

탄성계의 진동 제어

박영필, 이상조
연세대학교 공과대학 기계공학과

Vibration Control of Elastic Systems

Young-Pil Park and Sang Jo Lee
Department of Mechanical Engineering, Yonsei University

Abstract

The feedback controllers for the active vibration control of elastic systems are developed using optimal regulator, optimal tracking, time optimal and noise observer algorithms. Using the modal analysis of the elastic systems, the effects of the actuator positions, the input weighting factor and the magnitude of the constraint of the actuator force are investigated.

1. 서론

공학 구조물의 대부분은 유연한 탄성계로 이루어져 있어 외력에 의해 진동을 유발하게 되어 결국 전체계의 성능에 큰 영향을 미치게 되어 이를 제어할 필요가 있다. 탄성계의 진동 제어 방법으로는 수동 제어와 능동 제어로 나눌 수 있으며 수동 제어에서는 탄성계에 감쇠기를 부착하거나 감쇠효과를 갖는 재질을 이용하여 진동을 줄이는데 반해 능동 제어에서는 계의 진동상태를 측정, 이 신호를 토대로 적절한 제어력을 계에 가함으로써 진동을 제어하는 방법으로 측정 장소와 제어장소의 분리, 비접촉 제어의 가능성 등의 장점으로 최근 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.(1-15)

본 연구에서는 탄성계의 진동 제어를 위해 최적조절기(optimal regulator), 최적추적(optimal tracking), 최단시간 제어(time optimal control) 및 힘상쇄관측기(force cancelling observer)에 대한 제어알고리즘을 개발하여 대상 탄성계에 대한 수치해석 및

실험을 행하여 각종 파라미터가 제어능력에 미치는 효과를 검토하였다.

2. 이론

2.1 최적조절기(16)

탄성계의 운동방정식에 대해 Galerkin의 모우드합 방법 및 각 모우드 간의 직교성 조건을 이용하면 SISO 대상계의 상태방정식은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\dot{x} = Ax + bf \tag{1}$$

$$y = cx \tag{2}$$

식(1)에 상태피드백 방법에 의한 최적제어이론을 도입하면 제어력은

$$f = -k^T x \tag{3}$$

로 표시되며 k 는 다음의 2차 성능지수

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + R f^2) dt \tag{4}$$

를 최소화시킨다. k 의 값은 다음의 Ricatti 방정식을 만족시키는 행렬 P 를 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$PA + A^T P - R^{-1} P b b^T P = -Q \tag{5}$$

$$k = P b R^{-1}$$

상태관측기는 다음의 Luenberger 관측기의 설계방법을 이용한다.

$$\dot{z} = Fz + G_1 y + G_2 f \tag{7}$$

$$f = -k^T x = -(h z + g y) \tag{8}$$

식(1),(2) 및 (7),(8)을 이용한 탄성계의 진동 제어 알고리즘은 Fig.1 과 같다.

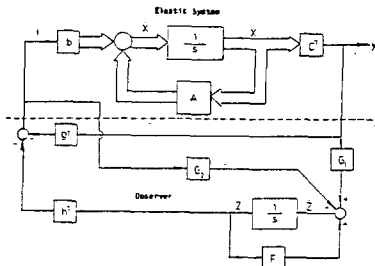


Fig.1. Optimal Regulator Problem

2.2 최적추적제어(17)

탄성계의 진동 제어 문제가 주어진 입력을 추적하는 최적추적인 경우 상태방정식은

$$\dot{x} = Ax + bu - d \quad (9)$$

로 표시된다. 이 경우 식(9)에서 가정한 L개의 전모우드를 제어하는 것은 매우 복잡하여 실제 설계시 불합리하므로 이중 주요 N(N<L)모우드만을 제어하는 설계기법이 필요하다. 따라서 상태벡터를 제어모우드(하첨자 N)와 잔류모우드부(하첨자 R)로 나누어 해석하며 실제 최적제어 입력은

$$u = -k^T x_N \quad (10)$$

을 구하여 사용하며 이때 최적귀환벡터 k는 식(4) 중에서 제어모우드 부분만을 고려하여 계산한다. 관측기는 식(7)과 같이

$$\dot{z} = Fz + Gy + b_N u \quad (11)$$

을 이용한다. 본 연구에서 사용된 최적추적제어 알고리즘은 Fig.2와 같다.

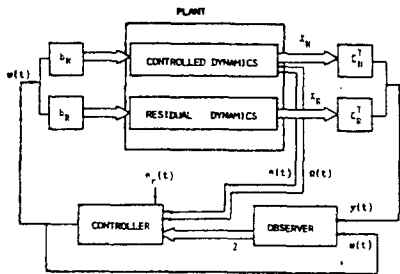


Fig.2. Optimal Tracking Problem

2.3 최단시간제어(18)

식(1)의 상태방정식에 대해 초기상태 x(0)로 부터 목적상태인 정지상태 x(t_f)=0로 이동하도록 제어할 때 소요되는 시간을 t_f로 하여 이를 최소화시키는 문제로서 식(4)에서

$$J(f) = \int_0^{t_f} dt = t_f \quad (12)$$

가 된다. 제어력 f는 실제상태에서 다음과 같은 구속조건이 있는 것으로 가정한다.

$$|f(t)| \leq M \quad (\text{상수}) \quad (13)$$

제어탄성계의 Hamiltonian, 최적보조상태벡터 P* 및 Pontryagin's Maximum Principle을 이용하면 최적제어력 f*(t)는

$$f^*(t) = \begin{cases} M & P^{*T}b < 0 \\ -M & P^{*T}b > 0 \end{cases} \quad (14)$$

와 같은 Bang-Bang 제어방식이 된다. 따라서 스위칭 함수 S(x(t))를 도입하면

$$f^*(t) = -\text{sgn}(S(x(t))) \quad (15)$$

가 되며 제어알고리즘을 도식화 하면 Fig.3과 같다.

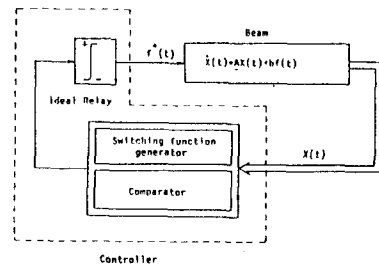


Fig.3. Time Optimal Problem

2.4 힘 상쇄 관측기(19)

탄성계가 미지의 외력을 받아 진동이 발생하는 경우 이를 적절히 제어하기 위해서는 외력을 관측하여 상반되는 작동력을 계에 가할 필요가 있다. 식(1)의 상태방정식에 대해 계의 미지의 입력 f 이외에 출력 y를 이용, 작동력 v를 추정하여 이용하면 계의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + b(f+v) = Ax + be \quad (16)$$

실제 f가 미지의 입력이므로 e의 예측값 e-hat을 이용하여 v를

$$v(t) = -k\hat{e}(t) = -k(\hat{f} + \hat{v}) \quad (17)$$

로 놓아 관측기를 설계하면

$$(sI-A)X(s) = \frac{bF(s)}{1+k} \quad (18)$$

가 되어 k가 크면 가진력의 크기를 줄이는 효과를 가져와 진동을 제어하게 된다. 제어알고리즘은 Fig.4와 같다.

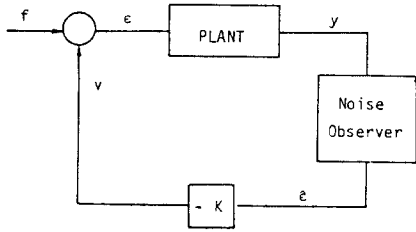


Fig.4. Force Cancelling Problem

3. 실험 및 수치해석 결과

3.1. 최적조절기

실험대상으로 외팔보를 이용하였으며(Fig.5) 작동기의 위치 및 식(4)의 weighting factor R의 효과 등에 대해 연구하였다. 작동기의 위치가 외팔보 자유단으로 갈수록 제어효과가 컸으며 R의 값이 작을수록 감쇠 효과는 컸으나 작동기의 힘이 과태하게 커짐으로 실제 제어기의 설계에 있어서는 적절한 R의 선택이 중요하다. R=0.1 로 고정시켰을 경우 센서의 위치(ξ_s)를 고정단에서 전체길이의 2/10 지점에 고정시키고 작동기의 위치(ξ_a)를 고정단으로부터 전체길이의 4/10 및 8/10 으로 변화시켰을 경우에 대한 이론결과와 실험 결과가 Fig.5에 포함되어 있다. (Fig.9,10 참조)

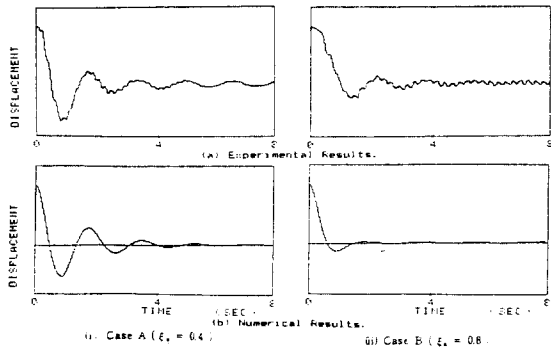
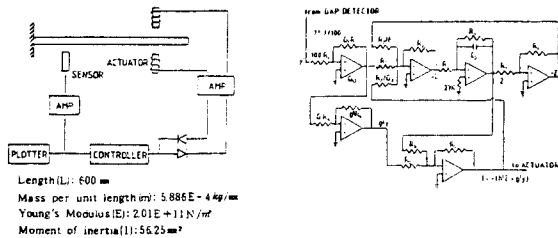
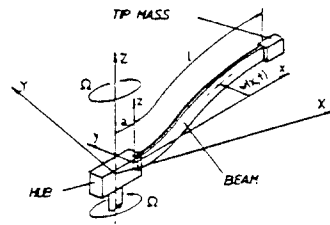


Fig.5. Experimental Results of Optimal Regulator Problem

3.2. 최적추적제어

Fig.6에 나타난 유연한 조작기의 진동 제어 문제에 대해 최적추적제어이론을 도입하여 수치해석하였다. 처음 4개의 모드에 대해 weighting factor R의 효과에 대한 결과가 Fig.6에 포함되어 있다. 여기서도 R의 값이 작을수록 진동($\epsilon(t)$)에 미치는 영향은 대단히 크지만 전체 회전각 $\theta(t)$ 는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 처음 두 개의 모드만을 제어할 경우 (N=2) 관측기의 설계방법 및 잔류모드의 spillover 효과가 제어기에 미치는 영향에 대한 해석결과도 얻었다. (Fig.11 참조)



Flexible Robotic Manipulator Model.

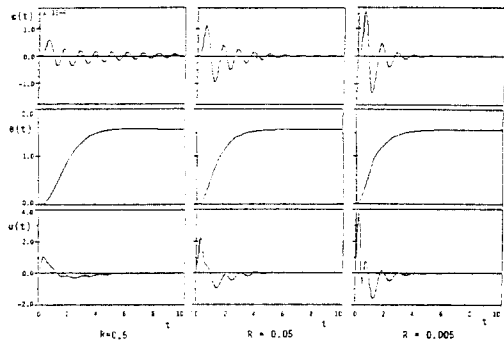


Fig.6. Numerical Results of Optimal Tracking Problem

3.3. 최단시간제어

외팔보에 대해 Bang-Bang 제어알고리즘을 적용하여 해석한 결과가 Fig.7에 있다. 해석결과에서 알 수 있듯이 Bang-Bang 제어는 탄성계에 Coulomb 감쇠효과를 줄일 수 있으며, 제어력 크기의 구속조건 및 작동기의 위치가 제어시간에 미치는 영향이 Fig.7에 포함되어 있다. 제어력의 구속조건이 크면 클수록, 작동기가 자유단쪽으로 이동할수록 제어효과가 증대함을 알 수 있다. (Fig.12 참조)

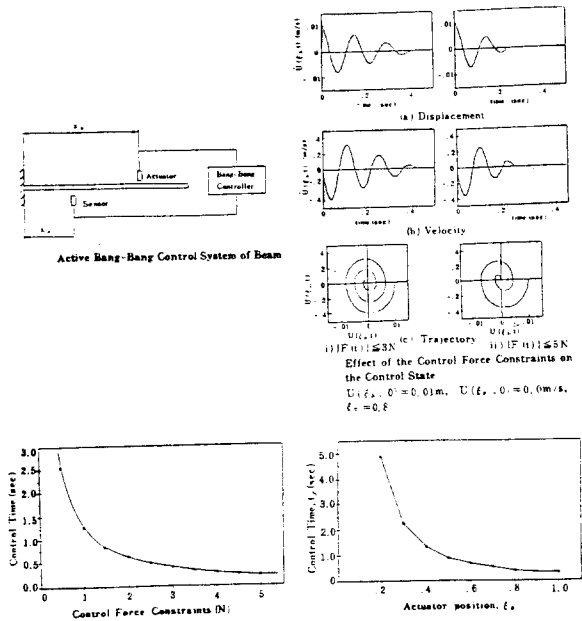


Fig. 7. Numerical Results of Time Optimal Problem

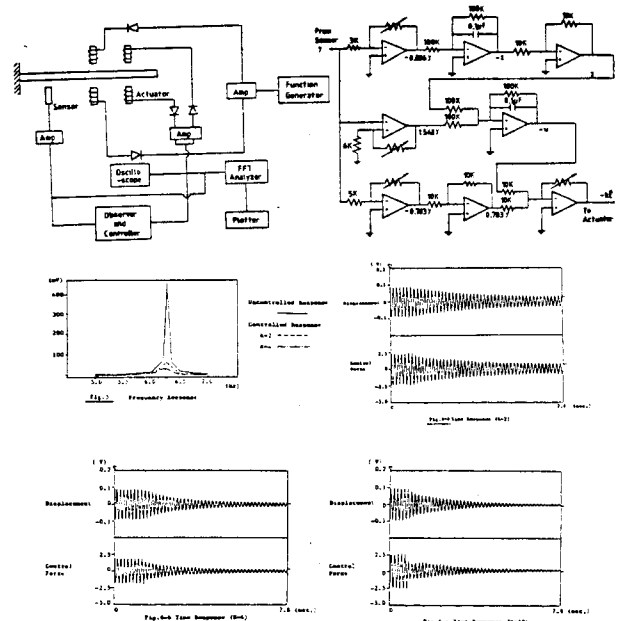


Fig. 8. Experimental Results of Force Cancelling Problem

3.4. 힘 상쇄 관측기

본 실험에 사용된 실험장치, 관측기의 회로 및 실험결과가 Fig. 8에 나타나있다. 실제실험에서는 외력의 크기가 일정한 정면파에 대한 응답에 대해 실험했으며, 특히 식(17)의 k 의 효과에 대해 연구하였다. 실험결과에서 알 수 있듯이 k 의 값이 크면 클수록 제어효과가 증대됨을 알 수 있으며, 본 힘 상쇄관측기는 점성감쇠의 효과를 줄일 수 있다. (Fig. 13 참조)

4. 결론

최적조절기, 최적추적, 최단시간제어 및 힘 상쇄 관측기 제어이론을 이용한 조절기를 설계하여 탄성계 진동의 능동 제어에 응용한 연구로서 다소의 결론을 얻었다.

- 1) 탄성계에서 사용 되는 모달해석방법을 이용하여 탄성계 진동의 능동 제어를 효과적으로 행할 수 있다.
- 2) 최적제어시 weighting factor의 선정은 제어 효과 및 제어회로의 구성상 매우 중요하다.
- 3) 탄성계에 있어서 작동기의 위치는 전체 제어 대상계의 제어효과에 큰 영향을 미친다.
- 4) 탄성계의 모델을 설정할때 모우드의 수를 충분히 크게 잡으면 처음 몇개의 모우드만을 제어하여도 spillover는 무시될 수 있다.

5. 첨부 (APPENDIX): 실험 및 수치해석결과 보충

A.1. 최적조절기

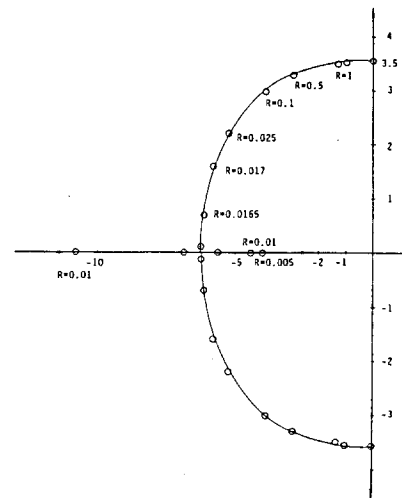


Fig. 9. Dependence of Poles upon R

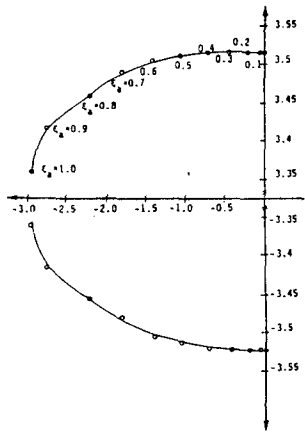


Fig.10. Dependence of Poles upon ϵ_a

A.2. 최적추적제어

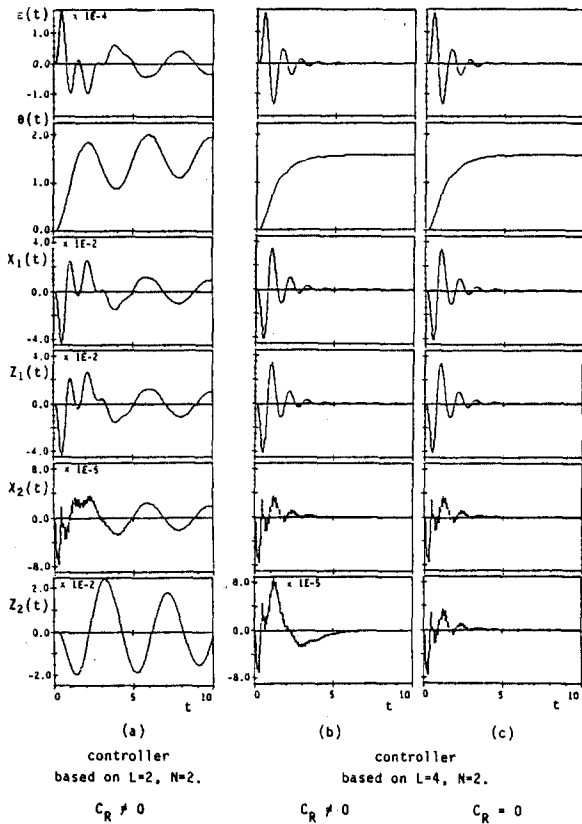


Fig.11. Dependence of Control Performance upon the Controller Type and Spillover Effect ($R=0.001$)

A.3. 최단시간제어

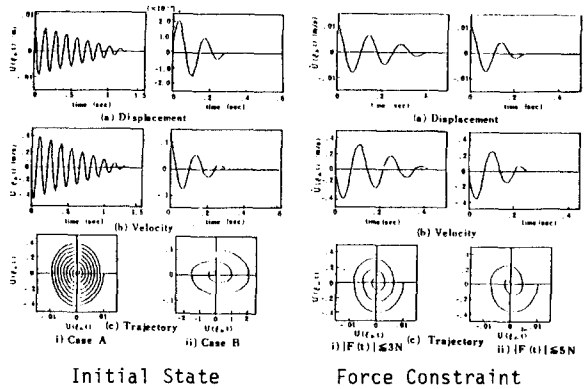


Fig.12. Effects of Initial States and Control Force Constraints on the Control State

A.4. 힘 상채 관측기

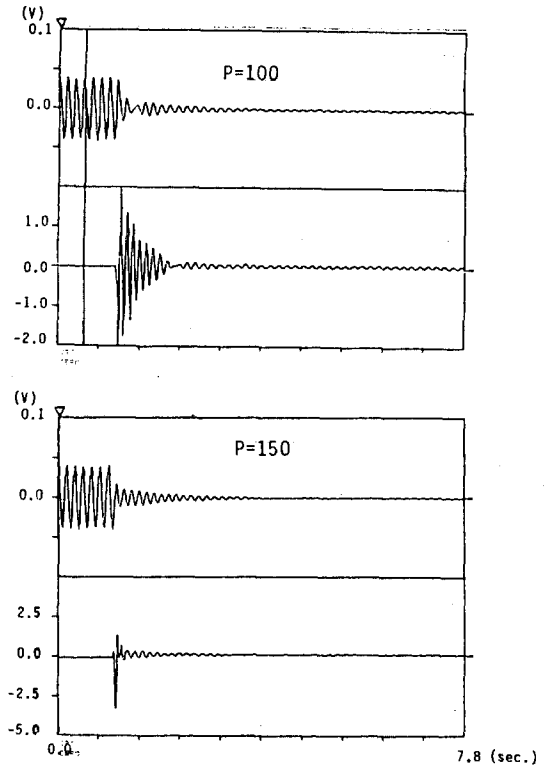


Fig.13. Displacement and Control Force (off-on Control case)

8. 참고 문헌

1. Wang, P.K.C. and Tung, F., "Optimal Control of Distributed Parameter System," Journal of Basic Engineering, 1964, pp 67-79.
2. Komkov, v., "The Optimal of a Transverse Vibration of a Beam," SIAM Journal of Control, Vol.6, No.3, 1966, pp. 401-421
3. Simon, J.D. and Mitter, S.K., "A Theory of Modal Control," Inform. Contr., Vol.13, 1968, pp. 316-353
4. Klein, R.G and Nachtigal, C.L., "A Theoretical Basis for Active Control of a Boring Bar Operation," Trans. ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, 1975, pp. 172-178.
5. Ellis, R.W and Mote, C.D., "A Feedback Vibration Controller for Circular Saws," Trans. ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, vol.101, 1978, pp. 44-49.
6. Balas, M.J., "Active Control of Flexible System," Journal of Optimization Theory and Applications, Vol.25, No.3, pp. 425-436.
7. Balas, M.J., "Modal Control of Certain Flexible Dynamic System," SIAM Journal of Control and Optimization, Vol.16, No.3, 1978, pp. 450-462.
8. Balas, M.J., "Feedback Control of Flexible System," IEEE Trans, Automatic Control, 1978, pp. 673-679.
9. Longman, R.W and Alfriend, K.T., "Optimal Control of Large Angle Attitude Maneuvers for Flexible Spacecraft," Proc. of the 8th IFAC Symp. on AC in Space, Pergamon Press, 1979.
10. 野波健藏, 東成昭, 石谷隆美, "回転軸系の起動・停止時の振動制御." 日本機械学会論文集(C編), 51巻 463号, pp 535~543
11. Fukuda, T., "Control of Flexible Robot Arm," J.of JSME, Vol.51, No.468, 1985, pp. 2140-2144.
12. Sakawa, Y. and Matsuno, F., "Modeling and Control of Flexible Arm," Measurement and Control, Vol.1, 1986
13. Skaar, S.B. and Tucker, d., "Point Control of a One-Link Flexible Manipulator," Trans. ASME, J. of Applied Mechanics, Vol.53, 1986, pp. 23-27.
14. Park, Y.P. and Mote, C.D. "The Maximum Controlled Follower Force on a Free-Free Beam Carrying a Concentrated Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol.98, No.2, 1985, pp. 247-256.
15. Park, Y.P., "Dynamic Stability of a Free Timoshenko Beam under Controlled Follower Force," Journal of Sound and Vibration, Vol.112, No.2, 1987.
16. 박 영 필, 최 환 영, "외팔보 진동의 능동 제어," 대한기계학회 '85년도 동력학 및 제어 부문 학술 강연회 초록집, 1985, pp. 30-33.
17. 아 영 균, 박 영 필, "유연한 로봇 조작기의 능동 제어," 대한 기계 학회 '86 년도 동력학 및 제어 부문 학술 강연회 초록집, 1986, pp. 49-53.
18. 박 영 필, 정 승 호, "외팔보 진동의 시간 최적제어," 산업기술 연구소 논문집, Vol.18, No.1, 1986, pp. 99-105.
19. 이 규 섭, 김 종 모, 최 봉 환, 박 영 필, "탄성계 진동의 능동제어를 위한 Force Cancelling Observer 의 설계," 대한기계학회 '86년도 춘계학술 대회, 1986, pp. 267-270.