

중류탑 제어에 있어서 로바스트 다변수 제어 응용에 관한 연구

고 재 우

이 원 규*

서울대학교 화학공학과,

Dept. of ChE. Ohio State University*

On the Application of Robust Multivariable Controller to Distillation Column

Jae-Wook Ko

Won-Kyoo Lee

Dept. of ChE. Seoul Nat'l Univ.,

Dept. of ChE. Ohio State University

Abstract

Distillation columns are widely used in almost every chemical plant. The use of multivariable control for such units is attractive because of the strong interactions exhibited between outputs and inputs and the desire to control simultaneously both top and bottom products. In this research design of a robust multivariable controller for distillation column was considered; output feedback controller with proportional and integral modes was designed using pole assignment. The transfer function matrix was obtained by fitting the step response relations between single input-double output pairs of variables. This matrix was then converted to linear time invariant state space model by multivariable realization technique. With the proposed multivariable proportional and integral controller applied to the process, the result of the digital computer simulation showed a good performance of asymptotic tracking. The limited experimental performance

of this multivariable control was compared with the result from simulation. It was found that the proposed controller performed satisfactorily for the distillation column which separated binary mixture of methanol and water.

중류탑은 비동점의 차이를 이용하여 혼합물을 분리하는 화학장 치로서 화학공업에서 중요한 비중을 차지하고 있다. 보통 두물질 을 분리하는 경우 기존산업체의 경우 중류탑제어는 탑상생성물의 농도는 rectifying section의 한 지점의 온도를, 또는 탑저 생성물의 농도는 stripping section의 한지점의 온도를 일 정하게 유지시키는 단변수 피드백 제어(single variable feedback control)를 대부분 사용하고 있다. 그 반면 다변수제어의 사용은 입력(input)과 출력(output)사 이에 나타나는 강한 상호작용을 고려할 수 있고 또한 동 시에 탑상과 탑저의 생성물을 제어할 수 있기 때문에 효 과적이다.

중류탑 다변수제어에 대한 이전의 연구는 Hu와 Ramirez¹⁾ 그리고 Rafal과 Stevens²⁾는 pilot 규모의 중류탑에 대해서 상태변수를 사용한 모사연구가 있었으며 또한 Heidemann과 Esterson³⁾ 그리고 Brosilow 와 Handley⁴⁾는 다입력에 대한 단출력을 제어할 수 있는 연구를 행하였다.

그 뒤 여러사람이 다입력과 다출력에 대한 연구를 행하 였다.

Scholander⁵⁾는 중류탑의 stripping section에 대한 최적 피드백제어의 가능성을 제시하였고 Oakley 와 Edgar⁶⁾는 최적 피드백제어를 물과 메탄올을 분 리하는 중류탑에 적용하였다. Binder와 Calvillo⁷⁾는 computer를 이용한 최적제어를 중류탑에 활용하였 으며 또한 Schwanke와 Hogen⁸⁾는 다변수 system 에 대해 여러 frequency domain 방법을 사용하여 중 류탑제어를 연구하였다. 다변수 system을 중류탑대신

증발기(evaporator)를 택하여 Newell, Fisher와 Seborg⁹⁾는 다변수 feedforward-feedback제어를 적용하였으며 Newell과 Fisher¹⁰⁾는 다변수 상태 비례적분기의 타당성을 모사와 실험을 통해 제시했다.

다변수제어의 적용을 위해 모델의 설정방법을 크게 두 가지로 나눌수 있다. 그 하나는 많은 가정을 포함하여 system의 물질수지와 열수지를 세운다음 그 수식으로부터 물리적 모델을 구하는 것이다. 이 방법은 system의 특성을 해석하기 용이한 반면 증류탑과 같이 큰 규모이며 많은 변수를 갖는 system에 대해서는 수지식을 세우기가 어렵다. 또한 방법으로는 이 연구에서 사용된 것과 같이 직접실험으로부터 모델을 구하는 방법이다. 단 입력에 step변화를 주어 제어하고자 하는 다 출력의 변화로부터 전달함수행렬을 구한다.¹¹⁾ 구한 행렬은 제어기 설계에 필요한 시간 불변인 선형 다변수 모델(linear time invariant multivariable model)로 변형시킨다.

본 연구에서는 가상적인 state보다 실제적인 output를 이용하여 output feedback비례적분기를 설계하였으며 필요한 상수이득행렬(constant gain matrix)는 pole assignment^{12,13,14,15,16)} 방법으로 구하였다.

제시한 제어기를 모사를 통해 기존 단변수 비례적분기의 성능과 비교하였고 물과 메탄올을 분리시키는 증류탑에 적용하여 타당성을 검토하였다.

II. 이 론

본 연구에서는 시간 불변인 선형 다변수 모델(linear time invariant multivariable model)이 제한된 운전조건에서 증류탑의 동특성을 잘 묘사할 수 있다고 가정하였다. 따라서 증류탑의 동특성을 다음의 상태공간 모델로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 상태,

$u \in R^m$ 는 입력,

그리고 $y \in R^r$ 는 제어하고자 하는 출력을 나타낸다.

식(1)에서 입력에 대한 출력의 전달함수 $G(s)$ 는

$G(s) = (y(s))/(u(s)) = C(sI-A)^{-1}B$ 로 표시된다. 이 전달함수로 부터 제어기 설계에 필요한 시간불변인 선형 다변수 모델의 행렬들(A,B,C)을 다변수 controllable canonical form^{17,18,19)}을 이용하여 구한다.

로바스트(robust) 다변수 제어기는 다음의 특성을 갖는 closed loop system을 명성해야 한다.

- a) closed loop system이 안정하고
- b) 출력(output)의 정상 상태값과 제어한 정상상태 값의 편차가 0 이어야 한다.

상태공간 모델(1)에서 혼돈(disturbance)이 발생하여도 위 제어기를 사용함으로써 출력변수가 0으로 수렴할수 있어야 한다.

feedforward제어기나 적분형태의 제어기를 사용함으로써 조건 a),b)를 다 만족할 수 있으나 feedforward 제어기는 혼돈을 측정할 수 있는 기구가 필요하며 식(1)의 행렬 A,B,C의 변수 변화에 민감하여 로바스트 제어기로서는 바람직하지 못하다.

적분형태의 제어기는 다음과 같다.

$$u(t) = -K_1 x(t) - K_2 z(t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{혹은 } u(t) = -K_1 y(t) - K_2 z(t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

여기서 $\dot{z} = y_s - y$ 다.

보통 출력 feedback 제어(3)가 상태 feedback제어(2)보다 수행(performance)능력은 떨어지지만 실제적이고 system에 적용하기 편하다.

$z = \int^t (y_s - y) dt$ 를 추가하여 식(1), 식(3)을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_s$$

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$u(t) = -K_1 y(t) - K_2 z(t) = -[K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\hat{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, \quad \hat{x} = \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{y} = \begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}, \quad \hat{K} = [K_1 \quad K_2]$$

$$\hat{\dot{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B} u + \hat{D} y_s$$

$$\hat{y} = \hat{C} \hat{x}$$

$$u = -\hat{K} \hat{y} \dots\dots\dots (6)$$

로 변명된다.

이것은 출력비례제어기 설계를 이용하여 출력비례적분 제어기 설계를 할 수 있음을 보여준다.

위의 제어가 존재하기 위해서는 system이 다음을 만족해야 한다. ^{20, 21)}

- i) 식(1)의 (A, B)가 제어가능하고(controllable)
- ii) $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n+r$ 즉 $\text{rank} (CA^{-1}B) = r$

$$\text{혹은 } \det(CA^{-1}B) \neq 0$$

식(1)이 위 조건을 만족하면 식(4)은 제어가능하며 closed loop system을 안정하게 하는 행렬 K_1, K_2 가 존재한다. Laplace의 최종치 정리를 사용하면 혼돈이 발생하더라도 출력 비례적분제어를 적용하여 최종출력 변수 편차를 0으로 보낼수 있음을 알수 있다. ²¹⁾

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sy(s)$$

$$= [C \quad 0] \begin{bmatrix} -A+BK_1 & BK_2 \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$= [0 \quad -I] \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} d \dots\dots\dots (7)$$

여기서 d는 혼돈 양을 나타내는 임의의 상수 벡터이다.

제어변수 $u=Ky$ 에서 K를 상수 출력 feedback 행렬(constant output feedback matrix)라 부르며 다음은 pole 이동방법을 이용하여 행렬 K를 구하는 과정이다.

식(1)의 전달함수를 구하면

$$G(s) = (y(s))/(u(s)) = C(sI-A)^{-1}B$$

따라서 $y(s)=C(sI-A)^{-1}B = (W(s))/(F(s))u(s)$ 이며, 여기서

$W(s)=C \text{adj}(sI-A)B$ 로서 차수가 $n-1$ 인 $r \times m$ 분자 다항식 행렬이며 $F(s)=|sI-A|$ 로서 차수가 n 인 open loop 특성 다항식이다.

분자 다항식 행렬 $W(s)$ 와 분모 다항식 $F(s)$ 를 s 의 차수 형식으로 쓰면 다음과 같다.

$$W(s) = W_n s^{n-1} + W_{n-1} s^{n-2} + \dots + W_2 s + W_1$$

$$F(s) = s^n + d_n s^{n-1} + \dots + d_2 + d_1$$

여기서 w_i 는 차원이 $r \times m$ 인 계수행렬이며

d_i 는 scalar 계수이다.

입력 벡터 u 의 feedback 행렬 K 가 unity rank(dyadic) 구조를 가졌다고 가정하면 $K=qk$ 로 나타낼수 있고 q 는 $m \times 1$, k 는 $1 \times r$ 벡터이다.

Closed loop system의 특성 다항식은 $H(s)=|sI-A+BKC|$ 가 된다. 또한

$$H(s) = F(s) + kW(s)q$$

$$= s^n + d_n s^{n-1} + \dots + d_2 s + d_1 + k(W_n s^{n-1} + \dots + W_2 s + W_1)q$$

$$= s^n + (kW_n q + d_n) s^{n-1} + \dots + (kW_2 q + d_2) s + kW_1 q + d_1 \dots\dots\dots (8)$$

으로 표시할 수 있다. ²²⁾

바라는 closed loop의 pole을 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 이라 하면 바라는 closed loop 특성 방정식은

$$H(s) = (s-\lambda_1)(s-\lambda_2) \dots (s-\lambda_n)$$

$$= s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_2 s + a_1 \dots (9)$$

가 된다.

식(8)와 식(9)의 s 의 차수별로 계수 비교하면 다음의 n 개의 식이 나온다.

$$kW_1 q + d_n = a_n$$

$$kW_2 q + d_{n-1} = a_{n-1}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$kW_n q + d_1 = a_1 \dots\dots\dots (10)$$

이제 pole이동은 n 개의 식(10)을 만족하는 두 벡터 q 와 k 의 모르는 $m+r$ 개의 인자를 찾아내는 문제가 된다. 참고문헌 23)에는 q 와 k 를 계산하는 numerical 방법이 제시되어 있다.

행렬 K 가 dyadic 구조만을 가지고는 원하는 pole에 가지 못하는 경우가 많다. 따라서 반복을 매듭으로서 원하는 pole로 보내줄 수 있는 출력 feedback 행렬 K 를 구한다. ²⁴⁾

III. 실험

전체적인 공정은 Fig.1에 나타내었으며 감지된 변수들은 signal conditioning card와 Hp 2240A measurement and control processor를 통해 HP 2647A graphic terminal의 화면에 숫자와 그림으로 나타나게 하였다. 또한 항상 PI controller를 사용하여

reflux drum의 수위와 탑저의 수위를 일정하게 유지하며 다음의 입력과 출력에 대해 실험을 행하였다.

- u_1 = reflux의 control valve의 position의 변화
- u_2 = reboiler에 가한 heat의 양
- y_1 = Rectifying section의 한점의 온도변화
- y_2 = Stripping section의 한점의 온도변화

정상상태에 도달하면 제시한 제어기 설계에 필요한 model을 구하기 위한 개회로 실험과 simulation으로 부터 설계된 상수출력 비례적분 feedback제어기를 적용하는 폐회로 실험을 행하였다.

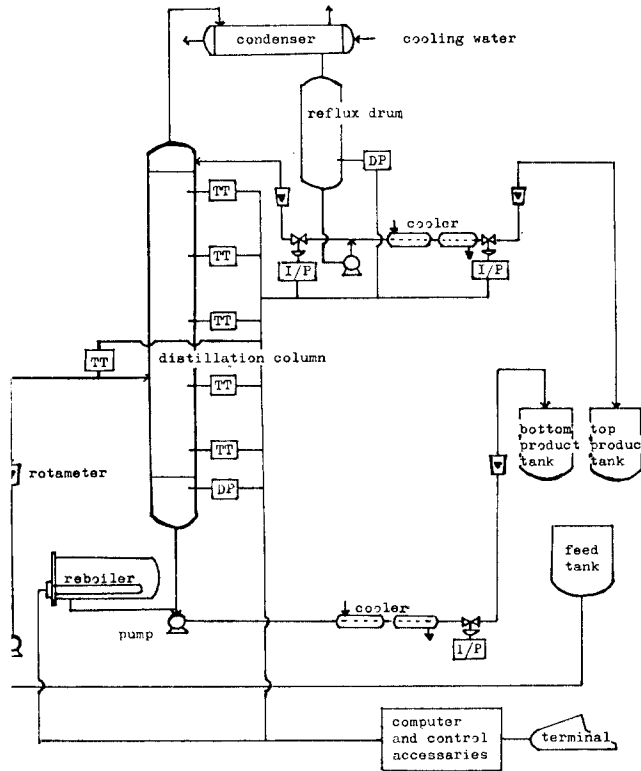


Fig.1 Schematic diagram of the process

IV. 결과 및 검토

1. 개회로 결과

Open loop의 전달함수는 여러형태로 나타낼수 있으며 모델의 차수가 높을수록 system이 정확하게 표현된다. 그러나 중류탑에서는 제어회로가 복잡하여 모델의 전달함수의 차수가 높을수록 제어가 복잡한 전달함수를 갖게 된다. 상수 output feedback 비례적분제어기는 $(r+m-1)$ 개의 pole을 원하는 위치에서 이동이 가능하므로¹⁶⁾ 본 system은 3차 모델로 하였다. System 전달함수

들의 계수들은 다변수 최적화 program package (Powell's conjugate direction method)²⁵⁾를 이용하여 구하였다.

구한 전달함수 행렬은 다음과 같다.

$$G(s) = 1/(\Delta(s)) \begin{bmatrix} -3.91042s^2 - 1.15134s - 0.0632042 & & \\ & 0.428317s^2 + 0.318506s + 0.0208949 & \\ -0.387831s^2 - 0.499155s - 0.056515 & & \\ & & 0.357478s^2 + 0.100654s + 0.00614149 \end{bmatrix}$$

여기서 $\Delta(s) = (s+0.365914)(s+0.072691)(s+0.128908)$ 이다. (11)

식(11)을 minimum state realization시키면 다음과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.365914 & 0 & 0 \\ 0 & -0.072691 & 0 \\ 0 & 0 & -0.128908 \end{bmatrix} x +$$

$$\begin{bmatrix} -31.0199 & -7.17944 \\ -0.0440368 & 0.00141071 \\ -0.0436139 & 0.0281218 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0.0767671 & 0.240597 & 34.8172 \\ -0.034422 & 30.6928 & 2.38422 \end{bmatrix} x \dots (12)$$

2. 폐회로 결과 및 검토

Simulation을 통해 구한 다변수 비례적분 제어기를 사용하였는데 set point 변화에 따라 나타나는 응답을 조사하였고 또한 다변수 pole이동의 특성을 알아 보았다.

$y'_s = (a,b)$ 는 정상상태에서 set point를 y_1 의 값은 $a(^{\circ}C)$ 만큼, y_2 의 값은 $b(^{\circ}C)$ 만큼 변화시키것을 나타낸 것이다.

식(1)을 식(4)으로 변형시키면 개회로의 pole은 3개의 pole $(-0.365914, -0.072691, -0.128908)$ 로 부터 5개의 pole $(-0.365914, -0.072691, -0.128908, 0, 0)$ 로 된다.

$y'_s = (0,1)$ 일때 나머지 다른 pole $(-0.224 \pm 0.071i, -0.205 \pm 0.010i)$ 둘은 같도록 고정시키고 한개의 pole을 변화시키면 결과 단변수 경우와 유사하게 원점에서 멀수록 응답이 빠른 반면 overshoot가 크게 나타남을 Fig.2 에서 볼 수 있다.

Graphic terminal 을 사용하여 $y'_s = (0,1)$ 인 경우

pole들을 변해가면서 상당히 좋은 응답을 나타나게 하는
가래와 같은 상수 비례적분 gain 행렬을 구하였다.

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.10684 & -0.49583 \\ -0.13160 & -0.56575 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.006894 & 0.097248 \\ -0.031376 & 0.169091 \end{bmatrix} \dots (13)$$

Open loop 실험 data로 부터 식(12)과 같은
model 을 구하는 과정에서 data fitting에 의한 오
차가 생길 수 있다. Fig.3 은 그러한 경우 제어계의
특성변화를 나타낸 것이다.

행렬 B와 C 는 고정시키고 행렬 A의 element a_{11}
혹은 a_{33} 의 값에 10% 편차가 생겼다고 가정하여, 즉

$$A = \begin{bmatrix} -0.402505 & 0. & 0. \\ 0. & -0.072691 & 0. \\ 0. & 0. & -0.128908 \end{bmatrix} \text{ 혹은}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.365914 & 0. & 0. \\ 0. & -0.365914 & 0. \\ 0. & 0. & -0.141799 \end{bmatrix} \text{ 인 경우}$$

위에서 응답을 구한 결과 제어계의 동특성에는 큰 변화가 없었다.
위에서 구한 gain 행렬 (식(13))은 $y'_s = (0, 1)$ 인 경우 좋은
응답을 나타낼 뿐 아니라 $y'_s = (0.5, 0.5)$ 와 $y'_s = (1, 0)$
인 경우에도 상당히 좋은 응답을 나타냈음 Fig.4 는 보여주고
있다. 선형 system 으로 가정하였기 때문에 다른 경우, 예를
들어 $y'_s = (0, -1)$, $y'_s = (0, 3)$, $y'_s = (2, 2)$ 등에
대해서도 크기만 다를뿐 응답형태는 위 세 경우와 같다.

Rectifying section 의 온도를 조절하기 위한 입력을
reflux 의 양으로 잡고 stripping section의 온도를 조절
하기 위한 입력을 heat의 양으로 잡아 각각 단변수 비례적분
제어기를 설계하여 system에 적용한 결과 두 입력과 두 출력사
이의 상호작용(interaction)을 고려하지 못하기 때문에 track-
ing을 전혀 못하고 발산하였으며 하나의 단변수제어를 하였을 경
우에는 한개의 output은 제어 가능하나 다른 output은 offset
이 생기거나 발산했다. 단변수 비례적분계와 다변수 비례적분계의
성능비교는 Fig.5 에 나타내었다.

Simulation에서 구한 식(13)의 gain 행렬을 사용하여 y'_s
 $= (0, 2)$ 경우에 대해 실제 실험결과가 Fig.6 에 나타나
있다. 실험에 의해 구한 값은 simulation에서 구한 값과 어
느정도 차이는 있으나 추세는 일치함을 알수 있었고 적용가능성을

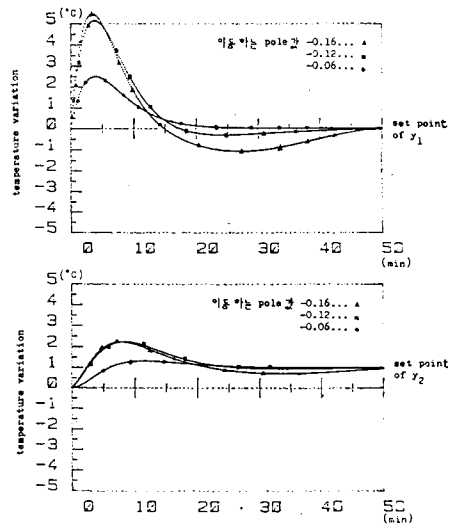


Fig.2 $y'(0,1)$ 인 경우 나머지 pole들은 2점만 상이하여
나머지 pole 이동에 따른 response 변화

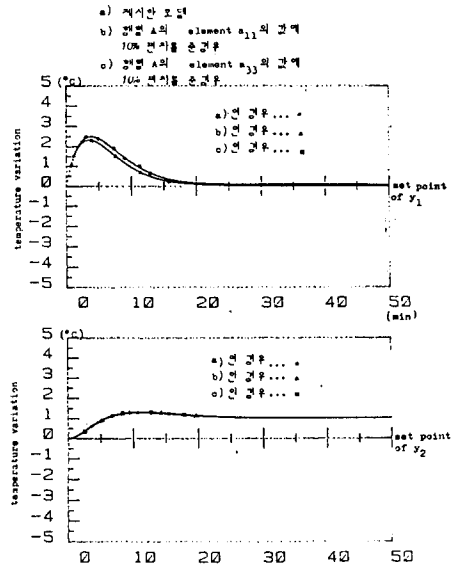


Fig.3 모델(A,B,C)의 오차에 의한 제어계의
특성 변화 ($y'_s(0,1)$ 인 경우)

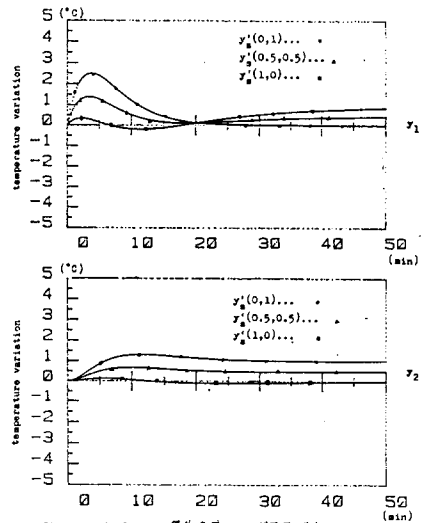


Fig.4 simulation에서 구한 gain 행렬에 의한 step 변화

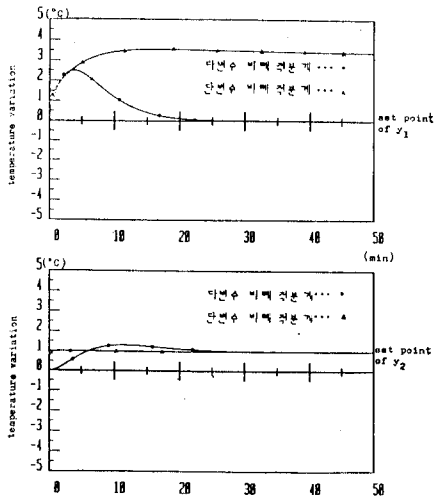


Fig. 5 단변수 비례적분제와 다변수 비례적분제의 비교 ($y_1(0,1)$ 의 경우)

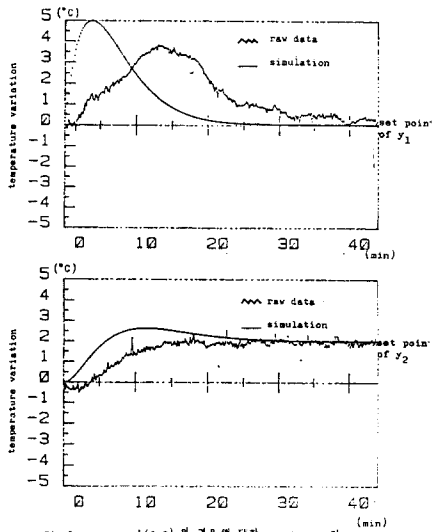


Fig. 6 $y_1(0,2)$ 의 경우에 대한 simulation과 실제의 비교

보여주었다. 차이가 생긴 이유는 증류탑과 같은 복잡한 system을 입력과 출력에 따른 제한(상수 output feedback 비례적분기는 $(r+m-1)$ 개의 pole을 원하는 위치에 이동가능함) 때문에 3차 model로 하였으므로 system을 보다 정확히 표현할 수 없었고 또한 pole 이동방법은 system에 실제 존재하는 시간지연(time delay)를 고려할 수 없었기 때문이다.

V. 결 론

실험을 통해 입력의 계단변화에 따른 출력변화를 구한 다음 data fitting을 통해 다음의 개위로 전달함수를 구하였고 다변수 realization방법을 이용하여 제어기 설계에 필요한 아래

와 같은 시간 불변인 선형 다변수 모델을 구하였다. Simulation을 통해 다른 pole들은 같도록 고정시키고 한개의 pole만 이동할 때의 응답변화는 원점에 밀수록 빠르고 overshoot가 커짐을 알수 있었고 또한 앞에서 제시한 다변수 비례적분제어의 성능은 변수 사이에 상호작용을 고려할 수 있기 때문에 단변수 비례적분 제어의 성능보다 훨씬 우수했다. Simulation에서 좋은 응답을 나타내게 하는 gain 행렬을 사용하여 폐회로 실험을 한 결과 simulation에서 구한 값과는 어느정도 차이는 있으나 추세는 일치함을 보였고 실제 다변수 system에 적용가능함을 알았다.

References

1. Y.C. Hu, "Applications of Modern Control Theory to Distillation Columns", *AIChE J.*, 18, 279(1972)
2. M.D. Rafal and W.F. Stevens, "Discrete Dynamic Optimization Applied to On-Line Optimal Control", *AIChE J.*, 14, 85(1968)
3. R.A. Heidemann, "An Optimal Discrete Controller for a System with Load Changes", *Proc. JACC*, 454(1967)
4. C.B. Brosilow and K.R. Handley, "Optimal Control of a Distillation Column", *AIChE J.*, 14, 467(1968)
5. P. Scholander, "Computer Control of Pilot Plant Stripping Column", *Proc. 4th IFAC/IFIP Conf. on Digital Computer Applications to Process Control*, Zurich(1974)
6. D.O. Oakley and T.F. Edgar, "Optimal Feedback Control of Binary Distillation Column", *Proc. JACC*, 551(1976)
7. Z. Binder and L. Calvillo, "Dynamic Control of a Pilot Distillation Column by Digital Computer", *Proc. 4th IFAC/IFIP Conf. on Digital Computer Applications to Process Control*, Zurich(1974)
8. C.O. Schwanke, T.F. Edgar and J.O. Hogen, "Development of Multivariable Control Strategies for Distillation Column", *ISA Trans.*, 16, 69(1976)
9. R.B. Newell, D.G. Fisher and D.E. Seborg, "Computer Control Using Optimal Multivariable Feedforward-Feedback Algorithms", *AIChE J.*, 18, 5, 976(1972)
10. R.B. Newell and D.G. Fisher, "Experimental Evaluation of Optimal Multivariable Regulatory Controllers with Model-Following Capabilities", *Automatica*, 8, 3, 247(1972)
11. W.L. Luyben, "Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Engineers", McGraw Hill, New York, (1973)
12. E.J. Davison, "On Pole Assignment in Linear Systems with Incomplete State Feedback", *IEEE. Trans. Autom. Cont.*, 15, 348(1970)
13. E.J. Davison, and S.H. Wang, "On Pole Assignment in Linear Multivariable Systems Using Output Feedback", *IEEE. Trans. Autom. Cont.*, 20, 516(1975)
14. N. Munro, "Further Results on Pole-Shifting Using Output Feedback", *Int. J. Cont.*, 20, 775(1974)
15. N. Munro and A. Vardulakis, "Pole-Shift Using Output Feedback", *Int. J. Cont.*, 18, 1267(1973)
16. N. Munro and S. Novin-Hirbod, "Pole Assignment Using Full-Rank Output-Feedback Compensators", *Int. J. Cont.*, 10, 285(1979)
17. T. Kailath, "Linear System", 1st Ed., Prentice-Hall, New York, (1980)
18. H.H. Rosenbrock, "State-Space and Multivariable Theory", John Wiley & Sons, New York, (1970)
19. C.T. Chen, "Lectures on Multivariable System", Lecture Note, (1981)
20. S. Fukata, A. Mohri and M. Takata, "On the Determination of the Optimal Feedback Gains for Multivariable Linear Systems Incorporating Integral Action", *Int. J. Cont.*, 31, 6, 1027(1980)
21. N. Viswanadham, L.M. Patnaik and I.G. Sorna, "Robust Multivariable Controllers for a Tubular Ammonia Reactor", *Trans. of ASME*, 101, 290(1979)
22. F. Fallside and H. Seraji, "Pole-Shifting Procedure for Multivariable Systems Using Output Feedback", *Proc. IEE.*, 118(11), 1648 (1971)
23. F. Fallside, "Control System Design by Pole-Zero Assignment", Academic Press, London, 196(1977)
24. H. Seraji, "Pole Assignment in Multivariable Systems with Unrestricted Output Feedback", *Arya-Mehr Univ., Control Systems Group, Technical Report TR 3*, (1975)
25. M. Arvriel, "Nonlinear Programming Analysis and Methods", Prentice-Hall, New York, (1976)