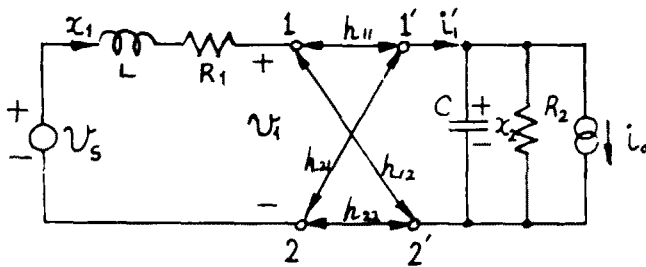


그림 3. 단상 전류원 인버터