

개선된 two-level costate prediction method 를 이용한

원자로 출력 제어

전희영 · 박귀태 · 이창훈 · 이희정

고려대학교 공과대학 전기공학과

A study on power control of nuclear reactor using revised two-level costate prediction method

Chun, Hee Young; Park, Gwi Tae; Lee, Chang Hoon; *Lee, Hee Jeung

Dept. of Electrical Eng. Korea Univ.

ABSTRACT

A revised two-level costate prediction algorithm is developed for the optimization of nonlinear nuclear power plant. The algorithm is proved to converge very well, and appears to require substantially small computation time and storage than previous nonlinear optimization algorithm. To cope with unknown external disturbances, we construct a closed loop control system. In order to get a smaller sampling time, this paper proposes the two-level Kalman filter.

1. 서 론

최적 제어 이론을 적용하여 비선형 대규모 계통을 제어하려면 매우 큰 컴퓨터 시간 및 용량이 필요할 뿐만 아니라, 낮은 차수의 방정식을 컴퓨터로 계산 할 때 발생할 오차가 발생하기 쉽다. 이러한 단점을 해결하면서 비선형 대규모 계통을 최적 제어 하기 위해서는 이 계통을 몇 개의 부분계로 분해시켜 계층 제어 할 필요가 있다.

계층 제어 기법중 "T.L.C.P.M." (Two-Level Costate Prediction Method) (1) 은 여러가지 면에서 탁월한 장점이 있음에도 불구하고 원자로 계통에 적용하였을 때 수렴성이 좋지 않기에

본 예, 이 계통에는 귀당하지 않다.

본 논문은 이러한 단점을 해결하기 위해

"개선된 two-level costate prediction method

를 제안하여 3차 비선형 원자로 계통의 출력을 효과적으로 제어하고, 원자로 운전시 임의의 시간에 발생하는 외란을 처리하기 위한 폐회로 구성 방법을 제시하였다. 폐회로 구성시 상태 궤환 제어를 위해 요구되는 상태 추정 알고리즘은, 계산 시간을 줄이기 위해 "칼만 필터"를 2중 구조로 재구성하여 사용하였다.

2. 개선된 two-level costate prediction method

다음과 같은 비선형 이산시 계통을 생각하자.

$$\underline{x}(k+1) = \Phi(\underline{x}, \underline{u}, (k+1, k)) \quad (2.1)$$

최소화할 평가 지표를 다음식으로 설정한다.

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (\|\underline{x}(k)\|_Q^2 + \|\underline{u}(k)\|_R^2) \quad (2.2)$$

식 (2.1)을 Φ 와 Γ 에 대하여 정리하면 다음과

같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= \Phi(\underline{x}, \underline{u}, (k+1, k))\underline{x}(k) \\ &+ \Gamma(\underline{x}, \underline{u}, (k+1, k))\underline{u}(k) \\ &+ \mathbf{D}(\underline{x}, \underline{u}, (k+1, k)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

여기서 Φ, Γ, \mathbf{D} 는 Φ 와 Γ 에 대해 비선형 요소를 가진다.

식 (2.3)에서 Φ, Γ, \mathbf{D} 내의 비선형성을 고정시키기 위해, Φ, Γ 대신 예측 벡터 \underline{x}^* 와 \underline{u}^* 를 도입하면 식 (2.2), (2.3)의 최소화 문제는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{Min } J^* = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (\|\underline{x}(k)\|_Q^2 + \|\underline{u}(k)\|_R^2) \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= \Phi(\underline{x}^*, \underline{u}^*, (k+1, k))\underline{x}(k) \\ &+ \Gamma(\underline{x}^*, \underline{u}^*, (k+1, k))\underline{u}(k) \\ &+ \mathbf{D}(\underline{x}^*, \underline{u}^*, (k+1, k)) \end{aligned} \quad (2.5)$$

이 최소화 문제를 풀기 위해 "Hamiltonian" 을 구하면

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{1}{2} \underline{X}(k) \underline{Q}_k \underline{X}(k) + \frac{1}{2} \underline{U}(k) \underline{R}_k \underline{U}(k) + \underline{\lambda}^T(k+1) \cdot \\
 & \quad \{ \underline{\Phi}(X^*, U^*, (k+1, k)) \underline{X}(k) \\
 & \quad + \underline{\Gamma}(X^*, U^*, (k+1, k)) \underline{U}(k) + \underline{D}(X^*, U^*, (k+1, k)) \} \\
 & \quad + \underline{g}^T(k) (\underline{X}(k) - \underline{X}^*(k)) + \underline{r}^T(k) (\underline{U}(k) - \underline{U}^*(k))
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

윗 식에서 \underline{X}^* 와 \underline{U}^* 가 미리 예측됨으로써 식 (2.6)은 다음과 같이 n 개의 "Hamiltonian" 으로 분해될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{i=1}^n H_i \quad (n \text{ 은 부계통수}) \\
 H_i &= \frac{1}{2} \underline{X}_i(k) \underline{Q}_{i,k} \underline{X}_i(k) + \frac{1}{2} \underline{U}_i(k) \underline{R}_{i,k} \underline{U}_i(k) + \underline{\lambda}_i^T(k+1) \cdot \\
 & \quad \{ \underline{\Phi}_i(X^*, U^*, (k+1, k)) \underline{X}_i(k) \\
 & \quad + \underline{\Gamma}_i(X^*, U^*, (k+1, k)) \underline{U}_i(k) + \underline{D}_i(X^*, U^*, (k+1, k)) \} \\
 & \quad + \underline{g}_i^T(k) (\underline{X}_i(k) - \underline{X}_i^*(k)) + \underline{r}_i^T(k) (\underline{U}_i(k) - \underline{U}_i^*(k))
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

최적화의 필요 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial H_i}{\partial \underline{U}_i} = 0 \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial \underline{\lambda}_i(k+1)} = \underline{X}_i(k+1), \quad \underline{X}_i(k_0) = \underline{X}_0 \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial \underline{X}_i(k)} = \underline{\lambda}_i(k), \quad \underline{\lambda}_i(k_f) = \underline{0} \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{g}} = 0 \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{r}} = 0 \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{X}^*(k)} = 0 \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \underline{U}^*(k)} = 0 \tag{2.14}$$

이상이 "T.L.C.P.M" 에서의 최적해를 구하기 위한 필요 조건이다. 그러나 위의 조건을 원자도 계통에 적용하여 최적해를 구해보면 수렴성이 좋지않다는 문제점이 나타난다.

본 논문은 이 문제점을 해결하기 위해 식 (2.8)의 입력 \underline{U} 를 "steepest descent" 알고리즘으로써 결정한다.

$$\underline{U}_i^{L+1} = \underline{U}_i^L - \tau \left(\frac{\partial H_i}{\partial \underline{U}_i} + \frac{\partial H_i}{\partial \underline{U}_i} \right) \tag{2.15}$$

여기서 L 은 반복지표, τ 은 "step size" 이다.

이상의 최적화 조건을 만족시키기 위한 2중 구조 알고리즘은 다음과 같이 정리할 수 있다.

1 단 계 :

벡터 $\underline{X}^*, \underline{U}^*, \underline{U}, \underline{\lambda}, \underline{r}$ 의 초기 궤적을 임의로 예측하고 반복지표 L 을 1로 놓는다.

2 단 계 :

벡터 $\underline{X}^*, \underline{U}^*$ 를 식 (2.9) 에 대입하여 \underline{X}^L 를 구한다음, 이 값들을 식 (2.10), (2.14)

에 대입하여 $\underline{Q}(k)$ 및 $\underline{r}(k)$ 의 궤적을 수정 한다. 3 단 계 :

$\underline{X}^* = \underline{X}, \underline{U}^* = \underline{U}$ 이면 그때의 입력 궤적을 최적 입력으로 취하고 그렇지 않으면 다음식으로

$$\begin{aligned}
 \underline{X}^*, \underline{U}^*, \underline{U}, \underline{\lambda} \text{ 를 수정하여 2단계로 되돌아간다.} \\
 \underline{X}^{*L+1} &= \epsilon \underline{X}^L + (1 - \epsilon) \underline{X}^{*L} \\
 \underline{U}^{*L+1} &= \epsilon \underline{U}^L + (1 - \epsilon) \underline{U}^{*L} \quad 0 < \epsilon < 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{U}^{L+1} &= \underline{U}^L - \tau \left(\frac{\partial H}{\partial \underline{U}} + \frac{\partial H}{\partial \underline{U}} \right) \\
 \underline{\lambda}^{L+1} &= \underline{\lambda}^L
 \end{aligned}$$

이것을 계층 구조 블록선도로 나타내면 그림 (2.1)과 같다.

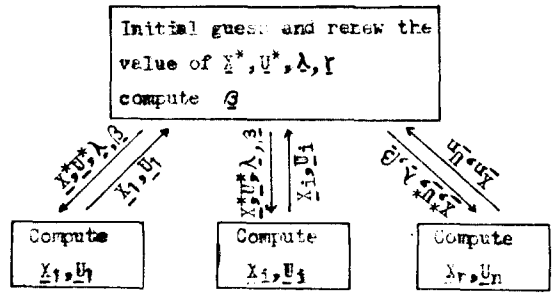


Fig.(2.1) Two-level block diagram.

3. 폐회로 제어

우리는 전 점에서 최적 제어 입력과 그에 따른 원자도 계통의 상태 궤적을 구했다. 그러나 원자도를 최적 입력으로 운전 할 때 예상 할 수 없는 외란이 들어오면 실제 궤적은 최적 궤적으로 부터 이탈하게 된다. 따라서 이러한 외란을 처리하기 위해 폐회로를 구성할 필요가 있다.

(3-1) 폐회로 구성

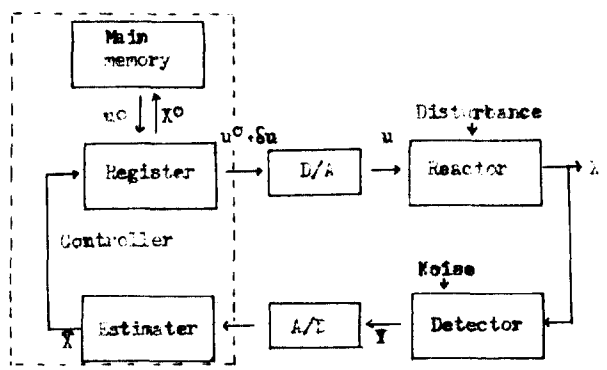


Fig.(3.1) Structure of the closed loop control system

그림에서 보는 바와 같이 원자도 계통은 "

Main memory "에 내장되어 있는 최적 입력 \underline{u}^0 에 의해 운전된다. 만약 외란의 영향으로 상태 궤적이 최적 궤적 \underline{x}^0 로 부터 이탈된다면, 폐회로 제어 계통이 이를 감지하여 입력을 $\underline{u}^0 + \delta \underline{u}$ 로 수정하여 운전함으로써 상태치가 최적 궤적 \underline{x}^0 를 따라가도록 한다.

식 (2.1)을 최적 궤적 \underline{x}^0 와 \underline{u}^0 에 대해서 선형화시키면 다음과 같은 선형 방정식을 얻는다.

$$\underline{X}(k+1) = \Phi(k) \delta \underline{X}(k) + G(k) \delta \underline{u}(k) \quad (3.1.1)$$

$$\delta \underline{X}(k) = \underline{X}(k) - \underline{x}^0$$

$$\delta \underline{u}(k) = \underline{u}(k) - \underline{u}^0$$

$$\Phi(k) = \frac{\partial \underline{X}(k)}{\partial \underline{X}(k-1)} \Big|_{\underline{X}=\underline{x}^0, \underline{u}=\underline{u}^0}$$

$$G(k) = \frac{\partial \underline{X}(k)}{\partial \underline{u}(k)} \Big|_{\underline{X}=\underline{x}^0, \underline{u}=\underline{u}^0}$$

순환 입력 $\delta \underline{u}(k)$ 는 상태 편차 $\delta \underline{X}(k)$ 와 시변 계관 행렬 $B(k)$ 의 곱으로써 결정한다.

$$\delta \underline{u}(k) = B(k) \delta \underline{X}(k)$$

즉 $\delta \underline{u}(k)$ 는 다음과 같은 평가 함수를 최소화 시켜야 한다.

$$J = \sum_{k=0}^N (\delta \underline{X}^T(k) Q' \delta \underline{X}(k) + \delta \underline{u}^T(k-1) R \delta \underline{u}(k-1)) \quad (3.1.2)$$

계관 행렬 $B(k)$ 의 해는 다음의 순환 방정식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} B(k) &= -(L_{qq}(K-(k+1)) + R)^{-1} L_{qu}(K-(k+1)) \\ L_{qu}(K-(k+1)) &= \Phi^T(k)(Q + P(K-(k+1)))G(k) \\ L_{uu}(K-(k+1)) &= G^T(k)(Q + P(K-(k+1)))G(k) \\ L_{qq}(K-(k+1)) &= G^T(k)(Q + P(K-(k+1)))G(k) \\ P(K-k) &= L_{pp}(K-(k+1)) + L_{qu}(K-(k+1))B(k) \\ P(0) &= Q \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

이 계관 행렬 $B(k)$ 를 써서 모든 상태가 측정 가능하다는 가정하에 외란을 처리한 결과가 그림 (5.2)에 나타나 있다.

(3-2) 2중 구조 "칼만 필터"

우리는 (3-1)에서 모든 상태가 측정 가능하다고 가정하고 외란을 처리 하였다. 그러나 실제 계통에서는 측정 불가능한 상태 변수가 있기 때문에 상태 궤관을 이용하여 외란을 처리하려면 상태 추정 알고리즘이 필요하다.

앞에서 소개한 개념을 "Multi-processor"로 본다면, 하위 레벨의 컴퓨터 3개는 최적 입력이 구해지면, 다음 출력 전이가 있게 된다.

까지는 정지 상태에 있게 된다. 이 하위 레벨의 컴퓨터들을 이용하여 "칼만 필터"를 2중 구조로 구성한다면, 샘플링 주기 ΔT 를 작게 할 수 있다.

재구성된 "칼만 필터"의 알고리즘은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta \hat{\underline{X}}_i(k+1) = \Phi \delta \hat{\underline{X}}_i(k) + \Gamma_i \delta \underline{u}_i(k) + K_i(k)(Y(k) - C \hat{\underline{X}}_i(k)) \quad (3.2.1)$$

$$K(k) = P(k)C^T(R_2 + CP(k)C^T)^{-1} \quad (3.2.2)$$

$$P(k+1) = \Phi P(k) \Phi^T + R_1 - \Phi P(k)C^T(R_2 + CP(k)C^T)^{-1}CP(k)\Phi^T \quad (3.2.3)$$

이것은 다음과 같은 2중 구조 알고리즘으로써 볼 수 있다.

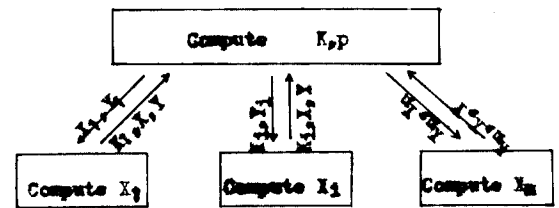


Fig. (3.1) Block diagram of two-level Kalman filter

즉 상위 레벨에서는 K 와 P 를 행렬 계산으로 풀고 하위 레벨에서는 각 상태 값을 추정함으로써, 계산 시간을 줄일 수 있다.

4. 원자로 계통에의 적용

"Oguri"는 원자로의 출력 준위 최적 제어 문제를 "R.D.P (Regionwise Dynamic Programming)" 기법으로 풀었다. 그러나 그의 방법은 너무 복잡하고 계산시간 및 기억용량이 크다는 결점이 있다. (3)

본 논문은 최적 제어 해를 구하는 데 있어서 2장에서 제안된 "개선된 two-level costate prediction" 알고리즘을 적용하여 다음과 같은 3차의 원자로 출력 준위 제어 문제를 다룬다.

$$\begin{aligned} X_1(k+1) &= (1-7.3\Delta T)X_1(k) + 7.3 \Delta T X_2(k) \\ &\quad - \Delta T X_1(k) X_3(k) + \Delta T X_1(k) u(k) \\ X_2(k+1) &= 0.0787\Delta T X_1(k) + (1-0.0787\Delta T)X_2(k) \\ X_3(k+1) &= 0.1\Delta T X_1(k) + (1-0.1\Delta T)X_3(k) \end{aligned} \quad (4.1)$$

여기서

- X_1 : 출력과 그 초기치의 차이
- X_2 : 천연 중성자의 선행 핵 농도에 대응하는 출력과 그 초기치의 차이

X_3 : 평균 핵 연료 온도와 그 초거치의 비

ΔT : 샘플링 주기
 입력으로 표현된 반응도와 그 변화율은 물리

적인 제한 조건이 있기 때문에 입력 u 는

$$1 < u < 4, \quad -0.2\Delta T < u(k+1) - u(k) < 0.2\Delta T$$

와 같은 구속 조건을 갖는다.

시뮬레이션은 원자로의 출력비인 상태 X_3 의 값이 1 상태에서 운전중 최종시간 100초 내에

3 상태로 천이 한다는 가정 아래, 평가지표는 다음과 같이 설정하였다.

$$J = \sum_{k=0}^{100} (\|X_1(k) - X_1^*(k)\|^2 + \|X_2(k) - X_2^*(k)\|^2 + \|X_3(k) - X_3^*(k)\|^2 + \|u(k) - u^*(k)\|^2) \quad (4.2)$$

식 (4.1), (4.2)으로 주어지는 최소화 문제의 해를 구하는데 있어서 2점의 제어 기법을 적용한 결과가 그림 (5.1)에 나타나 있다.

5. 시뮬레이션 및 검토

그림 (5.1)은 $T=0.2, Q=\text{diag}(10^{-2}, 10^{-3}, 5), R=0.4$ 로 하여, 2점의 알고리즘을 적용한 것이다. 그림 (5.2)은

$Q^*=\text{diag}(10^{-2}, 10^{-3}, 10^3), H=1$ 로 하고, 외란을 22.5초 일때 크기 0.5인 "step disturbance"로 가정하여 3-1점의 알고리즘을 적용한 것이다.

그림 (5.3)은 상태 잡음 및 측정 잡음의 표준편차를 각각 0.005, 0.001로 하고, 외란을 위와 같이 가정하여 3-2점의 알고리즘을 적용한 것이다.

그림 (5.1)의 시뮬레이션시 "T.L.C.P.M" 기법은 반복 횟수를 크게 잡아도 수렴하지 않았으나 개선된 기법은 반복 횟수 65일때

$\sum_{k=0}^{100} (X_1(k) - X_1^*(k))$ 가 0.002로서 좋은 수렴성이 있음을 알수 있었다. 그림 (5.2)의 시뮬레이션시 "open-loop control"에서는 정상 상태 편차가 0.4였으나 "closed-loop control"에서는 최적 편차와 거의 같았다. 3-2점에서 제안한 2중 구조 칼만 필터는 종래의 칼만 필터에 비해 약 2배의 계산 속도를 가질 수 있다.

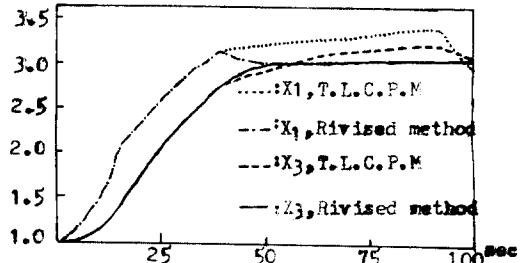
6. 결 론

본 논문은 비선형 원자로 계통의 출력을 최적 제어 하는데 있어서, 기존 논문들의 단점이었던 컴퓨터 계산 시간 및 기억 용량을 줄이기 위해 "개선된 two-level costate predictor method"를 제안하고, 이 기법이 효과적임을 시

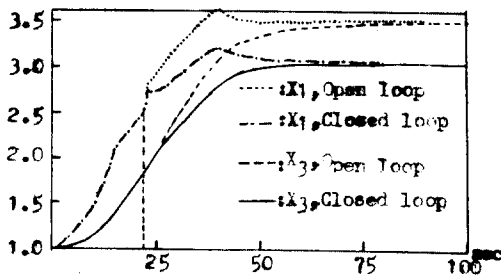
뮬레이션을 통해 보였다. 또 임의의 시간에 발생하는 외란을 처리하기 위해 페희로를 구성하였으며, 페희로 구성시 필요한 상태 추정 알고리즘은 "칼만 필터를 2중 구조로 재구성하여 샘플링 주기를 작게 함으로써, 제어 알고리즘을 보다 안정화 시켰다.

* 참고 문헌

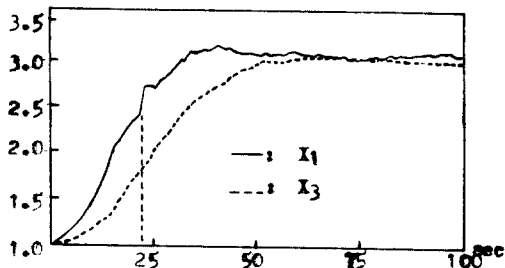
- (1) HASSAN, M. and SIGH, M.G. "A two-level costate prediction algorithm for nonlinear systems" Automatica, Nov, 1977
- (2) ASTROM, WITTEMARK "Computer controlled systems" PRENTICE HALL
- (3) KEN OGURI, YOSHIE EBIZUCA "Synthesis of digital control systems for nuclear reactors 1,2" Journal of Nuclear Science and Technology, July, 1975
- (4) TOU, J.T "Optimal design of digital control systems" ,1963, Academic Press Inc.



Fig(5.1) Trajectories by using T.L.C.P.M and Revised method



Fig(5.2) Trajectories with feedback control sys. - accessible case



Fig(5.3) Trajectories with feedback control sys. - inaccessible case