

로봇 팔에 대한 로버스트하고 추적 오차를  
최소화하는 제어기 설계

김 세 창 . 신 휘 범 . 윤 명 중  
한국과학 기술원 전기 및 전자공학과

A Robust and Minimum Tracking Error Controller  
Design for Robot Arms

Se-Chang Kim, Hwi-Beom Shin, and Myung-Joong Youn  
Department of Electrical and Electronic Engineering, KAIST

Abstract

This paper describes a design of the dynamic robot arm controller with two points of view, robustness and minimum tracking error. A new approach to the robust control of robot arm is developed and an explicit solution for minimum tracking error control is obtained from the regulator problem in the error space given by modifying the tracking problem. This control law is applied to the SCARA robot and the computer simulation is presented.

이용한 보상 방법을 제시하여 3) 보상에 필요한 계산 시간을 줄였으며 보상된 제어 대상이 로버스트하도록 하였다. 제어 법칙 설계에서는 추적 제어 문제를 오차 공간에서의 레귤레이터 문제로 변환하여 시스템의 오차 미분 방정식이 제차가 되게 하는 일반 해를 제시하였다.

결론으로, 본 연구에서는 수평 다관절형인 SCARA 로봇 팔을 제어 대상으로 하여 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션에서의 주된 연구 대상은 제어계내의 계수 변화와 외란에 대한 제어기의 로버스트 및 추적 오차를 최소화하는 제어 법칙의 입증에 역점을 두었다.

1. 서 론

로봇 팔 매니플레이터의 제어기를 설계할 때 먼저 음 직면하는 문제는 매니플레이터 자체가 여러 개의 링크들이 조인트들에 의해 연결된 다관절형 구조물이어서 다이내믹스가 비선형적이며 고속운동시 커플링 현상이 크게 나타나는 매우 복잡한 시스템이란 점이다. 따라서 비선형과 커플링에 대한 적절한 보상과 제어 법칙이 제시되지 않으면 고속 정밀 제어를 위한 계산이 필요됨에 따라 계산 시간이 길어져 마이크로프로세서 등을 이용한 디지털 제어기에서의 실시간 제어가 어렵게 된다.

많은 논문들이 여러 가지 방법을 이용하여 제어 대상을 선형 부분과 비선형 부분으로 나눈 뒤 비선형 부분을 극부 보상 방법으로 제거하여 보상된 제어 대상이 단위 관심 시스템이 되도록 한 후에 선형 제어에 의한 제어법칙을 설계하였다(1), (2). 그러나 이런 방법들은 보상을 위한 계산량이 많고 계산에 사용된 계수들이 실제치와 차이가 나면 오차 미분 방정식이 비제차하게 된다. 따라서 본 연구에서는 추정치들을

2. 로봇 팔의 운동 방정식

본 연구에서 로봇 팔의 운동 방정식을 폐쇄형 운동 방정식으로 나타내기 위해 L-E (Lagrange-Euler) 방법을 택하였다. L-E 운동 방정식(1)을 로봇 팔의 메카니컬 링크에 적용시켜 로봇 팔의 운동 방정식(2)을 구하고(3) 그 결과를 그림.1의 SCARA 로봇 팔에 적용하였다(3).

$$L = K - P \tag{1-a}$$

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{1-b}$$

에서 로봇 팔의 운동 방정식은

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \tag{2}$$

이며, SCARA 로봇 팔에 이 결과를 적용시키면

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}m_1^2 + \frac{1}{3}m_2^2 + m_1^2 + m_1 l_1 C_1 & \frac{1}{3}m_1^2 + \frac{2}{3}m_1 l_1 C_1 \\ \frac{1}{3}m_1^2 + \frac{2}{3}m_1 l_1 C_1 & \frac{1}{3}m_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_1 l_1 S_2 \dot{\theta}_1 - \frac{1}{2}m_1 l_1 S_2 \dot{\theta}_1^2 \\ \frac{1}{2}m_1 l_1 S_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

이 되며 여기서  $S_2 = \sin\theta_2$ ,  $C_2 = \cos\theta_2$ 이다.

### 3. 보상에 의한 시스템의 선형화 및 로버스트니스

Resolved-acceleration control 이나 control law partitioning 의 경우 그림.2와 같이 계산에 의해  $\hat{\delta}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{G}$  의 값을 구해 로보트 다이내믹스의 비선형 부분을 보상하였다. 이와 같이 계산에 의해 보상할 경우 계산 시간이 길어 실 시간 제어가 어려워짐과 실제제와 계산치간의 차로 인해 오차 미분 방정식이 제차가 되지 않는 단점이 있다. 여기서 제시하는 새로운 방법은 Luo 와 Saridis 의 방법을 개선한 것으로 비선형 부분을 측정치를 이용하여 보상하기 때문에 실 시간 제어를 계산 시간을 크게 단축시킬 수 있다. 그림.3과 같이 토오크 서보의 입력 명령과 가속도 측정치로 부터 비선형 부분을 보상하여 제어 대상이 단위 관심 시스템이 되도록 하였다. 즉 로보트 팔의 운동 방정식 (2)에서 자체 링크에 의한 관심 토오크를 제외한 나머지 전부를 외란 TL 토오크로 이 외란에 시스템의 마찰에 의한 항을 고려하면 조인트에서의 운동 방정식은

$$\tau_1 = D_{11}(\theta)\ddot{\theta}_1 + TL_1 \quad (4)$$

이 되며 여기서  $TL_1$  는

$$TL_1 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^n D_{1j}(\theta)\ddot{\theta}_j + H_1(\theta, \dot{\theta}) + V_1\dot{\theta}_1 + G_1(\theta) \quad (5)$$

이다. (4)로 부터  $TL_1$  는

$$TL_1 = \tau_1 - D_{11}(\theta)\ddot{\theta}_1 \quad (6)$$

이므로 조인트에 인가한 토오크와 가속도 측정치만 있으면  $TL_1$  를 정확히 보상할 수 있다. 그러나 토오크 서보를 사용하면 그림.3-b와 같이 간단히  $TL_1$  를 보상할 수 있으며 보상된 제어 대상은

$$\tau_{c1} = \ddot{\theta} \quad (7)$$

인 단위 관심 시스템이 된다.

계외 로버스트 문제는 관심 항의 계수에서 실제제와 계산치의 차이  $\Delta D_{11}(\theta)$  에 의한 토오크와 외란  $T_{di}$  항을  $TL_1$  에 포함시키면

$$TL_1 = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 1}}^n D_{1j}\ddot{\theta}_j + \Delta D_{11}(\theta)\ddot{\theta}_1 + H_1(\theta, \dot{\theta}) + V_1\dot{\theta}_1 + G_1(\theta) + T_{di} \quad (8)$$

이 되며  $TL_1$  가 정확히 보상된다면 계외 로버스트는 보장된다.

### 4. 최소 추적 오차를 위한 제어 법칙 설계

주어진 궤적을 오차없이 추적하려면 시스템의 오차 미분방정식이 제차가 되어야 하며 오차 다이내믹스도 플랜트의 운동에 비해 충분히 빨라야 한다. 이러한 조건을 만족시키기 위하여 다음과 같은 방법을 제시했다. 추적 제어 문제를 오차 공간에서의 레귤레이터 문제로 변환하여 최적 상태 제어에 (6) 의해 오차 미분 방정식이 제차가 되게 하였다.

궤적 입력을  $x_d$ , 플랜트의 실제치를  $x$  라 놓고 오차 상태 벡터  $\bar{x}$  을

$$\bar{x} = x - x_d \quad (9)$$

로 정의하자. 제어 대상은

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} + bu \quad (10)$$

$$y = c \bar{x}$$

이 되며 (9)를 (10)에 적용하여  $x$  를 소거하면

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} + b\bar{u} \quad (11)$$

$$\bar{y} = c \bar{x}$$

이 되며  $\bar{u}$  과  $\bar{y}$  은

$$\bar{u} = u - (bb^t)^{-1} b^t (\dot{x}_d - Ax_d) \quad (12-a)$$

$$\bar{y} = y - cx_d \quad (12-b)$$

로 정의된다.

여기서 성능 지수를

$$J = \frac{1}{2} \bar{x}^t(t_f) G \bar{x}(t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [\bar{x}^t(t) Q(t) \bar{x}(t) + \bar{u}^t(t) R(t) \bar{u}(t)] dt \quad (13)$$

라 놓고 식 (13)을 최소화하는 입력  $\bar{u}^*(t)$  를 구하

면 6), 7)

$$\ddot{u}^*(t) = -L \ddot{x}(t) \quad (14)$$

상태 제한이 되어 최소 추적 오차를 위한 최적 제어 법칙 (15)를 구할 수 있다.

$$u = L(x_d - x) + (bb^t)^{-1}b^t(\dot{x}_d - Ax_d) \quad (15)$$

(15)를 불럭 구성도로 나타내면 그림. 4가 되며 위의 결과를 단위 관성 시스템으로 변환된 SCARA 로봇의 조인트 1에 적용하면 제어 법칙은

$$u = \ddot{\theta}_{d1} + l_1(\dot{\theta}_{d1} - \dot{\theta}_1) + l_2(\theta_{d1} - \theta_1) + l_3 \int (\theta_{d1} - \theta_1) dt \quad (16)$$

이며 보상 및 제어 법칙을 도시화하면 그림.5가 된다.

## 5. 시뮬레이션

3장과 4장의 결과를 SCARA 로봇의 모델(3)에 적용하여 시뮬레이션하였다. 조인트 입력 명령으로 는 그림. 6의 궤적을 두 축에 동시에 인가하여 링크들이 동시 동작하도록 하였으며 조인트 1에서의 토버스트 및 최소 추적 오차 제어 법칙의 성능을 확인하였다.

시뮬레이션에 사용된 이득 L 은

$$l_1 = 17, l_2 = 88, l_3 = 173$$

으로 하였으며, 그림. 7은 PID 제어 법칙을 사용한 제어계에서 외란 TL 에 대한 보상 루프의 성능을 확인 하는 것으로 외란에 시스템의 마찰력(모터 비스코스의 5배, Coulomb 마찰은 모터 출력 토오크의 10%로 가정)을 곱하였다. 그림. 8은 파라미터 변화 ( $\hat{D}_{ii}(\theta) \rightarrow 0.7\hat{D}_{ii,av}$ ) 에 따른 계의 토버스트를 확인한 것이며 그림. 9는 PID 제어의 성능과 최소 추적 오차 제어의 성능을 비교한 것이다. 시뮬레이션 결과 외란이나 파라미터 변화에 대해 계의 토버스트가 잘 확인되었으며 추적 제어시 PID 제어 보다 본 연구에서 제시한 최소 추적 오차 제어 법칙이 위치 오차가 매우 작음을 확인할 수 있었다.

## 6. 결론

이상의 연구 결과로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 비선형의 복잡한 연결 구조를 갖는 로봇의

다이나믹스를 토오크 서보의 입력 토오크 명령과 가속도 측정치만을 사용하여 외란 및 파라미터 변화에 따른 계의 토버스트를 보장하는 보상을 할 수 있으며 이 보상에 의해 각 조인트들을 독립된 단위 관성 시스템으로 모델링할 수 있다. 따라서 보상을 위한 계산량이 매우 적어 마이크로프로세서를 이용한 실시간 제어기 설계가 용이하다. 추적 제어 문제를 레귤레이터 문제로 변환하여 설계함으로써 제어기의 최적 제어 법칙을 구하기 쉽고 PID 제어의 경우 위치 오차가 가끔씩 크게 발생되지만 최소 추적 오차 제어 법칙을 사용하면 위치 오차를 무시할 수 있는 작은 값으로 줄일 수 있다.

## 참고 문헌

- 1 J.Y.S. Luh, M.W. Walker, and R.P. Paul, "Resolved-acceleration control of mechanical manipulators", IEEE Trans. Automatic Control, vol. AC-25, No. 3, June 1980, pp. 468-474.
- 2 J.J. Craig, "Introduction to robotics mechanics & control", Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- 3 G.L. Luo and N. Saridis, "L-Q design of PID controllers for robot arms", IEEE Trans. Robotics and Automation, vol. RA-1, No. 3, September 1985, pp. 152-159.
- 4 R.P. Paul, "Robot manipulators mathematics, programming, and control", the MIT Press, 1981.
- 5 C.S.G. Lee, R.C. Gonzalez, and K.S. Fu, "Tutorial on robotics", IEEE Computer Society Press, 1983.
- 6 D.E. Kirk, "Optimal control theory an introduction", Prentice-Hall Inc., 1970.
- 7 J.L. Melsa and S.K. Jones, "Computer programs for computational assistance in the study of linear control theory", McGraw-Hill Book Company, 1973.
- 8 C.T. Chen, "Linear system theory and design", CBS College Publishing, 1984.
- 9 K.J. Astrom and B. Wittenmark, "Computer-controlled systems", Prentice-Hall Inc., 1984.

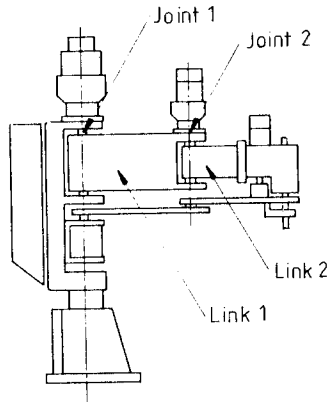


그림 1. SCARA 로봇의 외형

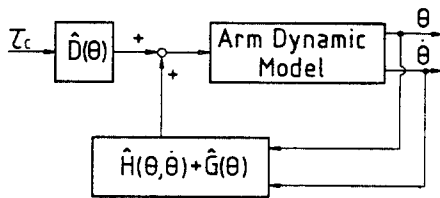
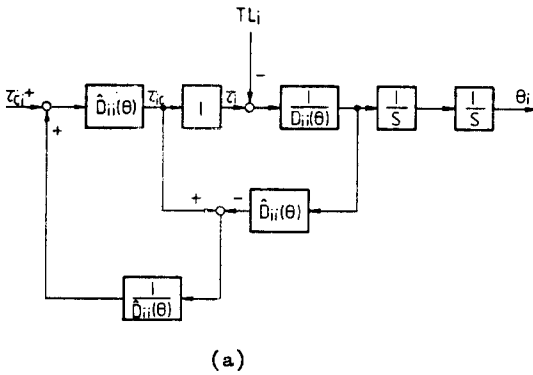
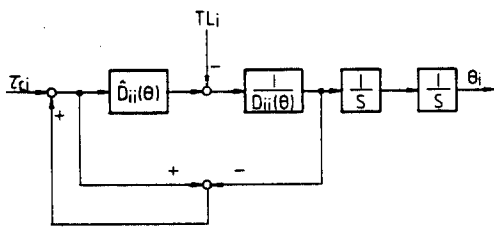


그림 2. 계산에 의한 모델의 비선형 부분 보상



(a)



(b)

그림 3. 추정치를 이용한 모델의 비선형 부분 보상

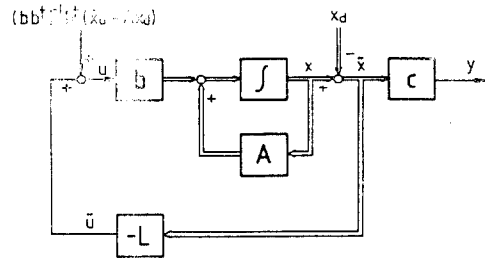


그림 4. 상태 제한에 의한 추적 제어기

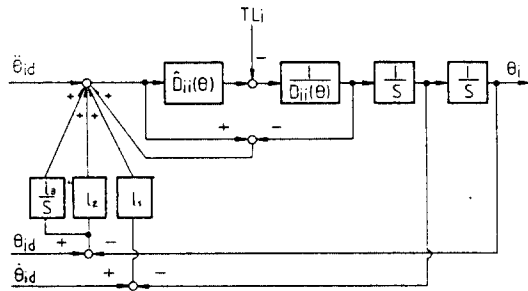


그림 5. SCARA 로봇트 조인트 1의 제어 시스템

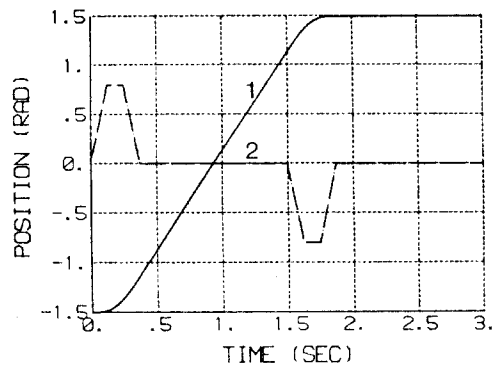


그림 6. 시뮬레이션 입력 위치 궤적  
1) 위치 궤적  
2) 가속도 궤적 ( $\times 10 \text{ rad/sec}^2$ )

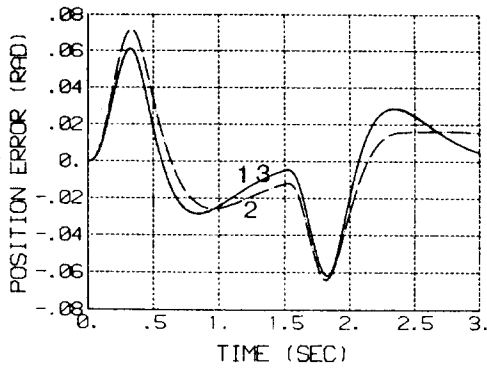


그림 7. 외란에 대한 계의 로버스트

- 1) 외란이 있는 경우
- 2) 외란을 고립한 경우
- 3) 보상을 한 경우

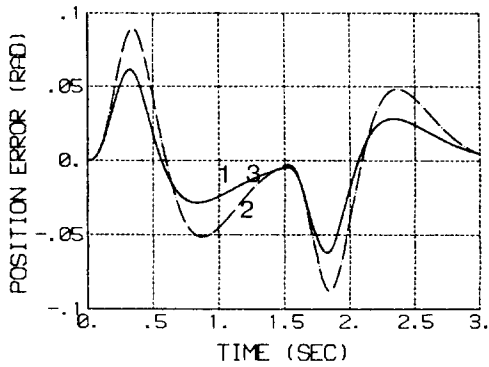


그림 8. 파라미터 변화에 대한 계의 로버스트

- 1) 변화가 없는 경우
- 2) 변화를 준 경우
- 3) 보상을 한 경우

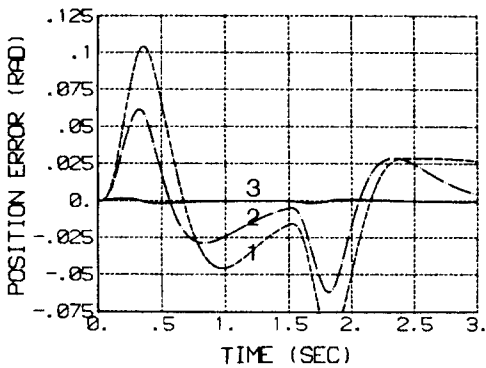


그림 9. PID 제어 및 최소 추적 오차 제어시 위치 오차 비교

- 1) PID 제어에 보상이 없는 경우
- 2) PID 제어에 보상을 한 경우
- 3) 최소 추적 오차 제어