

## 포 시스템을 위한 제어 알고리즘 성능 비교

김 상 우 · 권 옥 현 · 이 장 규  
 서울 대학교 공과 대학 제어 계측 공 학 과

A Study on the Performance of Several Control  
 Algorithms for a Servo-System

Sang-Woo Kim · Wook-Hyun Kwon · Jang Gyu Lee  
 Dept. of Control and Inst., Seoul National University

## 요 약

본 논문에서는 포 서보시스템에 대한 여러가지 제어기의 성능을 비교, 검토하였다. 사용된 제어기는 PID형제어기, LQ 추적자, LQG형제어기, 적응 제어기로 이들의 성능을 시뮬레이션을 통하여 비교하고 구현 가능한 제어기를 제안하였다. 또한 외란의 영향을 줄일 수 있는 방법도 제시하였다.

## 1. 서론

D.C. 서보 모터의 위치제어에 있어서 고려해야 할 사항을 요약하면 다음과 같다. 첫째는 시스템이 안정해야 한다는 것이고, 둘째는 입력되는 명령에 대하여 출력이 신속하고 정확하게 따라가야 한다는 것이고, 셋째는 측정잡음과 외란이 출력에 미치는 영향이 작아야 한다는 것이고, 넷째는 변수의 변화나 모델이 불확실해도 위의 세가지 조건이 만족해야 한다는 것이다. 측정잡음이 아주 작은 경우 시스템의 안정도가 보장되는 한도에서 제어기의 이득을 크게하면 나머지 조건들은 대체로 만족된다 [1].

현재의 거의 모든 D.C. 서보 모터 제어는 PID형 제어기를 통하여 이루어지며 속도 와 위치, 전기자 전류등을 귀환하여 각각의 오차에 대하여 제어를 한다. 그러므로 실현이 매우 복잡하며 제어기 자체에 비선형요소가 들어 가게 된다. 최적제어이론을 적용하여 제어기를 구성할 경우 상태변수에 대한 상수배의 귀환이므로 실현이 매우 간단하다.

본 논문에서는 포 서보시스템 [2]의 특성을 시뮬레이션을 통하여 알아보고 기존의 제어시스템을 최적제어기 및 적응제어기로 대체했을 경우 성능을 비교분석하였다.

본 논문에서 모델 시스템은 선회제어시 부하가 대단히 크며, 고각제어시는 외란이 큰 시스템이다. 특히 외란의 영향을 제거하는 것은 아주 중요한 문제이다.

본 논문의 구성은 2절에서 시스템모델 및 기존제어기에 관해서, 3절에서는 최적제어기에 관해서 4절에서는

적응제어기에 관해서 언급하였다. 5절에서는 각 제어 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하였고 6절에서는 문제점에 대한 대책을 제시함으로써 결론을 맺었다.

## 2. 시스템 모델 및 기존의 제어시스템

제어의 대상시스템은 구동 D.C. 서보 모터와 축으로 연결된 부하로 구성된다. 모터와 부하를 연결하는 축의 비틀림 상수가 아주 클 경우 그림1과 같이 간략화된 모델로 나타낼 수 있다. 각 변수값은 표1과 같으며 모터의 입력전압은  $\pm 80V$ 로 제한되며 이러한 제한은 전체제어시스템의 성능에 결정적 요소가 된다. 비선형 요소로서는 쿨롱 마찰력이 있는데 선형화 하기가 대단히 어려우므로 제어기 설계시는 무시한다. 이때의 모델전달함수는 식 (2.1)이 된다.

$$G(s) = \frac{K_T/N}{L_m J_T s^3 + (R_m J_T + L_m B_T) s^2 + (R_m B_T + K_e K_T) s} \quad (2.1)$$

기존의 제어기는 모터의 위치와 속도 및 전기자 전류를 제어하여 속도제어기의 출력을 이용한 불감대 제거기가 있다. 위치제어기는 PID형이고 속도 및 전류제어기는 지상 (Phase lag) 형이며 이들의 출력은  $\pm 5V$ 로 제한된다. 또한 속도 측정기의 출력도  $\pm 7.5V$ 로 제한이 된다. 출력에 대한 제한을 모두 무시했을 때 각 제어기의 전달함수는 아래와 같고 구조는 그림2와 같다.

$$H_p(s) = \frac{80730.9}{s + 869.6} \quad (2.2)$$

$$H_v(s) = \frac{0.1769s + 117.9}{s + 117.9} \quad (2.3)$$

$$H_i(s) = \frac{0.338s + 661.8}{s + 661.8} \quad (2.3)$$

$$f_{DR}(e) = \begin{cases} 20.54e & |e| < 0.07 \\ 4.83e & |e| \geq 0.07 \end{cases} \quad (2.4)$$

### 3. 최적제어기의 설계

최적제어기는 LQ 추적자 [3] 와 LQG형제어기 [4] 를 이용하였다. LQG형제어기 설계시에는 모터의 위치만 측정하여 각 상태변수를 추정하였다. 그림1의 모델에서 위치와 속도와 전류를 상태변수해서 시스템 방정식을 세우면 (3.1)식과 (3.2)식으로 나타낸다.

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -B_T/J_T & K_T/J_T \\ 0 & -K_e/L_a & -R_a/L_a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_a/L_a \end{bmatrix} V_m + \begin{bmatrix} 0 \\ -F_T/I_T \\ 0 \end{bmatrix} \text{sqn}(\hat{x}_2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_T \\ 0 \end{bmatrix} T_d \quad (3.1)$$

$$y = [ 1/N \quad 0 \quad 0 ] x \quad (3.2)$$

$$x = [ \theta_m \quad \dot{\theta}_m \quad i_a ]^T$$

위식에서 비선형요소와 외란을 무시한 식을 기본으로 하여 최적제어기를 설계한다.

#### 3.1 추적자 설계

LQ 조절기를 이용하여 추적문제를 푸는 데는 여러가지 방법 [4] 이 있으나 본 논문에서는 LQ 추적자를 이용하였다. 실제 시스템에서  $L_a$  는 무시할 수 있을 정도로 작기 때문에 비선형요소와 외란을 제외하면 (3.1)식은 (3.3) 식으로 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\theta}}_m \\ \dot{\hat{i}}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -B_T/J_T - K_T K_e/J_T R_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_m \\ \hat{i}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_T \cdot P_a \\ R_a \cdot J_T \end{bmatrix} V_m \quad (3.3)$$

식(3.3)으로 표시되는 시스템에 대하여 LQ 추적자를 설계한 후 구한 이득을 원래의 시스템 (3.1)에 적용한다. 평가함수는 식(3.4)와 같이 주어지며 이를 최소화하는 제어량은 식(3.5)와 같이 된다.

$$J = \int [e^T Q e + V_m^T R V_m] dt \quad (3.4)$$

$$e = y_r - y$$

$$V_m^*(t) = -R^{-1} B^T (A - BK)^{-T} C^T Q C y_r(t) - Kx(t) \quad (3.5)$$

여기서  $y_r$  은 기준입력이고  $K$  는 식(3.6)과 식(3.7)을 이용하여 구한다.

$$K = R^{-1} B^T P \quad (3.6)$$

$$0 = PA + A^T P + C^T Q C - PBR^{-1} B^T P \quad (3.7)$$

위식에서  $Q = \text{diag}(5 \times 10^6, 10^{-6})$ ,  $R=1$  에서  $K$  를 구하면 고각제어시  $K = [40.655, 0, 196]$  이고 선회제어시  $K = [40.656, 1, 3774]$  가 된다.

#### 3.2 LQG형제어기 설계

LQG형제어기는 일반적으로 각 상태변수를 모두 측정할 수 없을 경우 사용하는 방법으로 출력과 입력을 이용하여 각 상태변수를 추정하고 이 추정된 값을 이용하여 제어한다. 본 논문에서는 LQ추적자와 칼만필터를 결합한 형태로 제어기를 설계했으며 식(3.1)의 모델을 이용하였다. LQ 추적자는 3.1절에 서술된 방식에 따라  $Q_c = \text{diag}(10^7, 0, 0)$ ,  $R_c = 1$  에서 설계되었는데  $K_c = [57.496, 0.281, 3.12 \times 10^{-3}]$  이 된다. 칼만필터는 표준형으로 [5] 식(3.8)과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + BV_m + K_f(y - C\hat{x}) + F \text{sqn}(\hat{x}_2) + D \hat{T}_d \quad (3.8)$$

여기서  $\{A, B, C, F, D\}$  는 식(3.1)과 식(3.2)에서 정의된 것이고  $\hat{T}_d$  은  $T_d$  의 측정치를 의미한다.  $T_d$  를 측정할 수 없을 때는  $\hat{T}_d = 0$  이 된다.

위식에서  $K_f$  는 식(3.9)와 식(3.10)에서 구한다.

$$K_f = PC^T R^{-1} \quad (3.9)$$

$$0 = AP + PA^T + Q - PC^T R^{-1} CP \quad (3.10)$$

이식에서  $Q = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01)$ ,  $R = 10^{-9}$  으로 가정하여  $K_f$  를 구하면 고각제어시  $K_f = [3162.31, 2.118, -5.774]^T$  이고 선회제어시  $K_f = [3175.31, 750.96, -1683.84]^T$  가 된다.

### 4. 적응제어기 설계

본 논문의 서보시스템은 선회제어시 일정한 비율로 부하가 변하므로 고정된 게환이득 (fixed feedback gain) 을 사용할 경우 시스템 특성이 변화하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 플랜트와 제어기를 합한 최적모델을 선정하여 부하가 변하더라도 시스템 특성은 최적모델과 항상 일치하도록 하는 적응제어기를 설계하였다. 부하가 변함에 따라 변하는 변수는 관성모멘트와 댐핑계수이다. 이들의 변화된 값은 전기자전류와 모터의 속도를 측정하여 순환최소자승법 (Recursive Least Square Method) [5] 을 사용하여 식별할 수 있다. 이는 다음과 같은 ARMA 모델을 이용한다.

$$\dot{\theta}_m(t+1) + a \dot{\theta}_m(t) = b i_a(t) \quad (4.1)$$

$$a = B_T/J_T \cdot \Delta t - 1, \quad b = \frac{K_T K_f}{J_T} \Delta t$$

위식에서  $\Delta t$ 는 샘플링시간이고  $a$ 와  $b$ 를 추정하여  $B_T$ 와  $J_T$ 를 추정한다. 기준모델에 대하여 위치제어와 속도제어만한 제어시스템의 전달함수는 식(4.2)와 같다.

$$\frac{\theta_2(s)}{\theta_r(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + a_5 s + a_6} \quad (4.2)$$

여기서

$$a_1 = 55T_1 \cdot T_2 \alpha_3, \quad a_2 = 55(T_1 + T_2) \alpha_3 + 55T_1 \cdot T_2 \alpha_2$$

$$a_3 = 55 \alpha_3 + 55(T_1 + T_2) \alpha_2 + 55T_1 \cdot T_2 \alpha_1 + 880 T_1 T_5 K_D \beta_0$$

$$a_4 = 55 \alpha_2 + 55(T_1 + T_2) \beta_0 + 880 K_D (T_1 + T_2) \beta_0$$

$$a_6 = 16 K_{PI} \cdot \beta_0$$

$$b_1 = 16T_5 K_{PI} \cdot \beta_0 \quad b_2 = 16K_{PI} \cdot \beta_0$$

$$\alpha_1 = R_m B_T + K_e K_T \quad \alpha_2 = R_m J_T + L_m B_T$$

$$\alpha_3 = L_m J_T \quad \beta_0 = K_T$$

$$T_1 = 1.15 \times 10^{-3} \quad T_2 = 8.48 \times 10^{-3}$$

$$T_5 = 5.11 \times 10^{-4}$$

이다.

이식에서  $J_2$ 와  $K_{PI}$ ,  $K_T$ 를 조절하며 시뮬레이션을 수행한 결과  $J_2 = 1200$ ,  $K_{PI} = 2103.214$ ,  $K_D = 1,300374$  일때를 기준모델로 설정하였다. 이때 각계수의 값을 아래와 같다.

$$\frac{a_2}{a_1} = 1.463 \times 10^{-3}, \quad \frac{a_3}{a_1} = 5.759 \times 10^5,$$

$$\frac{a_4}{a_1} = 5.692 \times 10^7, \quad \frac{a_5}{a_1} = 4.255 \times 10^9$$

$$\frac{a_5}{a_1} = 1.1847 \times 10^{11} \quad \frac{b_1}{a_1} = 6.054 \times 10^7$$

$$\frac{b_2}{a_1} = 1.1847 \times 10^{11}$$

$J_T$ 와  $B_T$ 가 변하여도 시스템의 전달함수는 항상 위의 계수를 유지하도록  $K_D$ 와  $K_{PI}$ 를 조절하면 되는 것이다.

$K_D$ 와  $K_{PI}$ 를  $\hat{J}_P$ 와  $\hat{B}_T$ 를 이용하여 표시하면 식(4.3)과 식(4.4)가 된다.

$$K_{PI}(t) = \frac{N \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot L_m \hat{J}_T(t-1)}{16K_T} \frac{b_2}{a_1} \quad (4.3)$$

$$K(t) = \frac{L_m \hat{J}_T(t-1) T_1 \cdot T_2 a_5/a_1 - K_e K_T - R_m \hat{B}_T(t-1)}{16K_T} - \frac{T_5}{N} K_{PI}(t-1) \quad (4.4)$$

## 5. 시뮬레이션 결과 및 비교

### 5.1 선회제어시스템 시뮬레이션

선회위치제어시 가장문제가 되는 것은 부하의 변동이다. 최대부하시 각제어시스템의 성능은 표2와 같다.

이 결과를 보면 기존의 제어시스템 보다는 LQ 추적자나 적응제어기의 성능이 약간 좋음을 알 수 있다. 특히 최대과도응답은 훨씬 향상된다. 적응제어기는 실제 구현하는데는 문제가 있으므로 LQ 추적자를 이용하여 제어기를 구현하는 것이 바람직하다. LQG 형제어기는 기존제어기와 직접비교할 수 없으므로 LQ 추적자만 비교하였다. 시뮬레이션 조건은 다음과 같다:

i) 외란이 없는 경우  $T_d(t) = \hat{T}_d(t) = 0$

$$(1) \quad \Omega = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01),$$

$$R = (10^{-9}, 10^{-5}, 10^{-10})$$

ii) 외란이 없는 경우  $\hat{T}_d(t) = T_d(t-\Delta) \cdot (1 + \omega_1(t))$

$$T_d = 100 \sin(62.8t)$$

$$(2) \quad \text{완전측정 } \Delta = 0 \quad E(\omega_1^2) = 0.04$$

$$(3) \quad \text{불완전측정 } \Delta = 0.05 \text{ sec}$$

$$E(\omega_1^2) = 0.04$$

시뮬레이션 결과는 그림3과 그림4와 같다. 이 결과를 비교해보면 외란이 없거나 외란을 완전히 측정할 수 있는 경우는 성능이 비슷하고 외란을 완전히 측정할 수 없는 경우는 LQ 추적기를 쓰는 것이 좋다. 실제적으로 외란을 측정할 수 없으므로 LQG 제어기는 사용하기 힘들다.

### 5.2 고각제어 시스템과 시뮬레이션

고각위치제어시에는 외란의 영향이 가장 큰 문제이다. 외란의 영향을 줄이기 위한 방법으로 부하의 댐핑을 크게 하는 방법을 택하였다. 외란이 없는 경우 계단 입력에 대한 응답 특성은 표3과 같다.

이 결과를 보면 외란이 없는 경우 LQ 추적자가 좋은 성능을 갖고 있음을 알 수 있다. LQG 제어기와 LQ 추적자의 비교는 선회제어시와 같은 결론이 나온다.  $B_L$ 이 변함에 따른 외란의 영향은 표4와 같다. 이 표4는  $T_d = 1000 \sin(6218t)$  인 경우의 특성이다.

외란이 있는 경우에도 LQ 추적자의 성능이 약간 좋음을 알 수 있다. LQG 제어기는  $T_d$ 를 측정할 수 없으므로 사용하기 힘들다.

6. 결론

본 논문에서는 포 서보시스템의 기존 제어시스템과 최적 제어시스템을 시뮬레이션하여 성능을 비교 검토하였다. 이 결과를 이용하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 이상적인 경우 LQ 추적자의 성능이 기존 제어기보다 훌륭하다.
- 적응제어기는 성능은 우수하나 변수식별때문에 구현이 어렵다.
- LQ 추적자를 구현할때는 마이크로 프로세서를 사용하는 것보다는 아날로그 형태로 하는 것이 바람직하다.
- LQG 제어기는 외란이 있는 경우 사용하기 어렵다.
- 상하제어시 외란의 영향을 줄이기 위해서는 모터의 입력전압 ( 결국은 power )을 높이던가 부하의 댐핑을 크게 해주는 것이 바람직하다.

참고 문헌

[1] J.C. Doyle and G.Stein, " Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical/ Modern Synthesis, " IEEE T-AC, vol.AC-26, No.1, Feb. 1981.

[2] 권옥현, 이장규, 김상우, 박찬식, " 포를 위한 최적 디지털 서보 제어기 구성, " 서울대학교 공과대학 부속 생산기술연구소, 1984. 12.

[3] M. Athans and P.L. Falb, Optimal Control, McGraw-Hill, Inc., 1966.

[4] H. Kwakernaak and R. Sivan, Linear Optimal Control Systems, John Wiley & Sons, Inc., 1972.

[5] L. Ljung and T. Söderström, Theory and Practice of Recursive Identification, The MIT Press, 1983.

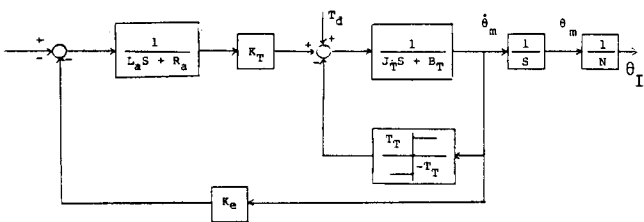


그림 1. 제어대상모델의 블록선도

$K_e$  ; 모터의 속도상수 ( 0.5567 )  
 $K_T$  ; 모터의 토크상수 ( 0.76 )

$\theta_m$  ; 모터의 위치  
 $\dot{\theta}_m$  ; 모터의 속도  
 $i_d$  ; 전기자 전류  
 $\theta_L$  ; 부하의 위치  
 $J_T$  ;  $J_m + J_L/N^2$   
 $B_T$  ;  $B_m + B_L/N^2$   
 $F_T$  ;  $F_m + F_L/N$   
 $J_m, J_L$  ; 모터 및 부하의 관성모멘트  
 $B_m, B_L$  ; 모터 및 부하의 댐핑계수  
 $F_m, F_L$  ; 모터 및 부하의 쿨롱마찰력  
 $T_d$  ; 외란

표 1. 모델의 각 계수들의 값

계수	선회 제어시	고각 제어시	단위
$S_m$	0.01583	0.01583	lb-ft.sec <sup>2</sup>
$B_m$	0.013167	0.01367	lb.ft/red/sec
$F_m$	0.4938	0.4938	lb.ft
$L_a$	0.715	0.715	mH
$R_a$	0.34	0.34	Ohm
$J_L$	1929,935	248.98	lb.ft.sec <sup>2</sup>
$B_L$	0	?	lb.ft/rad/sec
$F_L$	438.75	0	lb.ft

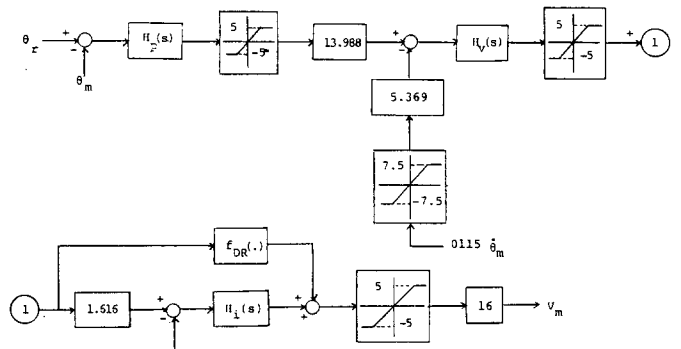


그림 2. 기존 제어기의 구조 ( 선회 및 고각공통 )

표 2. 선회제어시스템의 계단입력에 대한 응답특성

제어기종류	응답시간 (sec)	정착시간 (sec)	최대과도응답 (%)
기존 제어기	0.16	0.186	14
LQ 추적자	0.108	0.118	2.97
적응제어기	0.089	0.094	3.05

표 3. 고각제어시스템의 계단입력에 대한 응답특성

제어기종류	응답시간 (sec)	정착시간 (sec)	최대과도응답 (%)	정상상태 오차
기존 제어기	0.07	0.1	0	0.009
LQ 추적자	0.045	0.056	1.69	0.00074

표 4. 외란에 대한 최대 과도응답

제어기종류	$B_L$			
	0	10,000	50,000	100,000
기본제어기	10.4	4.511	1.448	0.776
LQ 추적자	7.83	4.22	1.39	0.732

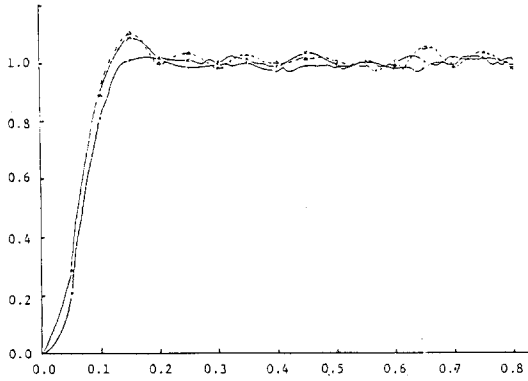


그림 3. LQG 제어기의 계단입력에 대한 응답

$$(y = \frac{1}{55} \theta_m) \text{ (선회각)}$$

-.- (1), -x- (2), .-. (3)

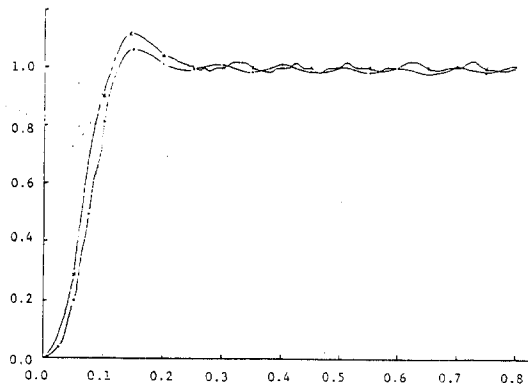


그림 4. 최적추적기의 계단입력에 대한 응답곡선 (선회각)

-.- : 외란이 없는 경우

-x- : 외란이 있는 경우 ( $A_m = 100$ )