

## 두 대의 로봇 협력 제어를 위한 경로 결정 방법

임 준 흥

한국 항공 대학 항공 전자공학과

Determination of an Admissible Path  
for Two Cooperating Robot Arms

Joonhons Lim

Dept. of Avionics, Hankuk Aviation College

### Abstract

The problem of finding an allowable object trajectory for a cooperating two-robot system is investigated. The method proposed in this paper is based on reformulating the problem as a nonlinear optimization problem with equality constants in terms of the joint variables. The optimization problem is then solved numerically on a computer. The solution automatically gives the corresponding joint variable trajectories as well, thus eliminating the need for solving the inverse kinematic problem. The method has been successfully applied to an experimental system.

### I. 서 론

본 논문에서의 협력 과제란 두 대의 로봇 팔을 이용하여 주어진 물체의 두 곳을 붙잡아서 처음의 위치에서 원하는 위치로 옮기는 것이다. 두 대의 로봇은 한 물체를 잡고 있으므로 두 손들의 상대적인 위치(position)와 자세(orientation)는 움직이는 동안 변하지 않게 유지되어야만 한다. 이것이 두 대 이상의 로봇들이 협력할 시의 제약 조건이 된다.

주어진 과제를 수행하려면, 우선 물체의 조작 가능한 경로(admissible path)가 먼저 결정되어야 한다. 조작 가능한 경로란 두 손의 처음 잡은 모양을 그대로 유지하며 물체가 따라갈 수 있도록 로봇 팔이 조작될 수 있는 경로를 의미한다. 본 논문에서는 두 로봇의 협력 과제를 수행하기 위하여 조작 가능한 경로 결정의 문제를 다룬다. 일단 조작 가능한 경로가 결정되면, 그것에 해당하는 관절 변수 궤도들(joint variable trajectories)을 계산하여 서보 제어기의 입력에 인가하여 줌으로써, 협력 과제는 수행될 수 있다[1].

3차원 공간상에서, 로봇 손이 임의의 위치와 자세를 가지려면 로봇은 6개의 자유도(degree of freedom)가 필요하다. 그러나 실제로 많은 로봇들이 자유도가 6보다 작고[2], 본 연구에서 사용한 RHINO 로봇[3]도 자유도가 5이다. 또한 자유도가 6인 로봇이라 할지라도 실제의 자유도가 6보다 작게 되는 경우가 있다[4]. 로봇의 자유도가 6보다 작으면 로봇 손은 임의의 위치와 자세를 가질 수 없으며[5, 6], 두 로봇의 협력시에는 더욱 제약을 받게 된다. 따라서 물체의 경로는 두 로봇 손이 그 경로에 대응하는 위치와 자세를 가질 수 있을 경우에만 조작 가능하게 된다. 본 논문에서는 두 대의 로봇들의 협력시의 조작 가능한 경로의 결정 방법을 제안한다. 임의의 원하는 경로를 조작 가능성의 여부를 고려하지 않고 고른다. 다음에 원하는 경로에 가장 가까운 조작 가능한 경로를 결정한다. 경로의 결정 문제는 관절 변수들에 대해 등식 제약 조건이 있는 비선형 최적화

문제 (nonlinear optimization problem)로 만들어지고, 수치적 방법으로 최적화 문제를 푼다. 제안한 방법의 유용성을 보이기 위하여 두 대의 RHINO 로봇들을 이용한 실험 과제를 수행하였다.

## II. 협력 과제의 구조

기준 좌표계에 대하여 물체의 위치와 자세를 표시하기 위하여  $(U_x, U_y, U_z)$ 를 물체의 위치 Vector,  $(U_\alpha, U_\beta, U_\gamma)$ 를 물체의 자세를 나타내는 Z-Y-Z Euler 각들[7]이라고 하자. 이 두 Vector를 하나의  $6 \times 1$  Vector  $U$ 로 다음과 같이 표시하고

$$U = (v_x, v_y, v_z, v_\alpha, v_\beta, v_\gamma)^T \quad (1)$$

이 Vector를 generalized state vector 라고 정의하자. 그러면  $U(t)$ 에 의하여 어떤 시간  $t$ 에서의 물체의 위치와 자세는 유일하게 결정된다. 한편 위치와 자세를  $4 \times 4$  homogeneous transformation matrix [7]로 표시할 수 있다. 기준 좌표계에 대한 물체의 자세와 위치를 나타내는 homogeneous transformation matrix 를  $X$ 라 하고  $X$ 의 원소들을

$$X = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

라 하면,  $X$ 에 대응하는 generalized state vector  $U$ 의 원소들은 다음과 같다.

$$v_x = p_x \quad (3)$$

$$v_y = p_y \quad (4)$$

$$v_z = p_z \quad (5)$$

$$v_\alpha = \text{atan}2(a_y, a_x) \quad (6)$$

$$v_\beta = \text{atan}2(\cos(v_\alpha)a_x + \sin(v_\alpha)a_y, a_z) \quad (7)$$

$$v_\gamma = \text{atan}2(-\sin(v_\alpha)n_x + \cos(v_\alpha)n_y, -\sin(v_\alpha)o_x + \cos(v_\alpha)o_y) \quad (8)$$

여기서  $\text{atan}2(y, x)$ 는 상한을 고려한  $\tan^{-1}(y/x)$ 이다.

이제 두 로봇으로 한 물체를 잡고 이동시키는 협력 과제를 고려한다. 전체 시스템과 좌표계들은 그림 1과 같다. 물체의 경로가 시간  $t$ 의 함수로 결정되었다고

가정하고, 시간  $t$ 에서의 그 경로상의 물체의 기준 좌표계에 대한 위치와 자세를 나타내는 homogeneous transformation matrix 를  $X(t)$ 라 하자.

로봇의 좌표계에 대한 시간  $t$ 에서의 손  $i$  ( $i=1$ 은 왼손,  $i=2$ 는 오른손)의 homogeneous transformation matrix 를  $Y^i(t)$ 라 하자. 또한  $T_i^j$ 는 기준 좌표계에 대한 각 로봇 base 좌표계의 homogeneous transformation matrix로,  $T_0^i$ 는 물체 좌표계에 대한 각 로봇 손의 homogeneous transformation matrix라 하자. 협력 과제란 처음 시간의 물체의 위치와 자세  $X(0)$ 로부터 원하는 물체의 위치와 자세  $X(t_f)$ 로 물체를 옮기는 것이다 (여기서  $t_f$ 는 과제를 마치는 시간이다.).  $X(0)$ 와  $X(t_f)$ 의 값들은 과제가 주어지면 완전히 아는 것이고, 처음 시간의 두 로봇 손의 물체를 잡는 모양도 주어지므로  $Y^i(0)$ ,  $i=1, 2$ 의 값도 아는 것이다. 또한 각 로봇의 base는 고정이므로  $T_i^j$ 는 불변이다. 일단 두 손이 물체를 잡으면, 물체 좌표계에 대한 각 손의 위치와 자세는 일정하게 유지되어야하므로,  $T_0^i$ 는 일정하다.

homogeneous transformation matrix의 성질에 의하여, 모든  $t$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ 에 대하여

$$T_i^j Y^i(t) = X(t) T_i^j, \quad i=1, 2 \quad (9)$$

는 항상 만족되어야 한다. 따라서  $T_i^j$ 의 값은 식(9)로부터

$$T_i^j = (X(0))^{-1} T_i^j Y^i(0), \quad i=1, 2 \quad (10)$$

로 주어진다.

로봇의 움직임을 제어하기 위해서는, 각 로봇의 Joint 변수들의 궤도가 결정되어야 한다. 로봇  $i$ 의 관절의 수를  $m_i$ 라 하고, 시간  $t$ 에서의 로봇  $i$ 의 관절 변수를  $m_i \times 1$  vector  $q^i(t)$ 라 표시하면,  $Y^i(t)$ 와 그에 대응하는  $q^i(t)$ 의 관계는 다음의 비선형 기구 식(kinematic equation)과 같다.

$$Y^i(t) = K^i(q^i(t)), \quad i=1, 2 \quad (11)$$

여기서  $K^i(\cdot)$ 는  $q^i(t)$ 에 대한  $4 \times 4$  matrix 함수이다. 로봇트 관절 변수의 궤도는 주어진  $x(t)$ 에 대하여 존재한다면, (9)와 (11) 식을 풀어서 얻어질 수 있다. 물체의 경로  $x(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ 는 그것에 대응하는 관절 변수의 궤도  $q^i(t)$ 가 존재하고, 모든 시간에 있어서 연속일 때에만 조작 가능(admissible)하다.

### III. 조작 가능한 경로의 결정

homogeneous transformation matrix  $= \dot{q}^i(q^i(t))$ ,  $i=1,2$  를 다음과 같이 정의하자.

$$F^i(q^i(t)) = T_i K^i(q^i(t)) (T_i)^{-1}, \quad i=1,2. \quad (12)$$

$f^i(q^i(t))$ 는 homogeneous transformation matrix  $F^i(q^i(t))$ 에 대응하는 generalized state vector라 하자. 그러면  $f^i(q^i(t))$ 는 물체의 위치와 자세를  $q^i(t)$ 의 함수로 나타내는 것이다. 따라서 협력 과제에서는 모든 시간  $t$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ 에 대하여

$$f^1(q^1(t)) = f^2(q^2(t)) \quad (13)$$

가 만족되어야 한다. 일단 과제가 주어지면, 처음과 마지막의 관절 변수의 값  $q^i(0)$ 와  $q^i(t_f)$ 는 아는 것이고, (13)식을 만족한다. 그러므로 조작 가능한 경로는 식 (13)을 만족하고, 시간  $t$ 의 연속 함수들인  $q^i(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ ,  $i=1,2$ 를 찾음으로 결정될 수 있다.

조작 가능성의 여부와 관계없이 임의로 물체의 원하는 경로가 주어졌다고 가정하고, 이 경로를 표시하는 generalized state vector를  $v^d(t)$ 라 하자. 조작 가능한 경로를 결정하기 위하여, 다음과 같은 관절 변수  $q^1(t)$ ,  $q^2(t)$ 에 대하여 제약 조건을 갖는 최적화 문제를 설정한다:

주어진  $v^d(t)$ 에 대해, functional  $J(q^1(\cdot), q^2(\cdot))$ 을

$$J = \int_0^{t_f} (v^d(t) - f^1(q^1(t)))^T Q (v^d(t) - f^1(q^1(t))) dt \quad (14)$$

정의하고 (여기서  $Q=Q > 0$ 는  $6 \times 6$  positive definite matrix이다.),

$$f^1(q^1(t)) = f^2(q^2(t)), \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (15)$$

를 만족하며

$$J(q^{1*}(\cdot), q^{2*}(\cdot)) \leq J(q^1(\cdot), q^2(\cdot)) \quad (16)$$

이 되고  $0 \leq t \leq t_f$ 에서 연속 함수인  $q^{1*}(t)$ ,  $q^{2*}(t)$  ( $0 \leq t \leq t_f$ )를 찾아라.

만약 위의 functional 최소화 문제의 해  $q^{1*}(\cdot)$ ,  $q^{2*}(\cdot)$ 가 존재하면,  $f^1(q^{1*}(\cdot))$ (혹은  $f^2(q^{2*}(\cdot))$ )는 조작 가능한 경로를 표시한다. 일반적으로 위 문제는 비선형성 때문에 직접 해를 구하기가 매우 어렵다. 따라서 해를 구하기 위하여 기존의 nonlinear programming 기술로 풀 수 있는 다음의 function 최소화 문제를 생각하자:

각 시간  $t$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ 에 대하여 function  $L(q^1(t), q^2(t))$ 를

$$L(q^1(t), q^2(t)) = (v^d(t) - f^1(q^1(t)))^T Q (v^d(t) - f^1(q^1(t))) \quad (17)$$

라 정의하고,

$$f^1(q^1(t)) = f^2(q^2(t)) \quad (18)$$

를 만족하며

$$L(q^{1*}(t), q^{2*}(t)) \leq L(q^1(t), q^2(t)) \quad (19)$$

되는  $q^{1*}(t)$ ,  $q^{2*}(t)$ 를 찾아라.

만일 위 문제의 해  $q^{1*}(t)$ 와  $q^{2*}(t)$ 가 매 시간  $t$ 에서 존재하고,  $0 \leq t \leq t_f$ 에서 연속이라면,  $q^{1*}(t)$ 와  $q^{2*}(t)$ ,  $0 \leq t \leq t_f$ 는 (15)와 (16)에 주어진 functional 최소화 문제의 해가 된다. 식 (18)과 (19)의 문제는 현존의 iterative 기술로 풀 수 있다[8 참조]. 매  $t$ 에 대한 위의 function 최소화 문제의 해  $q^{1*}(t)$ 와  $q^{2*}(t)$ 가 모든  $t$ 에 대하여 연속이라는

보장은 없다. 그러나 여태까지 조사한 경우에는 모두, 위의 방법으로 연속인 관절 궤도와 물체의 경로를 얻을 수 있었다.

#### IV. 실험 결과

본 연구에서는 2 대의 RHINO 로봇트를 이용하였다. RHINO 로봇트는 자유도가 5 이고, 각 관절은 d.c motor로 제어된다. RHINO 로봇트의 구조는 그림 3 과 같다. 손의 위치와 자세를 base 좌표계에 대하여 표시한 homogeneous transformation matrix  $Y(t)$ 와 관절 변수  $q_j(t)$ ,  $j=1, 2, \dots, 5$  와의 관계는 다음과 같다.

$$Y(t) = K(q(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} C_1 S_4 C_6 - S_1 S_6 & -C_1 S_4 S_6 - S_1 C_6 & C_1 C_4 & C_1(9C_2 + 9C_3 + 4C_4) \\ S_1 S_4 C_6 + C_1 S_6 & -S_1 S_4 S_6 + C_1 C_6 & S_1 C_4 & S_1(9C_2 + 9C_3 + 4C_4) \\ -C_4 C_6 & C_4 S_6 & S_4 & 9S_2 + 9S_3 + 4S_4 + 10.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서  $C_j = \cos(q_j(t))$ ,  $S_j = \sin(q_j(t))$ ,  $j=1, 2, \dots, 5$  이고, 위치 변수들의 단위는 인치이다.

제안된 경로 결정 방법의 유용성을 보이기 위하여 다음의 협력 과제를 수행하였다. 그림 4와 같이 실험의 목적은 물체의 처음의 수평 위치에서 마지막의 수직 위치로 옮기는 것이다. 처음과 마지막의 물체의 위치 및 자세는 다음과 같이 주어졌다.

$$X(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -10 \\ -1 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X(t_f) = \begin{bmatrix} .426 & 0 & .905 & 8 \\ -.905 & 0 & .426 & -17 \\ 0 & -1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

과제는  $t_f=150$  초가 되도록 수행하였다. 비교적 수행 시간을 길게 잡은 것은 움직이는 동안 각 관절의 서어보 시스템의 위치 오차가 충분히 작도록 하려함이다. 두 로봇트의 base 들은

$$T_r^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_r^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -30 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

에 있고, 처음에 로봇트 손의 물체를 잡는 모양은

$$Y^1(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -10 \\ 0 & 0 & -1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Y^2(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 14 \\ -1 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

이다. 따라서 식 (10)으로  $T_0^i$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_0^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

우선 원하는 물체의 경로  $X^d(t)$ ,  $0 \leq t \leq 150$ , 는 직선과 한번의 회전으로 정하며, 그 식은 다음과 같다.

$$X^d(t) = \begin{bmatrix} -.203C_t + .213S_t + .203 & -.203C_t - .213S_t + .203 \\ -.045C_t - .953S_t + .045 & .955C_t + .045 \\ -.955C_t - .045 & .045C_t - .953S_t - .045 \\ 0 & 0 \\ .092C_t + .908 & \frac{8t}{150} \\ -.203C_t + .213S_t + .203 & -10 - \frac{7t}{150} \\ .203C_t + .213S_t - .203 & 11 - \frac{5t}{150} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

단,  $C_t = \cos(1.62t/150)$ ,  $S_t = \sin(1.62t/150)$  이다. 식 (25)의 경로에 대응하는 관절 변수들의 궤도는 존재하지 않고, 따라서 물체의 경로  $X^d(t)$ 는 조작 불가능하다는 것은 쉽게 증명된다. 그러므로 식 (18)과 (19)의 function 최소화 문제를 풀어서  $X^d(t)$ 에 가장 가까운 조작 가능한 물체의 경로를 결정하였다. 여기서 Weighting Matrix  $Q$ 는 identity matrix로 하였고, 최소화 문제는 Gradient Projection 방법[8, 9, 10]을 이용, 수치적으로 풀었다. 그림 5는 최소화 문제의 해  $q^{1*}(t)$ 와  $q^{2*}(t)$ ,  $0 \leq t \leq 150$ 이고 원하는 경로  $v^d(t)$ 와 최적의 조작 가능한 경로

$f'(a^*(t))$ ,  $0 \leq t \leq 150$ 는 그림 6과 같다.

그림 5와 6에서 보듯 관절 변수의 궤도들은 연속적이고 또한 물체의 경로도 연속이다. 따라서 구하여진 물체의 경로는 조작 가능하다. 실제의 과제 수행은 그림 7과 같다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 두대의 로봇트의 협력 과제를 위한 경로 설계 문제를 다루었다. 물체의 조작 가능한 경로의 결정 방법을 제안하였다. 임의로 원하는 경로를 선택한 후 그 경로에 가장 가까운 조작 가능한 경로를 결정한다. 이를 위하여 경로 설계 문제를 등식의 제약 조건이 있는 최적화 문제로 표시하여, 수치적으로 문제를 풀었다. 제안된 두 대의 RHINO 로봇트를 이용하여 실제로 적용됨을 보였다.

## 참 고 문 헌

1. J. Lim and D. H. Chyung, "Resolved Position Control for Two Cooperating Robot Arms", *Robotica*, in press.
2. J. C. Colson and N. D. Ferreira, "Kinematic arrangement used in industrial robots", *Proceedings of 13th International Symp. on Industrial Robots*, pp. 20-1 to 20-10, 1983

3. H. Sandhu, "The RHINO XR-1", *Robotics Age*, pp. 10-16, Mar/Apr., 1982
4. R. P. Paul and C. N. Stevenson, "Kinematics of robot wrists", *The International Journal of Robotics Research*, vol. 2, no. 2, pp. 31-39, Spring, 1983
5. A. Sadre, R. Smith, and W. Cartwright, "Coordinate transformations for two industrial robots", *Proceedings of IEEE 1984 International Conference on robotics*, pp. 23-27, March, 1983
6. K. Sukimoto and J. Duffy, "Analysis of five degree-of-freedom robot arms", *ASME Journal of Mech., Trans., and Autom. in Design*, vol. 105, pp. 23-27, March, 1983
7. R. P. Paul, *Robot manipulators: Mathematics, Programming and Control*, The MIT Press, 1981
8. J. Lim, *Cooperative Control of Two Robot Arms*, Ph. D. Thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, The University of Iowa, May, 1986
9. D. G. Luenberger, *Introduction to linear and nonlinear programming*, Addison-Wesley Publishing Company, 1973
10. M. G. Singh and A. Titli, *Systems: decomposition, optimisation, and control*, Pergamon Press, 1978

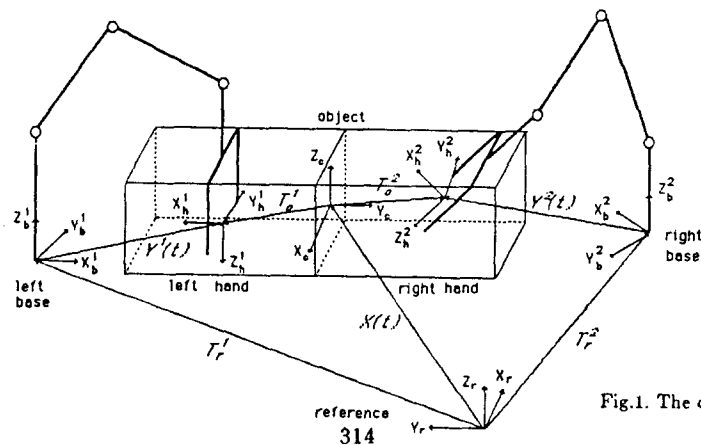


Fig.1. The cooperative task

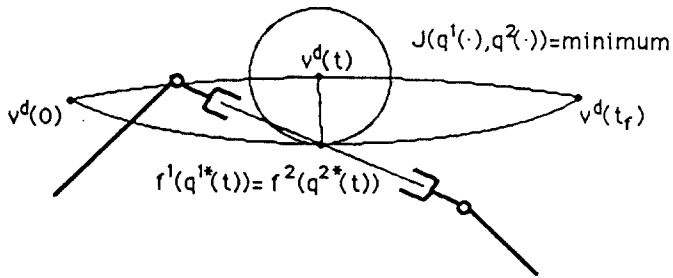


Fig.2. An admissible path

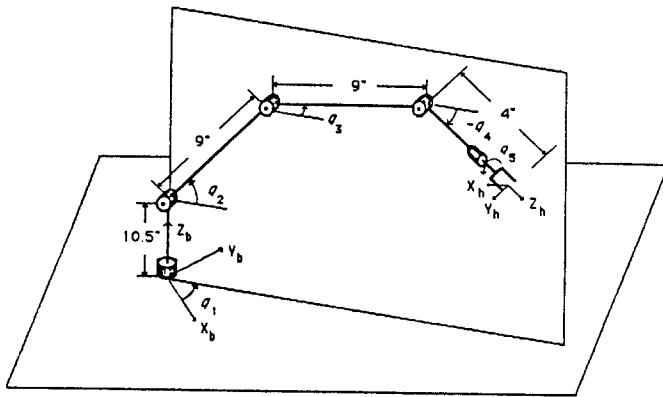


Fig.3. The kinematic structure of the RHINO robot

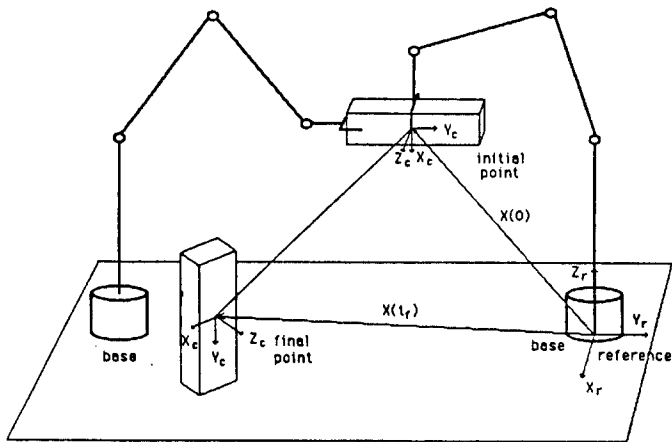


Fig.4. The cooperative task

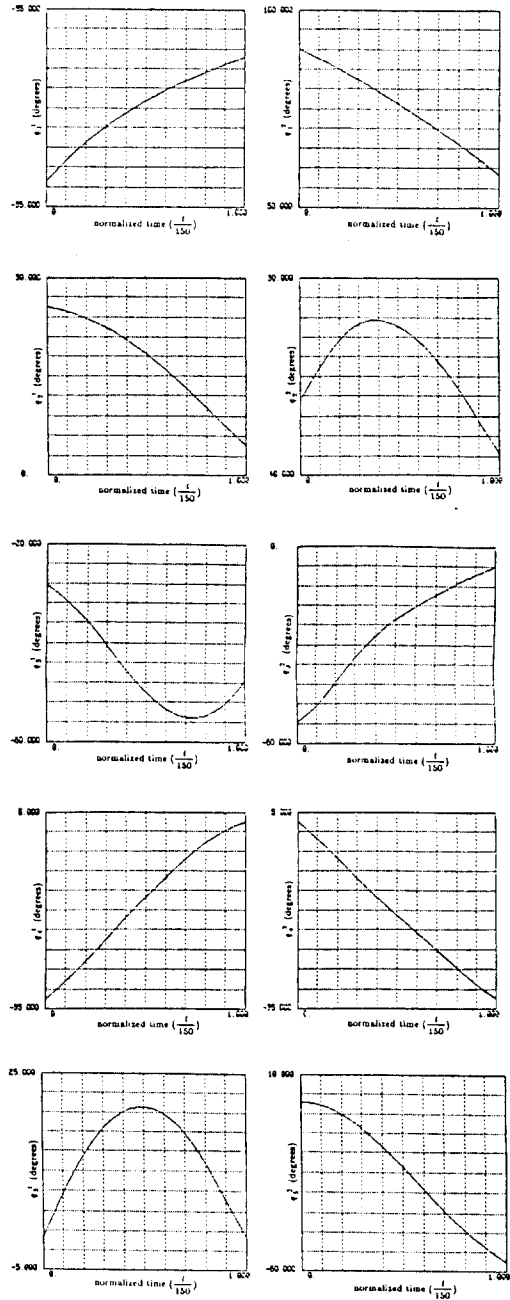


Fig.5. The joint variable solutions

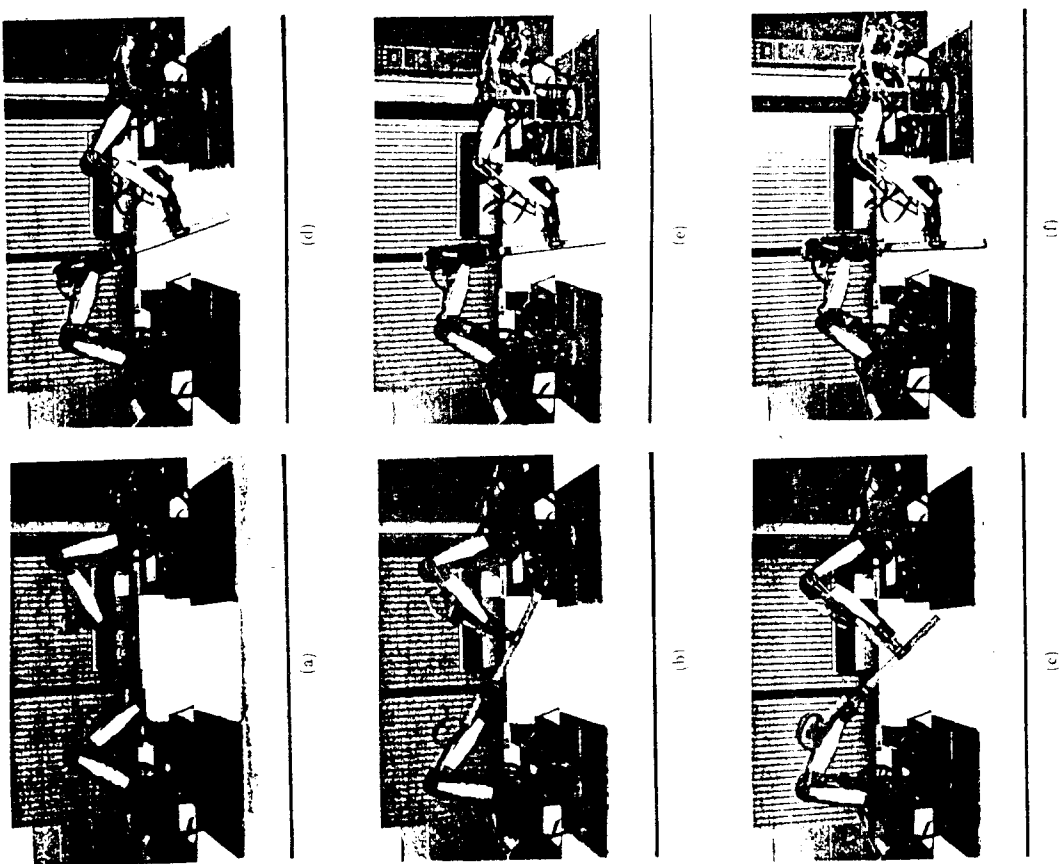


Fig. 7. Task execution

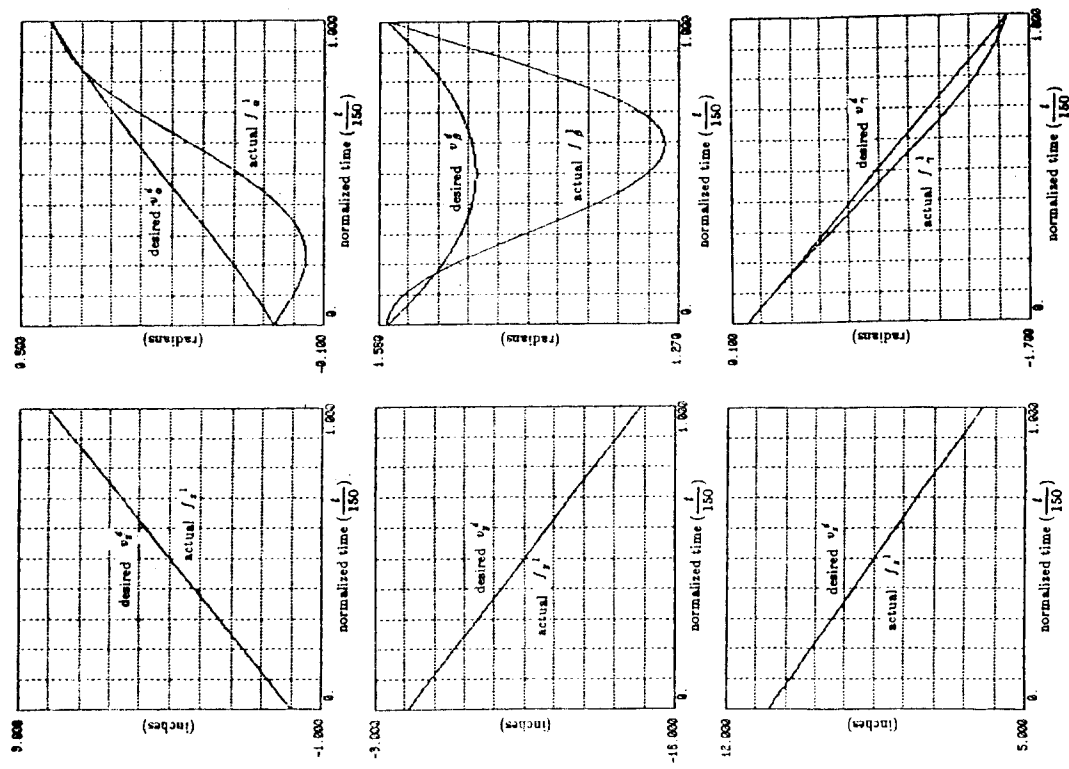


Fig. 6. The desired and admissible path of the object