

# 여러 시간스케일로 분리 가능한 대규모스토캐스틱 시스템의 준 최적 조정기의 설계

°이 종 효 . 전 기 준  
경북대학교 공과대학 전자공학과

Design of Sub-optimal Regulators for the Large-Scale  
Stochastic System with Time-Scale Separation Properties.

Jong Hyo Lee, Gi Joon Jeon  
Department of Electronics, Kyung Pook National University, Daegu

### Abstract

This paper presents a procedure for the time-scale separation and a design method for the sub-optimal composite regulator and Kalman filter of the large-scale discrete stochastic system with two time-scale properties. Provided that the fast sub-system is asymptotically stable, the reduced-order regulator and Kalman filter for the slow sub-system with dominant modes is designed as a sub-optimal regulator for the system.

chastic) 시스템을 저차 부시스템으로 분리하여 각 부 시스템에 대해 최적상태예측을 위한 칼만필터와 최적 제어이론을 적용하고, 다시 이들을 결합한 통합조정기 (Composite regulator) 와 우성 (Dominant) 모드만으로 이루어진 부시스템에 대한 축소차 (Reduced-order) 조정기를 제안하였으며, 컴퓨터시뮬레이션으로서 이들 조정기의 준최적제어를 확인하였다.

## 2. 시스템설정 및 시간스케일분리

선형, 완전제어가능인 이산시간 스토캐스틱시스템

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Ev(k) \quad (1a)$$

$$y(k) = Cx(k) + e(k) \quad (1b)$$

을 고려하자. 여기서  $x(k) \in R^n$  은 상태벡터,  $u(k) \in R^m$  은 입력벡터,  $y(k) \in R^p$  는 출력벡터 그리고  $v(k) \in R^n$  와  $e(k) \in R^p$  는 각각 평균이 0 이고

$$E \left\{ \begin{bmatrix} v(k) \\ e(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^T(1) & e^T(1) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \delta(k-1) \quad (2)$$

$R_1 \geq 0, R_2 > 0$

인  $x(k)$  와는 상관관계가 없는 가우시안랜덤시퀀스 (Sequence) 이다. 초기상태벡터  $x(0)$  는

$$E\{x(0)\} = m_0; \text{cov}\{x(0), x(0)\} = R_0, R_0 \geq 0 \quad (3)$$

의 가우시안분포를 이룬다고 가정한다. 시스템(1)의 최적제어문제에서의 성능지수는 다음과 같다.

$$J = E \sum_{k=0}^N \{y^T(k)y(k) + u^T(k)Ru(k)\}, R > 0 \quad (4)$$

만약 시스템(1)이 점근적으로 안정하고 두개의 시간스케일을 가진다고 하면 행렬 A의 고유치가 복소평면상의 단위원 (Unit circle) 가 가까이  $n_1$  개, 원점 (Origin) 근방에  $n_2$  개 존재하는 것을 의미한다. 따라서 고유

## 1. 서 론

응답속도가 서로 다른 여러개의 동적모드 (Dynamic-mode) 들의 상호결합으로 이루어진 대규모시스템의 제어문제는 큰 차수로 인하여 계산량이 많을 뿐 아니라 종종 나쁜 조건 (Ill-condition) 에 있다. 이러한 시스템에 대한 효과적인 제어를 위해 간략화와 제어방법에 관한 많은 연구가 되어왔으며, 여기에는 계층적 제어 (Hierarchical control), 집성 (Aggregation), 특이섭동 (Singular perturbation) 및 시간스케일분리 (Time-Scale separation) 등이 있다.<sup>1,2)</sup> 최근 Mahmoud<sup>3)</sup> 는 두개의 시간스케일을 가진 이산 (Discrete) 시간시스템을 느린 부시스템 (Sub-system) 과 빠른 부시스템으로 분리하고, 각 부시스템에서 서로 독립적인 극배치 제어기 (Pole-assignment controller) 를 구성함으로써 원시스템의 근사극배치제어를 행하였다. 그후, Othman<sup>4)</sup> 등이 준최적 (Sub-optimal) 제어방법을 제시하였다.

그러나 대부분의 물리적 시스템은 자체 및 외부의 잡음 (Noise) 이 존재하므로, 본 논문에서는 두개의 시간스케일을 가지는 대규모 이산시간 스토캐스틱 (Sto-

치들의 배열이

$$1 > |\lambda_1| > \dots > |\lambda_{n_1}| > |\lambda_{n_1+1}| > \dots > |\lambda_{n_1}| \quad (5)$$

되도록 상태변수의 re-indexing 그리고/또는 re-scaling을 통해 식(1)은 다음의 분할된 형태

$$\mathbf{x}_1(k+1) = \mathbf{A}_{11}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{A}_{21}\mathbf{x}_2(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_1\mathbf{v}(k) \quad (6a)$$

$$\mathbf{x}_2(k+1) = \mathbf{A}_{31}\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{A}_4\mathbf{x}_2(k) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_2\mathbf{v}(k) \quad (6b)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_1\mathbf{x}_1(k) + \mathbf{C}_2\mathbf{x}_2(k) + \mathbf{e}(k) \quad (6c)$$

로 쓰여진다.  $n_2$  개의 빠른모드  $\mathbf{x}_2(k)$  는 짧은 과도기간이 지나면 유사정상상태(Quasi-steady state)에 도달하게 되므로, 이때 시스템(6)의 동적상태는 주로  $n_1$  개의 느린모드  $\mathbf{x}_1(k)$  에 의해서 좌우된다. 따라서 식(6b)에서  $\mathbf{x}_2(k+1) = \mathbf{x}_2(k)$  로 두면 다음과 같은 잡음의 영향이 고려되지 않은 시스템

$$\bar{\mathbf{x}}_1(k+1) = \mathbf{A}_1\bar{\mathbf{x}}_1(k) + \mathbf{A}_2\bar{\mathbf{x}}_2(k) + \mathbf{B}_1\bar{\mathbf{u}}(k), \bar{\mathbf{x}}_1(0) = \mathbf{x}_{10} \quad (7a)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_2(k) = \mathbf{A}_3\bar{\mathbf{x}}_1(k) + \mathbf{A}_4\bar{\mathbf{x}}_2(k) + \mathbf{B}_2\bar{\mathbf{u}}(k), \bar{\mathbf{x}}_2(0) = \mathbf{x}_{20} \quad (7b)$$

$$\bar{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{C}_1\bar{\mathbf{x}}_1(k) + \mathbf{C}_2\bar{\mathbf{x}}_2(k) \quad (7c)$$

으로 쓰여진다. 여기서  $\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2, \bar{\mathbf{u}}$  및  $\bar{\mathbf{y}}$  는  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{u}$  및  $\mathbf{y}$  의 유사정상상태를 나타낸다. 식(7b)에서  $(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}$  가 존재하면  $\bar{\mathbf{x}}_2(k)$  는

$$\bar{\mathbf{x}}_2(k) = (\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1} \{ \mathbf{A}_3\bar{\mathbf{x}}_1(k) + \mathbf{B}_2\bar{\mathbf{u}}(k) \} \quad (8)$$

가 된다. 이것을 식(7a)와(7c)에 대입하고  $\mathbf{x}_2(k)$  에 의한  $\mathbf{x}_1(k+1)$  의 잡음의 영향  $(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{E}_2\mathbf{v}(k)$  를 고려하면  $n_1$  차의 느린 부시스템은

$$\mathbf{x}_s(k+1) = \mathbf{A}_0\mathbf{x}_s(k) + \mathbf{B}_0\mathbf{u}_s(k) + \mathbf{E}_0\mathbf{v}(k), \mathbf{x}_s(0) = \mathbf{x}_{10} \quad (9a)$$

$$\mathbf{y}_s(k) = \mathbf{C}_0\mathbf{x}_s(k) + \mathbf{D}_0\mathbf{u}_s(k) + \mathbf{G}_0\mathbf{v}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (9b)$$

로 분리된다. 여기서

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_3; \mathbf{B}_0 = \mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_2 \quad (10a)$$

$$\mathbf{C}_0 = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{A}_3; \mathbf{D}_0 = \mathbf{C}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{B}_2 \quad (10b)$$

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_1 + \mathbf{A}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{E}_2; \mathbf{G}_0 = \mathbf{C}_2(\mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_4)^{-1}\mathbf{E}_2 \quad (10c)$$

이다. 한편 빠른 부시스템을 분리하기 위해  $\bar{\mathbf{x}}_1(k) = \mathbf{x}_s(k)$  = 일정,  $\bar{\mathbf{x}}_2(k+1) = \bar{\mathbf{x}}_2(k)$  의 가정과 식(6b)와(8)로부터

$$\mathbf{x}_2(k+1) - \bar{\mathbf{x}}_2(k+1) = \mathbf{A}_4 \{ \mathbf{x}_2(k) - \bar{\mathbf{x}}_2(k) \} + \mathbf{B}_2 \{ \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_s(k) \} + \mathbf{E}_2\mathbf{v}(k) \quad (11)$$

가 되며, 여기서 빠른상태변수와 입력벡터를

$$\mathbf{x}_f(k) = \mathbf{x}_2(k) - \bar{\mathbf{x}}_2(k) \quad (12a)$$

$$\mathbf{u}_f(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_s(k) \quad (12b)$$

로 정의하면,  $n_2$  차의 빠른 부시스템은

$$\mathbf{x}_f(k+1) = \mathbf{A}_4\mathbf{x}_f(k) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_f(k) + \mathbf{E}_2\mathbf{v}(k),$$

$$\mathbf{x}_f(0) = \mathbf{x}_{20} - \bar{\mathbf{x}}_2(0) \quad (13a)$$

$$\mathbf{y}_f(k) = \mathbf{C}_2\mathbf{x}_f(k) + \mathbf{e}(k) \quad (13b)$$

가 된다.

### 3. 통합 및 축소차 조정기의 준최적제어

이제 각 부시스템(9) 및 (13)에 대해 상태변수의 최적예측을 위한 칼만필터와 최적제어이론을 각각 독립적으로 적용한다. 느린 부시스템(9)에서 One-step ahead 칼만필터는

$$\hat{\mathbf{x}}_s(k+1) = \mathbf{A}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) + \mathbf{B}_0\mathbf{u}_s(k) + \mathbf{k}_0(k) \{ \mathbf{y}_s(k) - \mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) - \mathbf{D}_0\mathbf{u}_s(k) \} \quad (14)$$

이고 여기서 칼만이득행렬  $\mathbf{k}_0(k)$  는

$$\mathbf{K}_0(k) = (\mathbf{A}_0\mathbf{P}_0(k)\mathbf{C}_0^T + \mathbf{R}_{2s}) (\mathbf{C}_0\mathbf{P}_0(k)\mathbf{C}_0^T + \mathbf{R}_{2s})^{-1} \quad (15a)$$

$$\mathbf{P}_0(k+1) = \mathbf{A}_0\mathbf{P}_0(k)\mathbf{A}_0^T + \mathbf{R}_{1s} - \mathbf{K}_0(k) (\mathbf{C}_0\mathbf{P}_0(k)\mathbf{C}_0^T + \mathbf{R}_{2s}) \mathbf{K}_0^T(k) \quad (15b)$$

$$\mathbf{P}_0(0) = \text{COV}[\mathbf{x}_{10}, \mathbf{x}_{10}] \quad (15c)$$

로 주어지고<sup>6,7)</sup>, 각 공분산(Covariance)행렬들은

$$\mathbf{R}_{1s} = \mathbf{E}_0\mathbf{R}_1\mathbf{E}_0^T; \mathbf{R}_{2s} = \mathbf{E}_0\mathbf{R}_1\mathbf{G}_0^T; \mathbf{R}_{2s} = \mathbf{R}_2 + \mathbf{G}_0\mathbf{R}_1\mathbf{G}_0^T \quad (16)$$

이다. 이때 칼만필터, 식(14)에 의해 예측된  $\hat{\mathbf{x}}_s(k)$  로써 느린 부시스템은

$$\hat{\mathbf{x}}_s(k+1) = \mathbf{A}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) + \mathbf{B}_0\mathbf{u}_s(k) \quad (17a)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_s(k) = \mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) + \mathbf{D}_0\mathbf{u}_s(k) \quad (17b)$$

로 되고, 식(4)로부터 느린부시스템에서의 성능지수는

$$\mathbf{J}_s = \mathbf{E} \sum_{k=0}^N \{ \hat{\mathbf{x}}_s^T(k)\mathbf{C}_0^T\mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) + 2\mathbf{u}_s^T(k)\mathbf{D}_0^T\mathbf{C}_0\hat{\mathbf{x}}_s(k) + \mathbf{u}_s^T(k)\mathbf{R}_s\mathbf{u}_s(k) \}, \mathbf{R}_s = \mathbf{R} + \mathbf{D}_0^T\mathbf{D}_0 \quad (18)$$

와 같이 되며, 이를 최소로 하는 최적상태제어입력  $\mathbf{u}_s(k)$  는

$$\mathbf{u}_s(k) = -\mathbf{L}_0(k)\hat{\mathbf{x}}_s(k) \quad (19)$$

이다. 여기서 상태제어환이득행렬  $\mathbf{L}_0(k)$  는

$$\mathbf{L}_0(k) = (\mathbf{R}_s + \mathbf{B}_0^T\mathbf{S}_0(k+1)\mathbf{B}_0)^{-1} (\mathbf{B}_0^T\mathbf{S}_0(k+1)\mathbf{A}_0 + \mathbf{D}_0^T\mathbf{C}_0) \quad (20a)$$

$$\mathbf{S}_0(k) = \mathbf{A}_0^T\mathbf{S}_0(k+1)\mathbf{A}_0 + \mathbf{C}_0^T\mathbf{C}_0 - \mathbf{L}_0^T(k) (\mathbf{R}_s + \mathbf{B}_0^T\mathbf{S}_0(k+1)\mathbf{B}_0) \mathbf{L}_0(k) \quad (20b)$$

$$\mathbf{S}_0(N) = \mathbf{C}_0^T\mathbf{C}_0 \quad (20c)$$

로 정의된다.<sup>6,7)</sup> 같은 방법으로 빠른 부시스템(13)에서의 One-step ahead 칼만필터는

$$\hat{\mathbf{x}}_f(k+1) = \mathbf{A}_4\hat{\mathbf{x}}_f(k) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_f(k) + \mathbf{k}_2(k) \{ \mathbf{y}_f(k) - \mathbf{C}_2\hat{\mathbf{x}}_f(k) \} \quad (21)$$

이코 여기서  $K_2(k)$  는

$$K_2(k) = A_4 P_2(k) C_2^T (C_2 P_2(k) C_2^T + R_2)^{-1} \quad (22a)$$

$$P_2(k+1) = A_4 P_2(k) A_4^T + R_1 - K_2(k) (C_2 P_2(k) C_2^T + R_2) K_2^T(k) \quad (22b)$$

$$P_2(0) = \text{COV}[(x_{20} - (I_2 - A_4)^{-1} A_3 x_{10}), (x_{20} - (I_2 - A_4)^{-1} A_3 x_{10})] \quad (22c)$$

로 주어지고

$$R_{1f} = E_2 R_1 E_2^T \quad (23)$$

이다. 이때 칼만필터, 식 (21) 에 의해 예측된  $\hat{x}_f(k)$  로써 빠른 부시스템은

$$\hat{x}_f(k+1) = A_4 \hat{x}_f(k) + B_2 u_f(k) \quad (24a)$$

$$\hat{y}_f(k) = C_2 \hat{x}_f(k) \quad (24b)$$

로 되고, 식(4)로부터 빠른 부시스템의 성능지수는

$$J_f = E \sum_{k=0}^N \{ \hat{x}_f^T(k) C_2^T C_2 \hat{x}_f(k) + u_f^T(k) R u_f(k) \} \quad (25)$$

와 같이되며, 이를 최소화하는  $u_f(k)$  는

$$u_f(k) = -L_2(k) \hat{x}_f(k) \quad (26)$$

이다. 여기서  $L_2(k)$  는

$$L_2(k) = (R + B_2^T S_2(k+1) B_2)^{-1} B_2^T S_2(k+1) A_4 \quad (27a)$$

$$S_2(k) = A_4^T S_2(k+1) A_4 + C_2^T C_2 - L_2^T(k) (R + B_2^T S_2(k+1) B_2) L_2(k) \quad (27b)$$

$$S_2(N) = C_2^T C_2 \quad (27c)$$

로 정의된다.

이제 식 (12b) 로부터 통합제어입력  $u_c(k)$  는

$$u_c(k) = u_s(k) + u_f(k) \quad (28)$$

로 되며, 식(8), (12a), (19) 및 (26) 을 이용하면

$$u_c(k) = -L_c(k) \hat{x}(k) \quad (29)$$

가 되고, 여기서 통합상태게환이득행렬  $L_c(k)$  는

$$L_c = [(I_m + L_2 (I_2 - A_4)^{-1} B_2) L_o - L_2 (I_2 - A_4)^{-1} A_3 \quad L_2] \quad (30)$$

이다. 한편 최적제어와 칼만필터이론은 서로 쌍대성 (Duality)이 있으므로 상태변수  $x(k)$  를 예측하기 위한 통합칼만필터는

$$\hat{x}(k+1) = A \hat{x}(k) + B u_c(k) + k_c(k) \{ y(k) - c \hat{x}(k) \} \quad (31)$$

가 되며, 이때 통합칼만이득행렬  $k_c(k)$  는 식 (30) 으로부터

$$K_c = \begin{Bmatrix} K_o (I_p + C_2 (I_2 - A_4)^{-1} K_2) - A_2 (I_2 - A_4)^{-1} K_2 \\ K_2 \end{Bmatrix} \quad (32)$$

가 된다. 여기서  $K_o$  및  $K_2$  는 느린 부시스템 및 빠른 부시스템에서의 칼만이득행렬이다. 식 (29) 와 (31) 을 이용한 통합시스템의 준최적제어는 그림 1 과 같이 이루어진다.

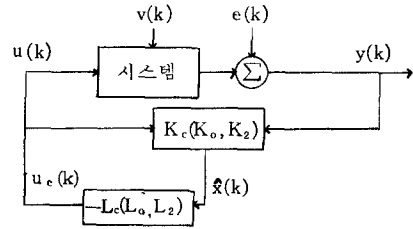


Fig.1. Block diagram of the system, sub-optimal composite kalman filter and regulator.

이때 통합칼만필터, 식 (31) 로써 예측된  $\hat{x}(k)$  에 의한 시스템

$$\hat{x}(k+1) = A \hat{x}(k) + B u_c(k) \quad (33a)$$

$$\hat{y}(k) = C \hat{x}(k) \quad (33b)$$

와 식(4)로부터 성능지수

$$J = E \sum_{k=0}^N \{ \hat{x}^T(k) C^T C \hat{x}(k) + u_c^T(k) R u_c(k) \} \quad (34)$$

에 통합제어입력 식 (29) 를 대입한 폐회로방정식과 성능지수는 각각

$$\hat{x}(k+1) = (A - B L_c) \hat{x}(k) \quad (35a)$$

$$J_c = E \sum_{k=0}^N \hat{x}^T(k) (C^T C + L_c^T R L_c) \hat{x}(k) \quad (35b)$$

가 된다. 이때 성능지수의 값은

$$J = m_o^T S(0) m_o + t, S(0) R_o + \sum_{k=0}^{N-1} \text{tr} S(k+1) R_1 + \sum_{k=0}^{N-1} \text{tr} P(k) L_c^T(k) (B^T S(k+1) B + R) L_c(k) \quad (36)$$

이며<sup>6,7)</sup> 여기서  $S(k)$  는 역순환 (Reverse - recursive) Lyapunov 방정식

$$S(k) = (A - B L_c(k))^T S(k+1) (A - B L_c(k)) + C^T C + L_c^T(k) R L_c(k), S(N) = C^T C \quad (37)$$

그리고  $P(k)$  는 순환 Lyapunov 방정식

$$P(k+1) = (A - K_c(k) C) P(k) (A - K_c(k) C)^T + R_1 + K_c(k) R_2 K_c^T(k), P(0) = R_o. \quad (38)$$

이에 구해진다.

만약 빠른 부시스템이 점근적으로 안정하다면 식(30) 과 (32) 에서  $K_2 = 0$  및  $L_2 = 0$  으로 하여 축소차 조정기와 축소차 칼만필터로써 시스템의 준최적제어를 이룩할 수 있다.

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 논문에서 제안된 준최적제어이론을 사용하여 식 (1)로 주어지는 스토캐스틱 시스템에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션 하였다. 가정한 시스템행렬들은

$$A = \begin{bmatrix} .9880 & -.0400 & .1250 & .0000 \\ .2240 & .9350 & .0000 & .0200 \\ .1520 & .0000 & .1650 & .0000 \\ .0000 & .1850 & -.0070 & .1560 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} .4780 & .0000 \\ .0000 & .5250 \\ .2070 & .0000 \\ .0000 & .1250 \end{bmatrix}; E = I_4$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.0000 & .0000 & .3250 & .0000 \\ .0000 & 1.0000 & .0000 & .5860 \end{bmatrix}$$

이다.  $x(0)$ 의 평균과 공분산행렬은

$$m_0 = [2.0 \ 2.0 \ 1.0 \ 1.0]^T; R_0 = I_4$$

그리고  $v(k)$ 와  $e(k)$ 의 공분산행렬은 각각

$$R_1 = \text{diag}(0.45, 0.40, 0.25, 0.20)$$

$$R_2 = \text{diag}(0.20, 0.20)$$

로 가정하였다. 행렬 A의 고유치가  $0.9749 \pm 0.0861i$ ,  $0.1513$  및  $0.1428$  이므로 위 시스템은 각각 2개의 모드를 가진 느린 부시스템과 빠른 부시스템으로 분리된다. 각 부시스템에서 제어입력의 하중행렬  $R = I_2$ 로서 서로 독립적인 최적제어와 칼만필터이론을 적용한 후 식 (30)과 (32)를 사용하여 계산한 통합상태제환 및 칼만이득행렬은 각각

$$L_c = \begin{bmatrix} .8797 & .0178 & .0037 & -.0000 \\ .2258 & .7607 & -.0003 & .0068 \end{bmatrix}$$

$$K_c = \begin{bmatrix} .7267 & -.0175 \\ .1686 & .6162 \\ .0605 & -.0001 \\ .0026 & .0690 \end{bmatrix}$$

이였으며 축소차 상태제환이득 및 칼만이득행렬은 각각

$$L_R = \begin{bmatrix} .8796 & .0178 & .0000 & .0000 \\ .2256 & .7615 & .0000 & .0000 \end{bmatrix}$$

$$K_R = \begin{bmatrix} .7188 & -.0166 \\ .1659 & .5896 \\ .0000 & .0000 \\ .0000 & .0000 \end{bmatrix}$$

이였다. 한편 이들과 비교하기 위한 최적상태제환 및 칼만이득행렬은

$$L = \begin{bmatrix} .8467 & .0183 & .1314 & .0002 \\ .2280 & .7353 & .0048 & .0509 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} .7274 & -.0182 \\ .1732 & .6310 \\ .1299 & .0013 \\ .0004 & .1496 \end{bmatrix}$$

이다. 각 조정기 및 칼만필터에 대한 성능지수의 값과 성능손실은 표 1과 같다.

Table 1. Comparison of Performance indices

구 분	성능지수, J	비 교
통합조정기	87.8649	101.8
축소차조정기	91.6434	106.2
최적조정기	86.2949	100

이상과 같은 결과에 의해서 본 논문에서 제안한 통합 및 축소차 조정기와 칼만필터는 시스템(1)의 준최적제어가 됨을 알 수 있었다.

#### 5. 결 론

두개의 모드 군으로 이루어진 대규모 스토캐스틱 시스템을 저차부시스템으로 분리하고 각 부시스템의 최적조정기와 칼만필터를 재 결합한 통합조정기와 우성모드물 가진 느린 부시스템에 대한 축소차조정기를 설계한다. 각 조정기에서 성능지수를 계산하여 최적 조정기의 성능지수와 비교한다. 컴퓨터시뮬레이션 결과 본논문에서 제안된 준최적제어이론이 성능면에서 크게 나빠지지 않고 제어노력의 상당한 감소를 가져옴을 알 수 있다.

#### 참 고 문 헌

1. V.R. Sakena, J. O'Reilly and P.V. Kokotovic, "Singular Perturbations and Time-Scale Method in Control Theory: Survey 1976-1983", Automatica, 20, pp.273-293, 1984.
2. J.H. Chow and P.V. Kokotovic, "A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes", IEEE Trans., Automat. Control., Vol. AC-21, pp.701-705, 1976.
3. M.S. Mahmoud, "Design of Observer-Based Controllers for a Class of Discrete Systems", Automatica, 18, pp.323-329, 1982.
4. H.A. Othman, N.M. Khraishi and M.S. Mahmoud, "Discrete Regulators with Time-Scale Separations", IEEE Trans., Automat. Contr., Vol. AC-30, pp. 293-297, 1985.
5. M.S. Mahmoud and M.G. Singh, Large Scale Systems Modelling, Pergamon Press, 1981.
6. K.J. Åström, Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press, 1970.
7. K.J. Åström and B. Wittenmark, Computer-Controlled Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1984.