

김블 서어보 다이내믹스에 의한

INS 오차 시뮬레이션

김현백, °정태호, 오문수

대전기계제작

The Simulation of INS Error  
due to Gimbal Servo Dynamics

Hyun-Baik Kim, Tae-Ho Chung and Moon-Su Oh  
Deajeon Machine Depot

Abstract

In this paper, the characteristics of disturbance torque of gimbal servo dynamics are studied, and the simulation methods of gimbal servo dynamics and INS error due to angular rate and linear acceleration of vehicle are proposed.

In results of the simulation for a specific INS, it is estimated that INS velocity error due to gimbal servo dynamics is nearly proportional to square of vehicle acceleration.

1. 서론

관성항법장치(INS)에서는 외란(disturbance) 토크로 인하여 김블 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차가 발생한다(1,2) 그런데 INS가 탑재된 비행체의 가속도가 증가함에 따라 김블 서어보 시스템의 외란이 되는 베어링 마찰 토크와 김블 불균형 토크가 증가하는 특성이 있다. 그러므로 가속도가 큰 임부 비행체도를 갖는 비행체에 김블형 INS를 응용하려면, 외란의 증가에 따른 김블 서어보 시스템의 제한조건 점검 및 김블 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차의 추정이 필요하게 되는데, 실제로 큰 선형 가속도를 발생시키는 장치의 구현은 매우 어려우므로 컴퓨터 시뮬레이션에 의존할 수 밖에 없다.

본 논문에서는 김블 서어보 시스템의 외란 토크 특성을 조사하고, 이미 발표된 김블 서어보 시스템 모델(1)을 이용하여 비행체의 회전 및 가속운동에 따른 김블 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차 시뮬레이션 방법을 제시하였고, 이를 특정 INS에 적용하여 INS 오차를 분석하였다.

2. 김블 서어보 시스템 모델

(1) 시스템 모델

단축 김블 서어보 시스템에 외란 토크가 가해지면 김블 및 자이로 외 등 방정식은

$$T_d(S) = J_g S^2 \theta(S) + H S \theta(S) + T_m(S) \quad (1)$$

$$H S(S) = (J_o S^2 + B_o S) \theta(S) \quad (2)$$

$$T_m(S) = F(S) \theta(S) \quad (3)$$

여기서  $J_g$  : 김블 관성모멘트

$\theta$  : 김블 출력각

$\theta$  : 자이로 출력각

$J_o$  : 자이로 관성모멘트

$B_o$  : 자이로 점성 마찰계수

$T_m$  : 김블 서어보 모터 토크

$F(S)$  : 변환 전달함수

이다. 식(1)-(3)에 의한 단축 김블 서어보 시스템 블록선도는 그림1과 같다.(1)

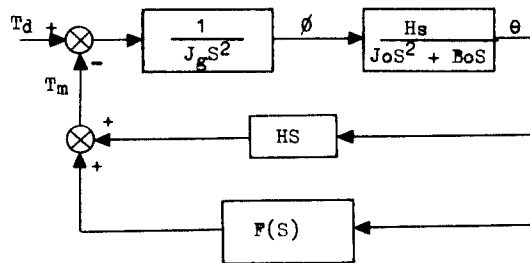


FIG.1 Single axis gimbal servo system blockdiagram

(2) 시스템 모델 기수

본 논문에서 사용한 INS의 단축 서어보 시스템 모델(그림1)의 기수들은 다음과 같다.

$J_g = 32,964 \text{ g-Cm}^2/\text{sec}$   
 $J_o = 340 \text{ g-Cm}^2/\text{sec}$   
 $B_o = 92,700 \text{ dyne-Cm/rad/sec}$   
 $H = 400,000 \text{ g-Cm /sec}$   
 $T = 0.001 \text{ sec}$

$$F(S) = \frac{K(1+T_1S)(1+T_2S)(1+T_3S)(1+T_4S)(1+T_5S)}{S(1+T_6S)(1+T_7S)(1+T_8S)(1+T_9S)}$$

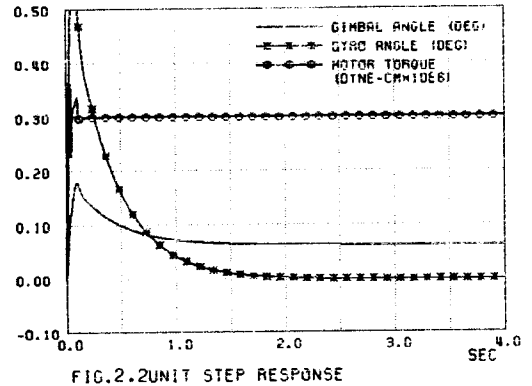
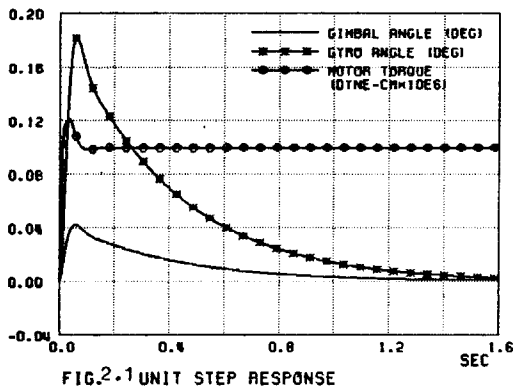
dyne-cm/rad

$K=83,448,323$        $T_5=0.00168$   
 $T_1=2.16$              $T_6=2.24$   
 $T_2=0.0385$          $T_7=0.00306$   
 $T_3=0.0156$          $T_8=0.00168$   
 $T_4=0.0127$          $T_9=0.00131$

자이로 계수  $J_o$ ,  $D_o$  및  $H$ 는 자이로 규격서를 참조하였고, 킨플 관성 모멘트와 서어보 모터 이득은 측정된 결과를 이용하였고, 제어 및 보상회로를 포함한 전자회로의 전달함수는 계산하였으며, 모터의 시간지연  $T$ 는 제작회사 자료를 참조하였다. 그리고 서어보 시스템의 제한요소로는 자이로 출력각 ( $\pm 0.5^\circ$ )을 고려하였으며, 기타 전자회로등의 제한 요소는 고려하지 않았다.

### (3) 계단 입력 응답 시뮬레이션 및 실험

이 서어보 시스템에 외란 토크  $10^5 \text{ dyne-cm}$  와  $3 \times 10^5 \text{ dyne-cm}$  의 계단 입력 응답 시뮬레이션 결과는 그림2-1과 그림2-2와 같다. 그림2-1과 같이 자이로 출력이 제한받지 않는 경우에는 충분히 시간이 지나면 킨플 및 자이로 출력각은 본래의 위치로 되돌아 오며, 모양이 거의 같고, 자이로 출력각의 크기가 킨플 각 변위의 약 4배 정도이다. 그러므로 자이로 출력각을 측정하면 킨플각을 추정할 수 있다.



외란 토크 입력이 지나치게 큰 경우에는 그림2-2와 같이 자이로의 출력각이 제한을 받는다. 이러한 경우에는 충분한 시간이 지나 후에도 킨플 각이 본래의 위치로 되돌아 오지않게 되어 일정한 크기의 안정대 자세 오차를 발생시킨다.

세속 회전장치 (rate table) 에 INS 를 장착하고 항법모우드에서 점검하려는 킨플 축으로 진폭이 작은 구형파의 각속도로 INS 를 회전시키면서 자이로 출력과 서어보 모터 입력을 측정한다. 그러면 구형파로 나타나는 베어링 마찰토크는 측정된 서어보 모터 입력으로 추정이 가능하게 되어, 이 값을 입력으로 하는 계단 입력 시뮬레이션 결과와 실제의 자이로 출력을 비교함으로써 킨플 서어보 시스템 모델 점검이 가능하다. 그림3은 실험결과와 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. 이 결과에 의한 자이로 출력각의 모양과 크기가 매우 유사하므로 본 논문에서 사용하고 있는 킨플 서어보 시스템 모델이 실제 시스템을 잘 표현하고 있음이 확인되었다.

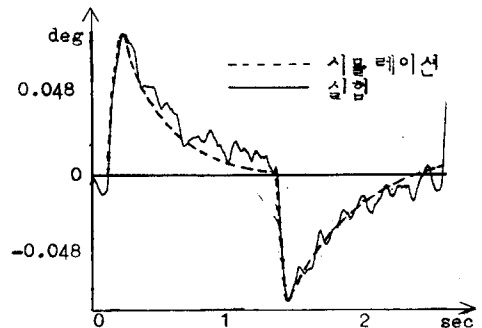


Fig.3 Step Input response

### 3. 외란 토오크

깃불 축에 수직인 비행체의 가속도 성분을  $A_r$  이라 하고, 깃불축과 깃불 불균형 질량의 중심점이 이루는 평면과  $A_r$  사이의 각을  $\psi$  라 하면 깃불 불균형 토오크는

$$\underline{T}_{u0} = A_r \underline{T}_{u0} \sin \psi \quad (4)$$

가 된다. 여기서  $\underline{T}_{u0}$  는  $\psi$  가 90도 일때 단위 가속도에 대한 불균형 토오크이다.

베어링 마찰 토오크는 하중에 의한 토오크  $\underline{T}_f$  과 점성 마찰 토오크  $\underline{T}_{fv}$  의 합으로 표시된다.

$$\underline{T}_f = \underline{T}_f + \underline{T}_{fv} \quad (5)$$

그리고  $\underline{T}_f$  과  $\underline{T}_{fv}$  의 방향은 서로 일치하며, 베어링 가속도에 의하여 결정된다.

비행체가 회전 및 가속운동을 하면, 가속도와 깃불 질량에 비례하는 베어링의 하중에 의한 마찰 토오크가 발생하고, 또한 베어링의 가속도에 의하여 점성 마찰 토오크가 발생한다. Palmgren 의 경험적인 베어링 마찰토오크 방정식(3)에 의하여 베어링의 하중과 가속도에 대한 마찰 토오크의 계산이 가능하다.

베어링의 윤활유 점성도는 13.7 centistokes 이므로 비행체의 가속도가  $876^\circ/\text{sec}$  이내에서 과다한 하중이 가해지지 않을 때, Palmgren 방정식에 표 1의 베어링 규격을 적용하면 점성 마찰토오크는 14,571 dyne-cm 이다. 실제로 세속 회전장치를 이용하여 구형파 가속도의 진폭을  $\pm 160^\circ/\text{sec}$  까지 증가시키면서 자이로 출력을 측정한 결과 비행체의 가속도가  $\pm 160^\circ/\text{sec}$  이하에서는 마찰토오크가 일정함이 확인되었다.

하중에 따른 베어링의 볼 접촉각이 변화하지 않는다고 가정하고 Palmgren 방정식에 베어링의 규격을 적용하면, 한개의 베어링에서 발생하는 하중에 따른 베어링 마찰 토오크는  $F_r < 2.518 F_a$  일때

$$\underline{T}_f = 1.604 \times 10^{-4} F_r (0.42 F_a + 0.5 F_r)^{0.33} (2.7 F_a - 0.1 F_r) \quad (6.1)$$

이고  $F_r > 2.518 F_a$  이면

$$\underline{T}_f = 1.604 \times 10^{-4} F_r (0.42 F_a + 0.5 F_r)^{0.33} \quad (6.2)$$

이다. 여기서  $F_a$  는 베어링의 깃불축 하중이고,

$F_r$  은 레이디얼 하중이다. 그림 4와 같이 하중의 증가에 의한 베어링 마찰토오크 측정치와 Palmgren 방정식에 의한 계산치는 15% 이내에서 일치하였다.

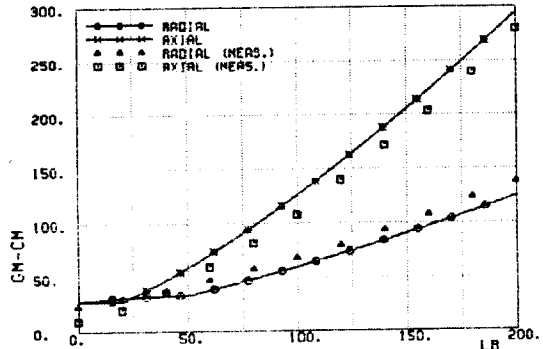


FIG.4 BEARING FRICTION TORQUE DUE TO APPLIED LOAD

Table 1. Specification of ball bearing

Description	Specification
No. of row	1
No. of ball per row	11
Contact angle	18 degree
Ball diameter	0.125 inch
Groove radius	0.067 mm
Preload	5 lb
Bearing Pitch diameter	0.974 inch
No. of bearing per gimbal	4 (2 pairs)
Weight of gimbal	5.49 lb
Factor of bearing type and method of lubrication( $f_0$ )	1
Kinematic viscosity( $V_0$ )	13.7 cs

### 4. 깃불 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차 시뮬레이션

#### (7) 시뮬레이션 방법

깃불 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차를 시뮬레이션 하기 위한 볼록 선도는 다음과 같다. 우선 비행체의 회전 및 가속도에 따라 발생하는 베어링 마찰토오크와 깃불 불균형 토오크를 계산하고 이들 외란 토오크를 깃불 서어보 시스템 모델에 입력하여 깃불 서어보 다이내믹스에 의한 깃불 및 출력 구변위를 얻는다. 이들은 각각 INS 오차 모델의 안정대 자세오차 및 자이로 입력측 정렬

(alignment) 오차이므로 킴블 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차의 시뮬레이션이 가능하다.

(2) 킴블 불균형 토크에 의한 INS 오차

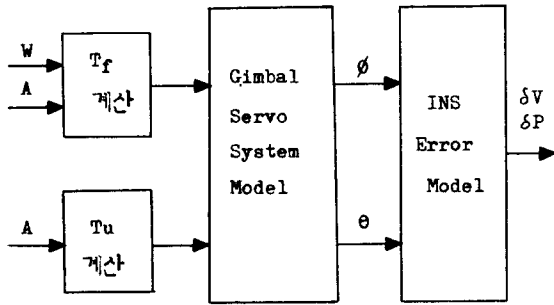


FIG.5 INS error simulation due to gimbal servo dynamics

실험에 사용한 INS의 킴블 불균형 허용범위를 기준으로 식(4)의  $T_{uo}$ 를 9,800 dyne-cm/G로 하여 비행체의 가속도 변화에 따른 킴블 불균형 토크를 계산하였다. 여기서 G는 중력가속도이다.

비행체가 초기 5초간 20G의 가속 운동을 하였을 때, 킴블 각변위와 INS 속도 및 위치오차의 시뮬레이션 결과는 그림7과 같다. 이 결과에 의하면 가속도가 계단식으로 변화할때 최대 0.11도의 안정대 자세 오차가 발생하고, 그에 의한 INS 속도오차는 비행체의 가속 운동 초기에 일정한 크기로 발생하여 가속 운동 종료 후에도 그대로 유지되고 있으며, 위치오차는 속도오차 0.13 m/sec의 기울기로 계속 증가하였다. 그림8과 같이 비행체의 가속도 증가에 따른 INS 속도오차는 거의 가속도의 제곱에 비례하였다.

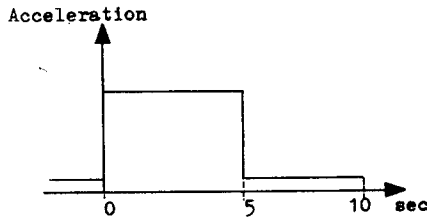


Fig.6 Acceleration Profile

킴블 축과 수직으로 비행체가 큰 가속도 운동을 할때 킴블 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차가 크게 나타나는 현상을 자세히 관찰하기 위하여, 본 논문에서는 안정대의 수평축 킴블에 대하여 비행체가 그림6과 같이 수직 방향으로 5초간 가속도 운동을 할 경우를 가정하였으며 시뮬레이션 기간은 10초로 하였다. 그러므로 자이로 입력측 정렬 오차는 무시하였고 안정대 자세 오차에 대한 INS 오차를 다음과 같이 단순화 하였다.

$$\begin{aligned} \delta A &= A \phi \\ \delta V &= \int_0^t \delta A dt \\ \delta P &= \int_0^t dV dt \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 자이로의 출력값이 제한받는 경우에는 시뮬레이션에서 제외시킨다.

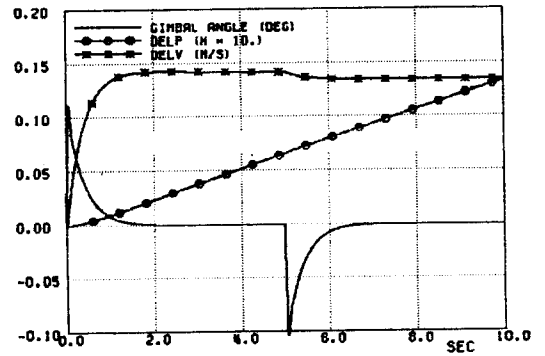


FIG.7 TIME RESPONSE BY MASS-UNBALANCE TORQUE ( AT 20G )

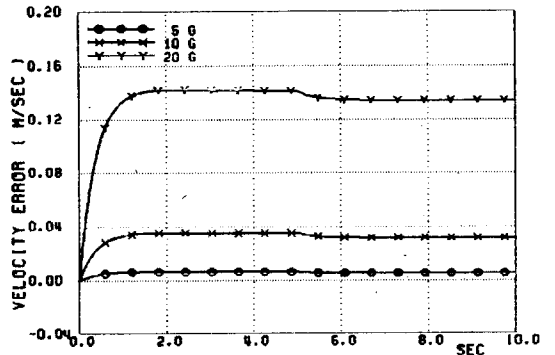


FIG.8 VELOCITY ERROR BY MASS-UNBALANCE TORQUE

(3) 김볼 베어링 마찰 토오크에 의한 INS오차

베어링 마찰 토오크는 실험치를 이용하였으며, 비행체의 가속도가 876  $^{\circ}/\text{sec}$  보다 작다고 가정하여 점성마찰 토오크의 변화는 무시하였다. 그리고 비행체의 가속도는 그림6과 같고 가속도의 부호를 2초마다 변화시키면서 INS 오차를 시뮬레이션한 결과는 그림9.10과 같다. 이 결과에 의하면 비행체 외 가속도 부호가 변화할때, 가속 운동 기간에는 INS 속도오차가 크게 변화하는데, 가속 운동 종료후에는 종료 순간의 INS 속도오차가 그대로 유지된다. 그리고 비행체의 가속도가 증가하면 거의 가속도의 제곱에 비례하였다.

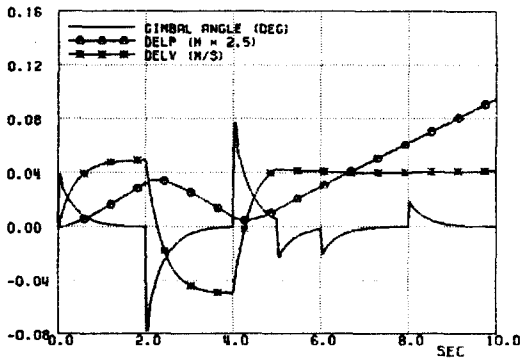


FIG.9 TIME RESPONSE BY BEARING FRICTION TORQUE ( AT 20G )

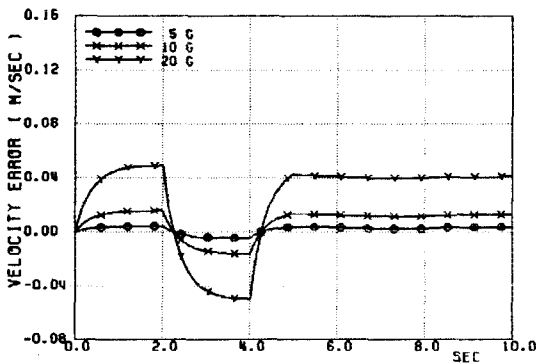


FIG.10 VELOCITY ERROR BY BEARING FRICTION TORQUE

5. 결론

김볼 베어링의 하중 및 점성 마찰 토오크는 Palmgren 방정식에 의하여 계산하거나 추정할 수 있으므로, 비행체의 회전 및 가속도 운동에 따른 김볼 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차 시뮬레이션

이 가능하다. 특정 INS 에 대하여 김볼 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차를 시뮬레이션한 결과, 김볼 및 자이로의 출력각은 비행체의 가속도에 비례하였으며, 자이로의 출력각이 제한받지 않는 경우 INS 의 속도 오차는 거의 가속도의 제곱에 비례하였다. 그러므로 큰 가속도 운동을 포함하는 임무 비행궤도를 갖는 비행체에 적합한 INS 의 김볼 서어보 시스템을 설계하거나 기존의 김볼형 INS 를 응용하려면, 김볼 서어보 다이내믹스에 의한 INS 오차 추정 및 김볼 서어보 시스템의 제한 조건 점검이 필요하다.

References

1. H.V. White, "Servo analysis of an inertial platform", AD 416538, July 1963
2. F.N. Barnes, "Stable-member mounted instrument environment simulation model development", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol AES-8, No. 6 Nov. 1972
3. Tedric A. Harris, "Rolling bearing analysis", Chap. 11,14, John Wiley & Sons, INC., 1966