

유한 구간 필터의 성능 분석

권 오 규, 허 욱 열

인하 대학교 전기공학과

Performance Analyses of FIR Filter and Limited Memory Filters

Oh-Kyu Kwon and Uk-Youl Huh

Dept. of Electrical Engineering, Inha University

ABSTRACT

This paper deals with the problem of stability and error analyses of the FIR filter and the limited memory filters. It is shown that the FIR filter has the best performance among them, which is demonstrated by some simple examples and via simulations.

I. 서 론

유한기억필터는 필터의 발산문제 해결에 효과적인 필터로서 Jazwinski[1], Schweppe[2], Buxbaum[3], Bierman[4], Bruckstein과 Kailath[5] 등이 제시한 바 있다. 그런데 이 필터들은 안정도가 보장되지 않기 때문에 실현상의 문제점을 지니고 있으며, 또한 적용상의 몇가지 제약성 및 단점을 지니고 있다. 그리하여 유한기억필터들의 이러한 문제점을 보완하면서 동시에 발산문제에도 대비하는 필터로서 FIR(finite impulse response) 필터가 제시되었다[6,7].

본 논문에서는 Jazwinski[1]의 유한기억필터와 Bruckstein과 Kailath[5]의 순환형 유한기억필터, 그리고 FIR 필터 [6,7]의 성능을 분석 비교하고자 한다. 이 필터들은 서로 적용조건 및 평가함수가 다르기 때문에 일반적인 성능분석 및 비교에는 어려운 점이 있으므로, 대상시스템을 우선 간단한 것을 취하여 이에 대한 해석적 비교 및 모의 실험을 통한 비교를 행할 것이다.

II. 유한기억필터와 FIR필터 알고리즘

본 논문에서 분석 비교하게 될 필터들의 적용조건 및 알고리즘을 요약하면 다음과 같다. 편의상 시불변 시스템의 경우만을 제시한다.

II-1. 유한기억 필터[1]

이 필터는 시스템잡음이 없는 이산형 상태공간 모델에 적용된다.

$$x(i+1) = Ax(i) \quad (2.1)$$

$$z(i) = Cx(i) + v(i) \quad (2.2)$$

식(2.1)에서 초기상태 $x(0)$ 는 평균 m_0 , 분산 $P_0 > 0$ 인 정규분포의 확률변수이고, $v(i)$ 는 영평균 백색잡음으로서 $E[v(i)v'(j)] = R\delta_{ij}$, $R > 0$, $E[x(0)v'(j)] = 0$ 이다. 판별함수는 조건부 확률 밀도 함수로서 $J = P(x(i)|z_{[i-N,i]})$ 이며, 이 필터는 이것을 최대화시키는 최대공산추정자로서 다음과 같이 주어진다.

$$\hat{x}_L(i|N) = P_L^{-1}(i|N) [P^{-1}(i|i)\hat{x}(i|i) - P^{-1}(i|i-N-1) \cdot \hat{x}(i|i-N-1)] \quad (2.3)$$

$$P_L(i|N) = [P^{-1}(i|i) - P^{-1}(i|i-N-1)]^{-1}. \quad (2.4)$$

식(2.3)에서 $\hat{x}_L(i|N)$ 이 시점 i 에서 관측정보 $z_{[i-N,i]}$ 로부터 구성되는 유한기억필터, $P_L(i|N)$ 은 이 필터의 추정오차 상호분산이며, $\hat{x}(i|i)$ 와 $P(i|i)$ 는 칼만필터와 추정오차 상호분산, $\hat{x}(i|i-N-1)$ 와 $P(i|i-N-1)$ 은 예측자 및 예측오차 상호분산이다.

식(2.3)에서 보는 바와 같이 유한기억 필터는 칼만 필터와 $N+1$ 단 예측자의 가중차로서 얻어진다. 그런데

칼만필터는 발산문제를 안고 있으며, 이러한 칼만필터를 그대로 사용한다는 점에서 유한기억필터는 문제시된다. 또한 이 필터는 대상 시스템이 이산형 상태공간 모델로서 시스템잡음이 없는 경우에만 적용된다는 제약 조건이 있어 적용범위가 매우 제한된다.

II-2. 순환형 유한기억 필터 [5]

이 필터는 일반적인 선형 상태공간 모델에 모두 적용되는 것으로서 편의상 연속형 시불변 시스템의 결과만 요약하기로 한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + w(t) \quad (2.5)$$

$$z(t) = Cx(t) + v(t) \quad (2.6)$$

식(2.5)에서 초기상태 $x(0)$ 는 평균 m_0 , 분산 P_0 인 확률 변수, 시스템잡음 $w(\cdot)$ 와 관측잡음 $v(\cdot)$ 는 영평균 백색잡음으로서 $E[w(t)w'(s)] = Q\delta(t-s)$, $E[v(t)v'(s)] = R\delta(t-s)$, $E[x(0)w'(t)] = E[x(0)v'(t)] = E[w(t)v'(s)] = 0$ 이다. 판별함수는 $J = E\{[x(t) - \hat{x}(t|t;T)]' [x(t) - \hat{x}(t|t;T)] | z_{[t-T, t]}\}$ 이며, 이를 최소화시키는 선형 최소분산 추정자로서 순환형 유한기억 필터는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(t|t;T) \\ \hat{x}(t-T|t;T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & \hat{\phi}^{-1} \\ 0 & \hat{\theta}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A - \hat{P}C'R^{-1}C & -\hat{\phi}BQB' \\ -\hat{\phi}'C'R^{-1}C & -A' + \hat{\theta}BQB' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -\hat{\phi} \\ 0 & \hat{\theta} \end{bmatrix} \\ \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}(t|t;T) \\ \hat{x}(t-T|t;T) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I & \hat{\phi}^{-1} \\ 0 & \hat{\theta}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P}C'R^{-1} & 0 \\ \hat{\phi}'C'R^{-1} & -C'R^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t-T) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

식(2.7)에서 $\hat{x}(t|t;T)$ 와 $\hat{x}(t-T|t;T)$ 은 각각 순환형 유한기억 필터 및 평활기, $\hat{\phi} = \phi(T)$, $\hat{P} = P(T)$, $\hat{\theta} = \theta(T)$ 이다.

$$\dot{\phi}(\sigma) = [A - P(\sigma)C'R^{-1}C] \phi(\sigma) - \phi(\sigma)[A - BQB'\theta(\sigma)], \quad \phi(0) = I \quad (2.8a)$$

$$\dot{P}(\sigma) = AP(\sigma) + P(\sigma)A' + BQB' - P(\sigma)C'R^{-1}CP(\sigma) - \phi(\sigma)BQB'\phi'(\sigma), \quad P(0) = 0 \quad (2.8b)$$

$$\dot{\theta}(\sigma) = A'\theta(\sigma) + \theta(\sigma)A - \theta(\sigma)BQB'\theta(\sigma) + C'R^{-1}C + \phi'(\sigma)C'R^{-1}C \cdot \phi(\sigma), \quad \theta(0) = 0 \quad (2.8c)$$

식(2.7)에서 볼 수 있듯이 순환형 유한기억 필터는 평활기를 수반변수로 하여 순환형으로 주어지며, 대상 시스템이 시불변일 때에는 필터도 시불변이 되어 구조가 간단해지는 등의 장점을 지니고 있다. 그러나 이 필터는 안정도와 초기치 조건이 문제시되며, 시변시스템의 경우에는 계산하중이 너무 크다는 단점을 지니고 있다. 이산형 시스템의 경우에 대응되는 결과도 제시

되고 있으나 알고리즘이 상당히 복잡하다.

II-3. 통계적 FIR필터 [6,7]

발산문제를 해결하면서 동시에 안정도가 보장되는 필터로서 일반적인 선형 상태공간 모델에 모두 적용된다. 식(2.5)-(2.6)의 연속형 시불변 상태공간 모델에 대해, 필터의 구조를 FIR형태로 놓고 순환형 유한기억 필터와 같은 조건하에서 이 필터를 유도하면 다음과 같다.

$$\hat{x}_F(t|T) = \int_{t-T}^t H(t-\tau;T)z(\tau)d\tau = \int_0^T H(\tau;T)z(t-\tau)d\tau \quad (2.9)$$

$$H(t;T) = S^{-1}(T)L(t;T), \quad 0 \leq t \leq T, \quad 0 < T \quad (2.10a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} L(t;\sigma) = -[A+BQB'S(\sigma)]'L(t;\sigma), \quad T-t < \sigma \leq T \\ L(t;T-t) = C'R^{-1} \quad (2.10b)$$

$$\frac{d}{d\sigma} S(\sigma) = -A'S(\sigma) - S(\sigma)A' - S(\sigma)BQB'S(\sigma) \\ + C'R^{-1}C, \quad S(0) = 0, \quad 0 < \sigma \leq T \quad (2.10c)$$

시스템잡음이 있는 이산형 시불변 상태공간 모델의 경우에 대응되는 결과는 다음과 같다.

$$\hat{x}_F(i|N) = \sum_{k=i-N}^i H(i-k;N)z(k) = \sum_{k=0}^N H(k;N)z(i-k) \quad (2.11)$$

$$H(i;N) = S^{-1}(N)L(i;N), \quad 0 \leq i \leq N, \quad p \leq N \quad (2.12a)$$

$$L(i;n+1) = [A^{-1} - A^{-1}S(n)M(n)]L(i;n), \quad N-i \leq n \leq N-1 \\ L(i;N-i) = C'R^{-1} \quad (2.12b)$$

$$S(n+1) = A^{-1}S(n)A^{-1} + C'R^{-1}C - A^{-1}S(n)M(n)S(n)A^{-1}$$

$$S(-1) = 0, \quad -1 \leq n \leq N-1 \quad (2.12c)$$

$$M(n) = A^{-1}BQ^{\frac{1}{2}}[I + Q^{\frac{1}{2}}B'A^{-1}S(n)A^{-1}BQ^{\frac{1}{2}}]^{-1}Q^{\frac{1}{2}}A^{-1}$$

식(2.12)에서 p 는 시스템의 차수이다.

이 필터는 식(2.9)나 (2.11)에서 볼 수 있듯이 FIR 구조로 인해 유한입출력(BIBO)안정도가 보장되며, 계수변화나 계산상의 오차에 대한 견실성(robustness)을 지니게 된다. 그리고 시불변 시스템에 대해서는 이 필터도 시불변이 되어 구조가 매우 간단해지는 장점을 지니고 있다.

III. 성능 분석

II절에서 살펴본 유한기억필터들과 FIR필터의 성능을 안정도문제와 발산문제의 관점에서 분석해보기로 한다. 일반적인 모델에서의 분석은 추후의 과제로 하고 본 논문에서는 몇가지 간단한 모델에 있어서의 결과들을 비교해보기로 한다.

III-1. 안정도 문제

FIR 필터는 앞에서 언급하였듯이 필터 자체의 FIR 구조로 인해 BIBO 안정도가 보장된다. 따라서 관측 z 가 유계인 필터는 항상 유계가 된다. 유한기억 필터의 안정도는 식(2.3)에서 알 수 있듯이 칼만 필터가 안정하면 동시에 보장된다. 그러나 식(2.7)의 순환형 유한기억 필터는 안정도가 보장되지 않는다. 이것은 다음의 예제를 통해 보일 수 있다.

예제 3.1 : 1계 시스템 $\dot{x}(t) = ax(t), z(t) = cx(t) + v(t)$ 에 대한 순환형 유한기억 필터 알고리즘은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{x}(t|t;T) \\ \hat{x}(t-T|t;T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \theta^{-1} \\ 0 & \theta^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 \\ -c^2/r & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t|t;T) \\ \hat{x}(t-T|t;T) \end{bmatrix} + \theta^{-1} c/r \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ z(t-T) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\theta = c^2 [e^{2T} - 1] / r$$

식(3.1)에서 필터의 이득 행렬의 고유치가 $\pm a$ 로서, 대상 시스템이 안정할 경우에도 ($a < 0$) 필터의 고유치는 항상 우평면에 한개가 존재하기 때문에 이 필터는 불안정함을 알 수 있다.

예제 3.1 에서 볼 수 있듯이 순환형 유한기억 필터가 불안정해지는 원인은 평활기를 수반변수로 사용하여 때문인 것으로 생각된다. 이와 같이 이 필터는 안정도가 보장되지 않기 때문에 실제 적용상에 난점을 안고 있다.

III-2. 추정오차 분석

추정대상 시스템에 모델링 오차가 있을 경우의 각 필터의 추정오차를 분석해보기로 한다. 위에서 살펴 보았듯이, 순환형 유한기억 필터는 불안정하기 때문에 모델링 오차가 조금이라도 있으면 추정오차가 발산하게 된다. 그러므로 추정오차 분석에 있어서는, 유한기억 필터와 FIR 필터만을 다루기로 한다.

유한기억 필터는 시스템 잡음이 없는 이산형 상태 공간 모델에만 적용 가능하므로, 추정대상 시스템의 모델을 식(2.1)-(2.2)로 하고, 실제 시스템의 모델을 다음과 같이 취한다.

$$\bar{x}(i+1) = \bar{A}\bar{x}(i) \quad (3.2)$$

$$z(i) = \bar{C}\bar{x}(i) + \bar{v}(i) \quad (3.3)$$

식(3.2)에서 실제의 초기상태 $\bar{x}(0)$ 는 평균 \bar{m}_0 , 분산 \bar{P}_0 인 정규분포를 갖는 확률변수이고, $\bar{v}(i)$ 는 영평균 백색정규 잡음으로서 $E[\bar{v}(i)\bar{v}'(j)] = \bar{R}\delta_{ij}$, $E[\bar{x}(0)\bar{v}'(i)] = 0$ 라고 가정한다. 모델링오차가 있을 경우의 추정오차에 대한 일반적인 분석 비교는 매우 어려우므로 몇가지 간단한 모델을 대상으로 하여 오차분석을 행하기로 한다.

예제 3.2 : (1계 시스템) [8]

$$\text{실제 시스템} \quad \begin{cases} \bar{x}(i+1) = \bar{x}(i) + a \\ z(i) = \bar{x}(i) + v(i) \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\text{시스템 모델} \quad \begin{cases} x(i+1) = x(i) \\ z(i) = x(i) + v(i) \end{cases} \quad (3.5)$$

$$E[\bar{x}(0)] = E[x(0)] = m_0, E[\bar{x}^2(0)] = E[x^2(0)] = \infty, E[v(i)] = 0, E[v(i)v(j)] = 1\delta_{ij}.$$

식(3.5)에 칼만 필터, 유한기억 필터, FIR 필터를 적용시키면 각각 다음과 같이 된다.

$$\hat{x}(i|i) = \hat{x}(i-1|i-1) + p(i|i)[z(i) - \hat{x}(i-1|i-1)], p(i|i) = 1/i \quad (3.6)$$

$$\hat{x}_L(i|N) = \frac{1}{N+1}[i \cdot \hat{x}(i|i) - (i-N-1)\hat{x}(i-N-1|i-N-1)] \quad (3.7)$$

$$\hat{x}_F(i|N) = \frac{1}{N+1} \sum_{k=i-N}^i z(k) \quad (3.8)$$

식(3.4)의 실제상태와 식(3.6)의 칼만 필터와의 추정오차 및 분산을 구하면

$$\tilde{x}(i|i) \triangleq \bar{x}(i) - \hat{x}(i|i) = a(i-1)/2 - \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i v(k)$$

$$E[\tilde{x}^2(i|i)] = a^2(i-1)^2/4 + 1/i$$

위와 같이 되어 $i \rightarrow \infty$ 에 따라 $E[\tilde{x}^2(i|i)] \rightarrow \infty$ 가 되므로 칼만 필터의 추정오차는 발산하게 된다. 그런데 FIR 필터에서는 다음과 같이 되어,

$$\tilde{x}_F(i) \triangleq \bar{x}(i) - \hat{x}_F(i|N) = aN/2 - \frac{1}{N+1} \sum_{k=i-N}^i v(k)$$

$$E[\tilde{x}_F^2(i)] = (aN/2)^2 + 1/(N+1)$$

발산문제가 해소됨을 알 수 있다. 유한기억 필터에 대한 결과는 식(3.6), (3.7)로부터 얻어낼 수 있는데, 이 경우에 있어서는 FIR 필터와 같은 결과가 된다.

예제 3.3 : (2계 시스템)

식(2.1)-(2.2)의 시스템모델과 식(3.2)-(3.3)의 실제 시스템에서 $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\bar{A} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{a} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \bar{C} = [1 \ 0]$, $m_0 = \bar{m}_0 = 0$, $P_0 = \bar{P}_0$, $r = \bar{r} = 1$ 인 경우에 대한 칼만 필터, 유한기억 필터, FIR 필터는 다음과 같다.

$$\hat{x}(i|i) = A\hat{x}(i-1|i-1) + P(i|i)C'[z(i) - CA\hat{x}(i-1|i-1)], P(i|i) = \frac{12}{a^2i(i+1)(i+2)} \begin{bmatrix} a^2i(2i+1)/6, ai/2 \\ ai/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$\hat{x}_L(i|N) = \frac{P_L(i|N) [P^{-1}(i|i)\hat{x}(i|i) - P^{-1}(i|i-N-1)\hat{x}(i|i-N-1)]}{\hat{x}(i|i-N-1)} \quad (3.10a)$$

$$P_L(i|N) = [P^{-1}(i|i) - P^{-1}(i|i-N-1)]^{-1} \quad (3.10b)$$

$$\hat{x}(i|i-N-1) = A^{N+1}\hat{x}(i-N-1|i-N-1) \quad (3.10c)$$

$$P(i|i-N-1) = A^{N+1}P(i-N-1|i-N-1)A^{N+1} \quad (3.10d)$$

$$\hat{x}_F(i|N) = \sum_{k=0}^N H(k;N)z(i-k), \quad (3.11a)$$

$$H(k;N) = \frac{2}{aN(N+1)(N+2)} \begin{pmatrix} aN(2N+1-3k) \\ 3(N-2k) \end{pmatrix} \quad (3.11b)$$

식(3.9)에서 $i \rightarrow \infty$ 이면 $P(i|i) \rightarrow \infty$ 이고 $\hat{x}(i|i) = A\hat{x}(i-1|i-1)$ 가 되어 칼만 필터의 추정오차는 모델링오차로 인해 발산하게 된다. 유한기억 필터는 식(3.10)에서와 같이 칼만 필터를 써서 구성하기 때문에, 식(3.10b)의 분산행렬 산출 과정에서(역행렬 연산) 계산상의 오차가 클 경우(시스템 차수가 클 때)에는 발산문제 보상이 어려워지거나 특성이 나빠질 수 있다.

한편, FIR 필터는 식(3.11)에서

$$\hat{x}_F(i|N) = \begin{pmatrix} 1 & \bar{a}i \\ 0 & a/\bar{a} \end{pmatrix} + \sum_{k=0}^N H(k;N)v(i-k)$$

이므로, 실제 상태 $\bar{x}(i)$ 와의 추정오차는

$$\tilde{x}_F(i) = \bar{x}(i) - \hat{x}_F(i|N) = \tilde{A}\bar{x}(0) - \sum_{k=0}^N H(k;N)v(i-k),$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1-a/\bar{a} \end{pmatrix}$$

위와 같이되어 이 추정오차의 상호분산은 항상 일정하므로, 즉

$$E[\tilde{x}_F(i)\tilde{x}_F'(i)] = \tilde{A}P_0\tilde{A}' + \sum_{k=0}^N H(k;N)H'(k;N) = \text{const.}$$

이므로 발산현상은 일어나지 않게된다.

이상과 같이 몇가지 간단한 모델을 대상으로 하여 유한기억 필터와 FIR 필터의 성능을 분석 비교해보았다. 그러면 이 필터들을 인공위성 추적문제[1]에 적용시키는 모의실험을 통해 그 성능을 비교해보기로 한다.

IV. 모의 실험

다음과 같은 동특성을 지니는 인공위성 위치추적 문제[1]에 필터를 적용시키기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\bar{\mu}/x_1 \end{aligned} \quad (4.1)$$

식(4.1)에서 x_1 은 위치, x_2 는 속도이며, $m_0 = E[x(0)] = [8.0, 2.0]'$, $E[x(0)-m_0][x(0)-m_0]' = 1.0 \times 10^{-3}I$, $\bar{\mu} = 19.9094165 \text{ er}^2/\text{hr}^2$ (er : earth radii) 이다. 관측과정은 이산형으로서 $\Delta_0 = 0.01 \text{ hr}$ 간격으로 관측이 행하여

지고,

$$z(i) = [1 \ 0]x(i) + v(i) \quad (4.2)$$

$E[v(i)] = 0$, $E[v(i)v(j)] = r\delta_{ij}$, $r = 1.0 \times 10^{-7} \text{ er}^2$ 이다.

식(4.1)-(4.2)로 표현되는 시스템에 칼만 필터, 유한기억 필터, 순환형 유한기억 필터, FIR 필터를 적용시켰다. 필터적용 시에는 $\mu = 19.9244165 \text{ er}^3/\text{hr}^2$ 로 하여 모델링 오차를 가정하였으며, 필터의 초기치는 $\hat{x}(0) = [7.997, 1.992]'$ 로 하고, 식(4.1)은 $\Delta_0 = 0.0001\text{hr}$ 간격으로 이산화시켰으며, 선형필터들을 적용시키기 위해 관측시점에서마다 선형화 시켰다. 유한기억 필터와 FIR 필터의 관측정보구간폭은 $N=10$ 으로 하고, 초기구간 $[0, N\Delta_0] = [0, 0.1]$ 동안에는 칼만 필터를 수행시키고 $t_N = N\Delta_0 = 0.01\text{hr}$ 이후부터 나머지 필터들을 적용시켰다.

모의실험결과는 그림4.1 과 같다. 이 결과에서 보는 바와 같이 칼만 필터는 모델링오차에 의해 추정오차가 발산함을 알 수 있다. 반면에 유한기억 필터와 FIR 필터는 발산현상을 일으키지 않으며, 그중에서도 특히 FIR 필터의 특성이 가장 양호함을 볼 수 있다. 초기구간 직후에 유한기억 필터의 오차가 갑자기 커지는 것은 계산상의 오차에 의한 영향인 것으로 추측된다. 순환형 유한기억 필터는 실제 적용한 결과 추정오차가 급격히 발산하여 성능 비교 대상에서 제외시켰다. 이 급격한 발산현상은 III절에서 살펴본듯이 이 필터의 불안정성에 기인하는 것으로 해석된다.

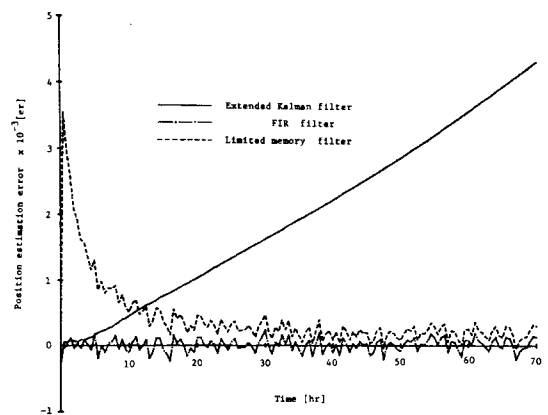


그림4.1 : 위치 추정 오차

Fig.4.1 : Position Estimation Errors

V. 검토 및 결론

이상으로 본 논문에서는 유한기억 필터 [1]와 순환형 유한기억 필터 [2], FIR 필터 [6,7] 등의 성능을 분석 비교하여 보았다. 몇가지 간단한 모델을 대상으로 한 분석과 모의실험을 통해, 그중에서 FIR 필터의 성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 그러나 이 결과는 본 논문에서 채택한 모델에 국한된 특수한 것일 수도 있으므로 일반적인 선형모델에서의 해석적 접근에 의한 성능분석이 행해져야 할 것이다. 순환형 유한기억 필터의 불안정성 규명과, 예제 3.2에서의 유한기억 필터와 FIR 필터의 등가성은 특기할만한 사항들이다.

본 논문의 일부는 한국과학재단의 연구 지원에 의해 이루어진 것이다.

참 고 문 헌

- [1] A.H. Jazwinski, " Limited memory optimal filtering," IEEE Trans. Automat. Contr., vol.AC-13, pp.558-563, Oct. 1968.
- [2] F.C. Schewpe, Uncertain Dynamic Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ, 1973.
- [3] P.J. Buxbaum, " Fixed-memory recursive filters," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-20, pp.113-115, Jan. 1974.
- [4] G.J. Bierman, " Fixed-memory least squares filtering," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-21, pp.690-692, Nov. 1975.
- [5] A.M. Bruckstein and T. Kailath, " Recursive limited memory filtering and scattering theory," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.IT-31, pp.440-443, May. 1985.
- [6] W.H. Kwon and O.K. Kwon, " Wiener FIR filters for continuous-time state-space models," Proc. 1985 ACC, vol.1, pp.189-194, June 1985.
- [7] 권 오규, 권 옥현, " 순환형 FIR 필터," 대한전기학회 1986년도 하계학술회의 논문집, pp.140-144, 1986.
- [7] A.P. Sage and J.L. Melsa, Estimation Theory with Application to Communication and Control, McGraw-Hill, pp.321-328, 1971.