

롤러론에 의한 비행체 롤운동 제어

김 병 교, 김 요 섭
대전 기계 창

Roll Motion Control of Flight Vehicles Using Rollers

Byung Kyo Kim, Yo Sup Kim
Daejeon Machine Depot

Abstract

Some missiles using canards as control device adopt rollers to reduce roll motion due to aerodynamically induced rolling moment. This paper presents equations of motion of these missiles including the gyroscopic effect of rolleron rotors. Some linearized analysis results and simulation results are shown to coincide, thus some characteristic motions of missiles and rollers can be seen.

취하게 되므로 롤 운동을 억제하는 효과를 얻게 된다. 이와 같은 롤러론을 부착할 경우, 롤러론의 안정성 및 롤 각속도의 감쇄능력, 유도방식(guidance algorithm)에 대한 영향, 전체항력(drag)의 증가등의 문제가 발생한다. 이에 대한 답을 얻기 위한 한 과정으로서, 롤러론을 포함한 유도탄의 운동방정식을 세우고 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였으며, 또 특수한 경우에 대한 선형해석(linear analysis)을 수행하여 그 운동 특성을 고찰함과 아울러 시뮬레이션 결과의 점검에도 활용하였다.

1. 서 론 (Introduction)

카나드(Canard) 롤 사용하여 자세를 조종하는 유도탄은 기동 비행시 공기역학적인 롤링 모멘트(rolling moment)가 유기되어 높은 롤 각속도(roll rate)를 일으킨다. 이와 같은 롤 각속도가 어느 정도의 한계를 넘을 경우, 유도 조종 장치에 근한한 문제를 야기하므로, 이를 감쇄시키기 위하여, 꼬리날개(tail fin)에 롤러론(rolleron)을 부착하는 경우가 있다.

롤러론이란, 그림 1에 보인 바와 같이, 공기역학적으로 구동되는 자이로 휠(gyro wheel)을 부착한 일종의 보조날개(aileron)이다. 롤러론은, 비행체가 롤운동을 할 경우, 그 운동을 감쇄시키는 공기역학적인 롤링모멘트를 발생하는 방향으로 작동한다. 그 원리를 개략적으로 설명하면, 그림 2에서, 공기력에 의하여 각운동량 \vec{H} 를 갖게 된 롤러론은 그림과 같은 방향의 롤 각속도가 있을 때, $\Delta\vec{H}$ 방향으로 각운동량 변화를 일으키므로, $\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{H}$ 에 의하여, 한지축 주위에 작용하는 공기역학적인 모멘트가 $\Delta\vec{H}$ 방향으로 일어나도록 움직이게 된다. 즉, 1번 롤러론은 뒷전(trailing edge)이 내려가며, 2번 롤러론은 뒷전이 올라가게 된다. 따라서, 이때 롤러론에 의한 기체 X축 주위의 모멘트는 롤 각속도 p와 반대방향을

2. 운동방정식(Equations of Motion)

롤러론은 유도탄체에 대하여 상대운동을 하기 때문에, 강체로서의 운동을 기술한 자유도 여섯의 운동방정식만으로는 롤러론을 부착한 유도탄의 운동을 충분히 기술할 수 없게 된다. 따라서, 롤러론의 운동을 포함한 방정식을 유도하여야 하는데, 이 경우 무게중심(C.G.)의 운동을 기술하는 선운동 방정식(force-linear momentum change equation)은 식 자체의 형태는 변하지 않고, 주로 항력(drag)부분만 변화한다. 한편, 모멘트 방정식(moment equation)은 자이로 휠의 각운동량에 의한 자이로 효과(gyroscopic effect)의 영향이 크므로, 이를 첨가하여야 한다.

이와 같은 운동방정식을 세우기 위하여 사용된 좌표계 및 주요 벡터들이 그림 3에 도시되어 있다. 여기에서, (X_I, Y_I, Z_I) 는 관성좌표계(inertial frame)이며, (X_B, Y_B, Z_B) 는 기체 고정좌표계(body fixed frame), (X_R, Y_R, Z_R) 은 롤러론에 고정된 좌표계, (X_G, Y_G, Z_G) 는 자이로 휠에 고정된 좌표계이다.

(1) 모멘트 방정식 (Moment Equation)

외력의 무게중심 주위의 모멘트는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \int_{V_T} \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} \, dm \\ &= \int_{V_T} \vec{r} \times \{ \ddot{\vec{r}}_p + \ddot{\vec{r}} + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \} \, dm \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 $\vec{\omega}$, V_T 는 각각 다음과 같다.

$\vec{\omega}$: 비행체의 관성좌표계에 대한 각속도
 V_T : 유도탄의 총체적.

한편,

$$\int_{V_T} \vec{r} \times \ddot{\vec{r}}_p \, dm = \left(\int_{V_T} \vec{r} \, dm \right) \times \ddot{\vec{r}}_p = 0 \text{ 이고,}$$

롤러론을 제외한 부분에서는 $\vec{r} = \vec{r}' = 0$ 이므로, 식(1)의 우변은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \int_{V_T} \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} \, dm &= \int_{V_T} \vec{r} \times \{ \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \} \, dm \\ &+ \int_{V_{G+R}} \vec{r} \times (\ddot{\vec{r}} + 2\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}) \, dm \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 V_{G+R} 은 자이로 휠 및 롤러론 구조물 (rolleron assembly) 을 나타낸다. 식(2) 우변의 첫째항은 비행체를 강체 (rigid body) 로 가정했을 때와 같은 형태이며, 이로 부터 다음과 같은 항들을 유도할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \int_{V_T} \vec{r} \times \{ \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \} \, dm \\ = \hat{i} \{ \dot{p} I_x \} + \hat{j} \{ \dot{q} I_y + pr(I_x - I_z) \} \\ + \hat{k} \{ \dot{r} I_z + qp(I_y - I_x) \} \end{aligned} \quad (3)$$

여기에서 $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ 는 각각 기체고정 좌표계의 X_b, Y_b, Z_b 방향 단위벡터들이다. 식(3)에 나타난 관성능률 (moment of inertia) 항들은 롤러론이 움직이므로 시간에 따라 약간 변동할 것이나 그 양은 무시할 만하다. 따라서 롤러론의 영향은 주로 식(2)의 둘째 항을 통하여 나타나는 데, 2번 코리날개의 롤러론에 대하여 이를 전개하면 다음의 식(4) 및 식(5)와 같이 된다.

$$\begin{aligned} \int_{V_{G+R}} \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} \, dm &= \{ m_{G+R} e' \delta (a_o \hat{j} - b_o \hat{i}) \} \\ &+ \{ I_{HG+R} \delta (\sin\beta \hat{i} + \cos\beta \hat{j}) \} \\ &+ \{ -H_G \cos\beta \delta \hat{i} + H_G \sin\beta \delta \hat{j} \\ &+ H_G \delta \delta \hat{k} \} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \int_{V_{G+R}} \vec{r} \times (2\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}) \, dm \\ = 2m_{G+R} e' \delta (a_o p + b_o q) \hat{k} \\ + H_G (-q - r \sin\beta \delta) \hat{i} + H_G (p - r \cos\beta \delta) \hat{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + H_G \delta (p \sin\beta + q \cos\beta) \hat{k} \\ + 2I_{HG+R} \delta (p \cos\beta - q \sin\beta) \hat{k} \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 $H_G, m_{G+R}, I_{HG+R}, e'$ 는 각각 다음과 같다.

H_G : 자이로 휠의 각운동량 (= $I_G \omega_G$)
 m_{G+R} : 자이로 휠 및 롤러론 구조물의 질량
 I_{HG+R} : 자이로 휠 및 롤러론 구조물의 힌지축에 대한 관성능률
 e' : 자이로 휠 및 롤러론 구조물 전체의 무게중심의 y_r 축 성분.

식(5)는 코리올리 (Corriolis) 항을 나타냄을 알 수 있으며, 롤러론의 r 좌표계에 관한 관성낙적 (cross moment of inertia) 효과는 무시되었다.

이와 같이 얻은 결과들 1번 코리날개의 롤러론에도 확장하면, 모멘트방정식을 다음과 같은 3개의 스칼라 (scalar) 식들로 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} M_x &= \dot{p} I_x + (\ddot{\delta}_1 - \ddot{\delta}_2) (m_{G+R} e' b_o - I_{HG+R} \sin\beta) \\ &+ (\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_2) H_G \cos\beta - (\delta_1 + \delta_2) H_G r \sin\beta \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} M_y &= \dot{q} I_y + pr(I_x - I_z) + (\dot{\delta}_1 + \dot{\delta}_2) (m_{G+R} e' a_o \\ &+ I_{HG+R} \cos\beta) + (\delta_1 + \delta_2) H_G \sin\beta + \\ &(\delta_1 - \delta_2) H_G r \cos\beta \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M_z &= \dot{r} I_z + qp(I_y - I_x) + \delta_1 \{ 2m_{G+R} e' (a_o p - b_o q) \\ &+ 2(p \cos\beta + q \sin\beta) I_{HG+R} - H_G \delta_1 \} \\ &+ \delta_2 \{ 2m_{G+R} e' (a_o p + b_o q) + 2(p \cos\beta \\ &- q \sin\beta) I_{HG+R} + H_G \delta_2 \} \\ &+ H_G q \cos\beta (-\delta_1 + \delta_2) + H_G p \sin\beta (\delta_1 + \delta_2) \end{aligned} \quad (8)$$

여기에서 식(5)에 나타나는 $H_G q$ 항과 $H_G p$ 항은 1번 코리날개의 자이로 휠과 2번 코리날개의 자이로 휠이 서로 반대방향으로 돌아가므로 각각 상쇄되었다.

(2) 힌지 모멘트 방정식 (Hinge Moment Equation)

기체 무게중심 주위의 모멘트 방정식이 롤러론 변위에 관한 정보를 필요로 하므로, 아래와 같은 롤러론 힌지축 주위의 운동방정식이 필요하다.

롤러론에 작용하는 외력의 롤러론 좌표계 원점에 관한 모멘트는 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{m} = \int_{V_{G+R}} \vec{r} \times \ddot{\vec{r}} \, dm$$

$$= \int_{V_{G+R}} \vec{p}_r \times \left[\ddot{\vec{r}}_r + \frac{\delta^2}{\delta t^2} \vec{p}_r \right]_r + (\dot{\vec{\omega}} + \dot{\vec{\omega}}_r) \times \vec{p}_r + 2(\vec{\omega} + \vec{\omega}_r) \times \frac{\delta}{\delta t} \vec{p}_r + (\vec{\omega} + \vec{\omega}_r) \times \{ (\vec{\omega} + \vec{\omega}_r) \times \vec{p}_r \} d\mathbf{m} \quad (9)$$

여기에서 $\frac{\delta}{\delta t}(\cdot)|_r, \frac{\delta^2}{\delta t^2}(\cdot)|_r$ 은 (\cdot) 의 r 좌표계에서의 미분계수들이고, $\vec{\omega}_r$ 은 좌표계의 기체축에 대한 상대 각속도이다. 이를 전개하여 2번 꼬리날개의 롤러론에 대하여 힌지축 주위의 성분을 구하면

$$m_{G+R} e' (a_{z_0} - \dot{p} b_0 + \dot{q} a_0 - p r a_0 - q r b_0) + I_{HG+R} (\ddot{\delta} + \dot{p} \sin \beta + \dot{q} \cos \beta) - H_G (-p \cos \beta + q \sin \beta + r \delta) + I_{HG+R} r (-p \cos \beta + q \sin \beta) \text{ 로 되고,}$$

이것이 2번 롤러론에 외부에서 가해지는 힌지모멘트의 합 M_{h_2} 와 같아져야 한다. 여기에서, a_{z_0} 는 비행체 무게중심의 \hat{k} 방향 가속도 성분이고, 역시 롤러론의 r 좌표계에 대한 관성역적의 효과는 무시되었다. 이를 1번 꼬리날개의 롤러론에도 적용하면 다음과 같다.

$$M_{h_1} = m_{G+R} e' (a_{z_0} + \dot{p} b_0 + \dot{q} a_0 - p r a_0 + q r b_0) + I_{HG+R} (\dot{\delta}_1 - \dot{p} \sin \beta + \dot{q} \cos \beta) - H_G (p \cos \beta + q \sin \beta - r \delta_1) - I_{HG+R} r (p \cos \beta + q \sin \beta) \quad (10)$$

$$M_{h_2} = m_{G+R} e' (a_{z_0} - \dot{p} b_0 + \dot{q} a_0 - p r a_0 - q r b_0) + I_{HG+R} (\ddot{\delta}_2 + \dot{p} \sin \beta + \dot{q} \cos \beta) - H_G (-p \cos \beta + q \sin \beta + r \delta_2) + I_{HG+R} r (-p \cos \beta + q \sin \beta) \quad (11)$$

이와 같이 얻어진 5개의 모멘트 방정식 및 2개의 힌지 모멘트 방정식을 본래의 6자유도의 비행경로식들과 조합하여, 그 해를 구할 수 있다. 이를 위하여 롤러론을 부작함으로써 발생되는 공력계수들 및 힌지축의 기계적인 댐핑계수(damping coefficient) 들이 추가로 필요하게 된다.

본 논문에서는 상기 방정식들의 선형화된 특수한 경우에 대한 해를 구하여 롤러론과 비행체의 운동간의 관계를 고찰하였다.

3. 선형해석 (Linear Analysis), 순수한 롤운동의 경우 (Pure Roll Case)

식 (6) - (8), (10) 및 (11)들은

$$q = \dot{q} = r = \dot{r} = a_{z_0} = 0$$

$$\delta_1 = -\delta_2 = \delta$$

인 순수한 롤운동의 해를 갖는다.

유도탄 무게중심 주위에 작용하는 모멘트 M_x 및 힌지 모멘트 M_h 는

$$M_x = 2 L_\delta \delta + L_p p + L_D$$

$$M_h = H_\delta \delta + H_\beta \dot{\delta}$$

으로 선형화된 근사식으로 표시할 수 있으므로 앞에서 논의된 식들 중에서 아래와 같이 1개의 롤 모멘트 방정식과 1개의 힌지 모멘트 방정식만 남게 된다. 여기에서 L_D 는 외력에 의한 롤링모멘트다.

$$I_x \dot{p} - L_p p + 2(m_{G+R} e' b_0 - I_{HG+R} \sin \beta) \ddot{\delta} + 2H_G \cos \beta \dot{\delta} - 2L_\delta \delta = L_D \quad (12)$$

$$(m_{G+R} e' b_0 - I_{HG+R} \sin \beta) \dot{p} - H_G \cos \beta p + I_{HG+R} \ddot{\delta} - H_\beta \dot{\delta} - H_\delta \delta = 0 \quad (13)$$

이로부터 정상상태에서 L_D 와 p, δ 간의 관계를 구할 수 있으며, 대표적인 전술유도탄이 한 비행조건 $M = 0.9$ 에서 표 1에 보인 값들을 가질 경우

$$m_{G+R} e' b_0 - I_{HG+R} \sin \beta = 0.0017 \text{ slug ft}^2 \\ H_G = 0.6634 \text{ slug ft}^2/\text{sec}$$

이므로 이들을 식 (12) 및 (13)에 대입하여, 특성방정식을 구하면,

$$0.00125 s^3 + 0.089 s^2 + 8.26 s + 145 = 0$$

이고, 그 해는

$$s = -20.9, s = -25.2 \pm j 70.2$$

가 된다.

따라서 1차인 롤 모드 (roll mode) 의 시정수는 다음과 같고

$$r = 1/20.9 = 0.045 \text{ (sec)}$$

2차인 롤러론 모드의 특성치는 다음과 같다.

$$\text{고유진동수 } \omega_n = 74.6 \text{ (rad/sec)} = 11.9 \text{ (Hz)}$$

$$\text{주 기 } T = 1/74.6 = 0.08 \text{ (sec)}$$

$$\text{감쇠율 } \zeta = 0.34$$

$$\text{반감기 } T_{\frac{1}{2}} = 0.693/25.2 = 0.028 \text{ (sec)}$$

표 1. Missile Data (비행조건 $M = 0.9$)

I_x	L_p	m_{G+R}	$I_{H_{G+R}}$	β	L_δ	H_δ	H_δ
0.84	-1.66	0.02	0.0015	45°	-137	-0.1	-9.67
slug-ft ²	lb-ft-sec	slug	slug-ft ²		lb-ft	lb-ft-sec	lb-ft

4. 시뮬레이션 결과 (Simulation Results)

앞에서 구한 완전한 방정식들을 본래의 6자유도의 비행경로 방정식들과 조합하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 4는 그중 순수한 롤운동 조건에서의 시뮬레이션 결과를 보인다. 이 그림에서 롤 모드의 상승 시간은 0.05초 정도이며 롤러론 모드의 고유진동수, 주기, 반감기 (time to half amplitude) 등이 실험 해석 결과와 잘 일치함을 볼 수 있다.

5. 결론 (Conclusion)

본 연구 결과로, 롤러론을 부착한 유도탄의 운동을 고찰할 수 있는 운동 방정식을 정립할 수 있었다. 이 운동방정식은 롤러론의 지이로 활이 갖는 각운동량의 영향을 고려할 수 있게 되어 있다. 이것을 사용하여 피치 (pitch) 와 요우 (yaw) 운동이 없고 순수 롤 (roll) 운동만 하는 경우에 대한 실험해석을 수행함으로써 롤러론을 부착한 유도탄의 주요 운동 특성을 계산하고 이를 시뮬레이션 결과와 비교, 두 결과가 일치하는 것을 확인하였다.

이 연구 결과를 활용하면, 롤러론과 유도탄의 특성 변화가 롤러론운동의 안정성, 롤 가속도의 감쇄 및 유도탄의 유도장치에 미치는 영향등을 검토할 수 있을 것이다.

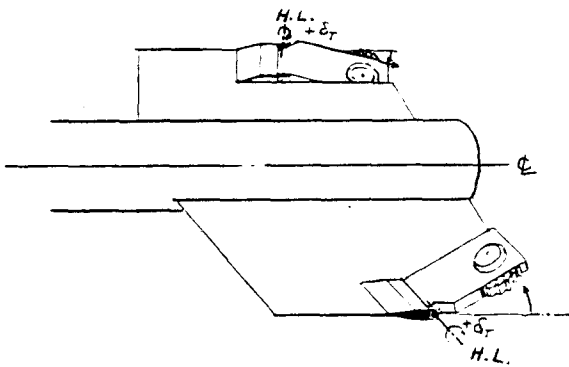


그림 1. 롤러론의 구조

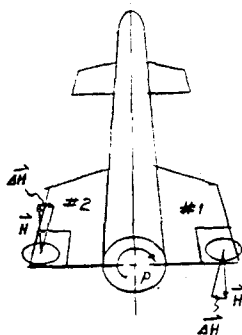


그림 2. 롤러론의 작동 원리

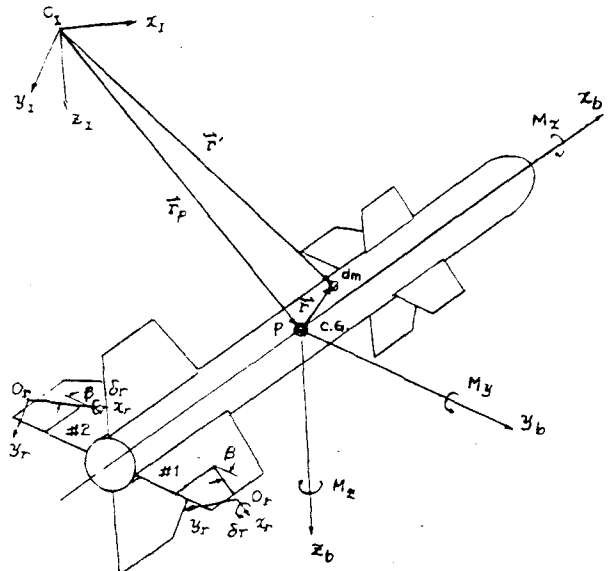


그림 3. 기준좌표계 및 벡터들

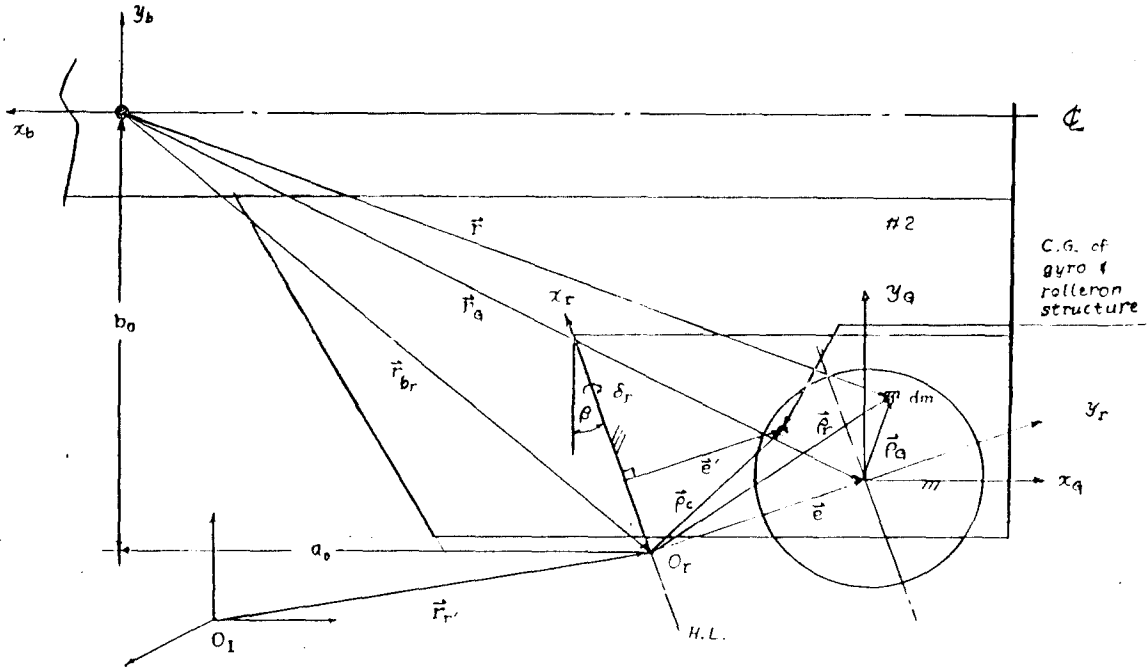
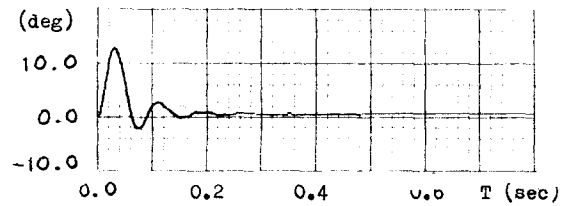


그림 3. (계속)

(a) ROLL RATE (HZ)



(b) DELTA1 VS T



(c) DELTA2 VS T

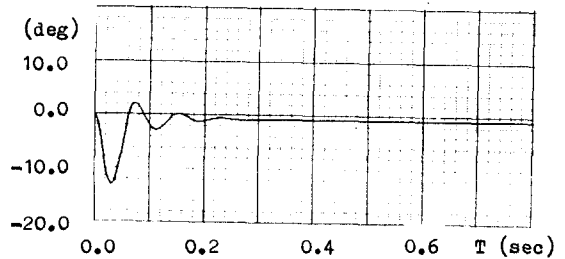


그림 4. 순수한 롤 운동 (pure roll)
조건에 대한 시뮬레이션 결과

- (a) 시간에 따른 롤 운동의 변화
- (b) 시간에 따른 1번 롤러론 변위각의 변화
- (c) 시간에 따른 2번 롤러론 변위각의 변화